

doi: 10.3788/gzxb20164507.0701001

近地面大气湍流对自由空间量子通信性能的影响

聂敏¹, 高锬¹, 杨光^{1,2}, 张美玲¹, 裴昌幸³

(1 西安邮电大学 通信与信息工程学院, 西安 710121)

(2 西北工业大学 电子信息学院, 西安 710072)

(3 西安电子科技大学 综合业务网国家重点实验室, 西安 710071)

摘要:为了研究近地面大气湍流对自由空间量子通信的影响,基于近地面大气湍流的 Tunick 模型,得到湍流气象参数与量子信道纠缠度之间的关系,针对量子退极化信道和幅值阻尼信道,建立湍流气象参数与信道容量之间的方程,分析湍流对量子信道利用率的影响,并进行性能仿真.结果表明:当压强为 100 kPa,风速为 2 m/s,温度为 25°C,相对湿度分别为 0.2 和 0.6 时,量子信道的纠缠度分别为 0.27 和 0.18,退极化信道容量分别为 0.951 6 和 0.946 5,幅值阻尼信道容量分别为 0.439 0 和 0.422 7,量子信道利用率分别为 0.42 和 0.37.量子通信信道的各种参数与近地面大气湍流的气象参数有紧密联系,根据近地面大气湍流的气象参数,自适应调整量子通信系统的各项参数,可以提高量子通信的可靠性.

关键词:量子通信;大气湍流;纠缠度;信道容量;利用率

中图分类号:G301

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2016)07-0701001-7

Effect of the Atmospheric Turbulence on the Performance of Free Space Quantum Communication

NIE Min¹, GAO Kun¹, YANG Guang^{1,2}, ZHANG Mei-ling¹, PEI Chang-xing³

(1 School of Communication and Information Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunication, Xi'an 710121, China)

(2 School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

(3 State Key Laboratory of Integrated Service Networks, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: In order to analyze the performance of free space quantum communication influenced by the atmospheric turbulence which is close to the ground, the relationship between the turbulence meteorological parameters and the entanglement of quantum channel was obtained according to the Tunick model of the atmospheric turbulence. For the quantum depolarization channel and amplitude damping channel, the equation between meteorological parameters and the channel capacity was established. The effect of turbulence on the quantum channel utilization was analyzed, and the performance simulation was carried out. The simulation results show that, when the atmospheric pressure is 100 kPa, the wind speed is 2 m/s, the temperature is 25°C and relative humidity are 0.2 and 0.6 respectively, the degree of entanglement for the quantum channel are 0.27 and 0.18, the capacity of depolarizing channel are 0.951 6 and 0.946 5, the capacity of amplitude damping channel are 0.439 0 and 0.422 7, the utilization of quantum channel are 0.42 and 0.37, respectively. The various parameters of quantum communication channel and the meteorological parameters of the atmospheric turbulence close to the ground are closely linked. The reliability of quantum communication can be improved when the parameters of quantum communication system can be adjusted adaptively based on the meteorological parameters of the

基金项目:国家自然科学基金(Nos. 61172071, 61201194)、陕西省自然科学基金基础研究计划(No. 2014JQ8318)和陕西省国际科技合作与交流计划项目(No. 2015KW-013)资助

第一作者:聂敏(1964—),男,教授,博士,主要研究方向为量子通信、移动通信、现代通信网理论和关键技术. Email: niemin@xupt.edu.cn

通讯作者:高锬(1992—),男,硕士研究生,主要研究方向为量子通信、移动通信. Email: 407566862@qq.com

收稿日期:2016-01-11; **录用日期:**2016-05-04

<http://www.photon.ac.cn>

atmospheric turbulence closed to the ground.

Key words: Quantum communications; Atmospheric turbulence; Entanglement of the quantum channel; Capacity of quantum channel; Utilization of quantum channel

OCIS Codes: 010.1330; 270.5565; 280.7060; 060.5565

0 引言

量子通信主要包括光纤量子通信和自由空间量子通信. 由于光纤受到地理条件的限制, 自由空间量子通信已成为量子通信研究的热点, 是构建全球量子通信网的重要组成部分. 德国 Ludwig-Maximilian 大学和英国国防科技公司 Qineti Q 的研究人员合作进行了自由空间量子密钥分发实验^[1], 通信距离为 23.4km, 验证了构建全球量子通信网的可行性; 2008 年欧洲的研究团队进行了星地量子通信实验^[2], 将地面站发出的弱光脉冲发射到轨道高度为 1485km 的低轨道卫星, 由卫星上的角反射器反射回到地面接收机, 验证了星地间单光子传输的可能性, 推进了量子卫星通信的发展; 2010 年, 中国科学技术大学潘建伟研究小组成功实现了自由空间 16km 量子隐形传态实验^[3], 迈出了实现全球范围量子通信的重要一步. 2013 年, 在国际上又实现了无局域性漏洞的量子纠缠关联塌缩速度的下限测量^[4], 结果表明在低速运行的惯性参考系中, 量子纠缠关联塌缩速度下限为光速的一万倍, 研究成果为未来基于量子科学实验卫星进行大尺度量子理论基础检验奠定了必要的技术基础.

当进行自由空间量子通信时, 量子态不可避免地受到大气湍流, 雾霾、沙尘、自然环境等不可抗拒因素的影响. 南非 CSIR 的研究人员 Roux^[5]推导了纠缠双光子态通过大气湍流时的轨道角动量退相干一阶微分方程, 可用于描述纠缠光子在大气湍流中的衰减规律; 文献[6]研究了自然环境因素对自由空间量子通信性能的影响, 分析了自然环境因子与量子弱相干光信号的衰减关系, 得到了量子信号传输的误码率、保真度与大气能见度和传输距离的关系, 为自然环境中保障量子通信质量提供了理论依据; 文献[7]研究了沙尘暴对量子卫星通信的影响, 为在沙尘条件下提高量子卫星通信质量奠定了基础.

大气湍流是大气的运动形式之一, 近地面大气有明显的湍流特征. 由于大气中的湍流运动, 所有与流动气体有关的各种性质, 如温度、折射率、气溶胶颗粒分布等, 都发生湍流掺杂作用, 引起大气折射率的起伏, 进而影响光波、电磁波以及量子光信号的传输. 研究大气湍流所表现出的常规气象参数对量子通信信道的影响, 是量子通信在湍流情况下能否正常进行的关键. 大气折射率结构常数用来表征湍流的强度, 可利用温度、湿度、压强、风速等气象参数反演计算^[8-9]. 本文通过反演计算大气湍流强度的常规气象参数, 计算近地面大

气湍流情况下量子信道的纠缠度、信道容量和利用率等参数, 研究湍流气象参数与信道参数之间的关系, 为近地面湍流情况下量子通信的研究奠定基础.

1 近地面大气湍流模型

大气湍流系统的运动机理和规律可由 Spalding 和 Launder 提出的标准 $k-\epsilon$ 模型^[10]描述, 即

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(u + \frac{u_i}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \epsilon - Y_M + S_k \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \epsilon u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(u + \frac{u_i}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} (G_k + C_{3\epsilon} G_b) - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} + S_\epsilon \quad (2)$$

式中: $C_{1\epsilon} = 1.44$, $C_{2\epsilon} = 1.92$, $C_{3\epsilon} = 0.09$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\epsilon = 1.3$; ρ 为流体密度; ϵ 为湍流耗散率; μ 为流体分子黏度; k 为湍流动能; S_k, S_ϵ 为用户定义源项; u_i 为湍流涡粘系数; G_b 是由于浮力而引起的湍动能的产生项; Y_M 为湍流中脉动扩张项; G_k 是由速度梯度引起的应力源项.

由于湍流的随机性、不规则性, 以及时间和空间的限制, 难以对湍流强度进行直接测量, 利用常规气象参数反演计算湍流强度是一种行之有效的方法. 其中折射率结构常数描述了大气折射率起伏的强度, 可以用来表示湍流的强弱.

本文采用美国 Army Research Laboratory (ARL) 和 Agricultural Research Center (ARC) 实验验证的 Tunick 模型研究近地面大气湍流. 该模型实验验证地点的气候条件与近地面的气候条件相似, 可用于计算非稳态、稳态以及中性天气条件下的折射率结构常数^[11]. 由 Tatarski 的结构函数公式得, 近地面大气湍流的大气折射率结构函数 $C_n^2(\text{m}^{-2/3})$ 为

$$C_n^2 = b \frac{k_h}{\epsilon^{1/3}} \left(\frac{\partial n}{\partial h} \right)^2 \quad (3)$$

式中: b 为 Obukhov-Corrsin 常数, 一般取值为 0.86; h 为距离地面的高度 (m); k_h 为湍流导温率; ϵ 为能量耗散率, 与风速有关^[12]; $\frac{\partial n}{\partial h}$ 为折射率的垂直梯度; 近地面大气压力的空间变化可以忽略不计, 折射率垂直梯度计算公式为^[9]

$$\frac{\partial n}{\partial h} = \frac{\partial n}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial h} + \frac{\partial n}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial h} = \left\{ -M_1(\lambda) \frac{P}{T^2} - 1.61 \left[M_2(\lambda) - M_1(\lambda) \frac{Pq}{T^2} \right] \right\} \frac{P}{T} \frac{\partial \theta}{\partial h} \times 10^{-6} +$$

$$1.61[M_2(\lambda) - M_1(\lambda)] \frac{P}{T} \frac{\partial q}{\partial h} \times 10^{-6} \quad (4)$$

式中: P 为大气压强(单位为 kPa); T 为温度(单位为 K); θ 为位温, $\lambda=0.55 \mu\text{m}$, $M_1(\lambda)=79.0$, $M_2(\lambda)=66.7$,在近地面可近似认为 $\Delta\theta=\Delta T$; $\frac{\partial q}{\partial h}$ 为比湿梯度,

$\frac{\partial\theta}{\partial h}$ 为位温梯度。

相对湿度 u 与比湿 q 的关系为

$$u = \frac{q}{0.622e_s 10^{a/(b+t)}} \quad (5)$$

式中: e_s 为 $T=273.15$ K 时的饱和水气压,其值为 6.107 8。当 $T \geq 273.15$ K 时, $a=7.5$, $b=237.3$,当 $T < 273.15$ K 时, $a=9.5$, $b=265.5$, t 为温度,单位为 $^{\circ}\text{C}$ 。

模型具体的推导过程以及数学描述见文献[11],该模型可以利用两个垂直高度的风速、温度和相对湿度等常规气象参数,计算近地面大气湍流折射率结构常数 C_n^2 ,进而表征近地面大气湍流的强度。

2 近地面大气湍流对量子通信信道纠缠度的影响

大气近地面层指邻贴地球表面的空气薄层,厚度约为 10~100 m,由于与地面的摩擦,近地面大气有明显的湍流特征。大气湍流使水分子、气溶胶粒子等发生湍流掺混作用,引起折射率的起伏,产生未知的散射、吸收等消光效应,导致量子所携带信息发生丢失、错误等,量子纠缠度下降,最终影响量子通信的质量。

根据文献[13],纠缠度表示为

$$E = S(\rho_A) = S(\rho_B) = -\text{tr}(\rho_A \log_2 \rho_A) \quad (6)$$

设近地面大气湍流为 A 系统,量子信道为 B 系统,系统 A 的约化密度矩阵为

$$\rho_A = \text{tr}_B(\rho_{AB}) \quad (7)$$

两个系统的任意态 $|\Psi_{AB}\rangle$ 表示为 Schmidt 分解的形式

$$|\Psi_{AB}\rangle = |e_A\rangle \otimes |\Phi_B\rangle = \sum_i \sqrt{p_i} |n\rangle \otimes |e_A\rangle \quad (8)$$

式中, $\sqrt{p_i}$ 是系统 A 和 B 的约化密度矩阵的共同的非零本征值, $|n\rangle$ 是 Hilbert 空间的一组完备基, $|e_A\rangle$ 是大气湍流系统的初始状态,随时间变化,纠缠最终演化为

$$|\Psi_{AB}\rangle = \sum_i \sqrt{p_i} |n\rangle \otimes |e_s\rangle \quad (9)$$

$|e_s\rangle$ 是量子态与大气湍流相互作用后最终的状态。

因此量子信道纠缠度与大气湍流中各气象参数有关,根据大气折射率结构常数 C_n^2 的公式(3)及(4),定义近地面大气湍流条件下,量子信道的纠缠度为

$$E = \frac{k_h \log_2 \left(\frac{P}{T} \right)}{\epsilon \cdot v \cdot \exp(u)} \quad (10)$$

根据式(10),信道纠缠度与压强、温度、风速、相对

湿度有关,在近地面情况下,压强近似为 $P=100$ kPa,导温率 $k_h=0.001$,能量耗散率 $\epsilon=0.003$,在温度 $T=25^{\circ}\text{C}$ 的条件下,对纠缠度、风速、相对湿度的关系进行仿真,结果见图 1。

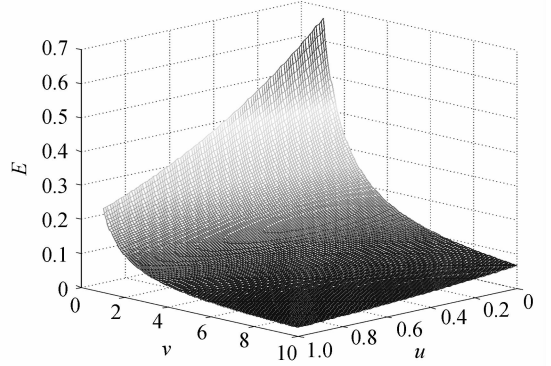


图 1 纠缠度与风速、相对湿度的关系

Fig. 1 Relationship between the degree of entanglement and wind speed, relative humidity

图 1 中, E 轴为纠缠度, u 轴为相对湿度, v 轴为风速。由图可知,在 $P=100$ kPa,导温率 $k_h=0.001$,能量耗散率 $\epsilon=0.003$,温度 $T=25^{\circ}\text{C}$ 的近地面湍流条件下,随着风速的增大,湍流强度增大,大气中水汽和污染物的交换作用明显增强,信道纠缠度减小;随着相对湿度的增加,大气中水分子含量增加,大气对信号的衰减作用增强,纠缠度降低,在风速不同的情况下,相同的相对湿度变化对纠缠度的影响程度不同,风速越小,影响越大。

对纠缠度和温度、相对湿度的关系进行仿真,结果见图 2。

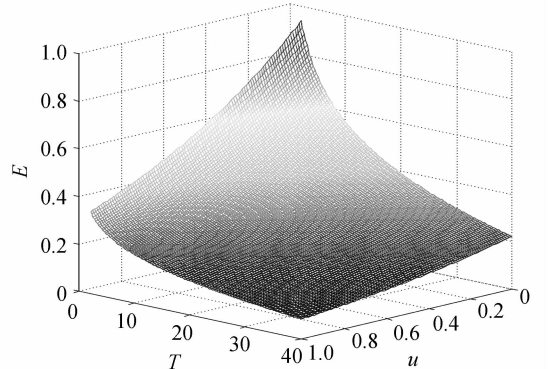


图 2 纠缠度与温度、相对湿度的关系

Fig. 2 Relationship between the degree of entanglement and temperature, relative humidity

图 2 中, E 轴为纠缠度, u 轴为相对湿度, T 轴为温度。在 $P=100$ kPa,导温率 $k_h=0.001$,能量耗散率 $\epsilon=0.003$,风速 $v=2$ m/s 的近地面大气湍流条件下,随着相对湿度的增加,大气中水分子含量增加,大气对信号的衰减作用增强,纠缠度减小;温度越高,湍流强度越强,大气折射率起伏越强,信道纠缠度越低,温度较低的情况下,相对湿度的变化对纠缠度的影响比较明显。

3 近地面大气湍流对量子信道容量的影响

3.1 退极化信道

一个量子位的密度算子由自旋极化矢量 \mathbf{P} 来表述^[14],即

$$\rho = \frac{1}{2}(I + \mathbf{P} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \quad (11)$$

由于量子位和环境的相互作用,导致极化矢量 \mathbf{P} 衰减,从而量子位态消相干.

设量子态的一般态为 $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$, $|e\rangle$ 代表湍流环境量子态,则量子态与湍流环境的联合演化为

$$|e\rangle = (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) \rightarrow \alpha(|e_0\rangle|0\rangle + |e'_0\rangle|1\rangle) + \beta(|e_1\rangle|1\rangle + |e'_1\rangle|0\rangle) \quad (12)$$

将湍流环境态表示为

$$\begin{cases} |e_{\pm}\rangle = \frac{1}{2}(|e_0\rangle \pm |e_1\rangle) \\ |e'_{\pm}\rangle = \frac{1}{2}(|e'_0\rangle \pm |e'_1\rangle) \end{cases} \quad (13)$$

并且规定

$|e_+\rangle = |e_1\rangle$, $|e'_+\rangle = |e_x\rangle$, $|e'_-\rangle = |e_y\rangle$, $|e_-\rangle = |e_z\rangle$,那么量子位和湍流构成的复合系统的么正演化表示为

$$U: |\varphi\rangle|e_1\rangle \rightarrow \sqrt{1-p}I|\varphi\rangle \otimes |e_1\rangle + \sqrt{\frac{p}{3}}X|\varphi\rangle \otimes |e_x\rangle + \sqrt{\frac{p}{3}}Y|\varphi\rangle \otimes |e_y\rangle + Z|\varphi\rangle \otimes |e_z\rangle \quad (14)$$

式中, p 为量子位的退极化概率.

对 $|e_1\rangle$ 演化来的正交基 $\{|e_1\rangle, |e_x\rangle, |e_y\rangle, |e_z\rangle\}$ 求偏迹,得到量子位的密度算子为

$$\rho = \frac{1}{2} \left[I + \left(1 - \frac{4}{3}p\right) \mathbf{P}(0) \cdot \boldsymbol{\sigma} \right] \quad (15)$$

由此可见,自旋极化矢量的大小减小到原来的 $1 - \frac{4}{3}p$ 倍.

量子退极化信道为^[15]

$$\varepsilon(\boldsymbol{\rho}_i) = p \frac{I}{2} + (1-p)\boldsymbol{\rho}_i \quad (16)$$

设输入字符为 $\boldsymbol{\rho}_1 = |0\rangle\langle 0|$, $\boldsymbol{\rho}_2 = |1\rangle\langle 1|$,则量子信道状态为

$$\begin{aligned} \varepsilon\left(\sum_i p_i \boldsymbol{\rho}_i\right) &= \varepsilon[p_1 \boldsymbol{\rho}_1 + (1-p_1)\boldsymbol{\rho}_2] = \frac{p}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \\ &(1-p)p_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + (1-p) \left(1-p_1 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right) = \\ &\begin{bmatrix} \frac{p}{2} + (1-p)p_1 & 0 \\ 0 & \frac{p}{2} + (1-p)(1-p_1) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

对应的诺依曼熵为

$$\begin{aligned} s[\varepsilon(\sum_i p_i \boldsymbol{\rho}_i)] &= - \left[\frac{p+2(1-p)p_1}{2} \log \cdot \right. \\ &\left. \frac{p+2(1-p)p_1}{2} + \frac{p+2(1-p)(1-p_1)}{2} \right. \\ &\left. \log \frac{p+2(1-p)(1-p_1)}{2} \right] \end{aligned} \quad (18)$$

收到字符的诺依曼熵为

$$s[\varepsilon(\boldsymbol{\rho}_1)] = s[\varepsilon(\boldsymbol{\rho}_2)] = H_2\left(\frac{P}{2}\right) \quad (19)$$

式中 $H_2\left(\frac{P}{2}\right)$ 为二元香农熵,则

$$\begin{aligned} \sum_i p_i s[\varepsilon(\boldsymbol{\rho}_i)] &= p_1 H_2\left(\frac{p}{2}\right) + \\ &(1-p_1) H_2\left(\frac{p}{2}\right) = H_2\left(\frac{p}{2}\right) \end{aligned} \quad (20)$$

由此

$$\begin{aligned} C(p, p_1) &= s[\varepsilon(\sum_i p_i \boldsymbol{\rho}_i)] - \sum_i p_i s[\varepsilon(\boldsymbol{\rho}_i)] = \\ &- \left\{ \left[\frac{p}{2} + (1-p)p_1 \right] \log \left[\frac{p}{2} + (1-p)p_1 \right] + \right. \\ &\left. \left[\frac{p}{2}(1-p)(1-p_1) \right] \log \left[\frac{p}{2} + (1-p) \cdot \right. \right. \\ &\left. \left. (1-p_1) \right] \right\} - H_2\left(\frac{p}{2}\right) \end{aligned} \quad (21)$$

当 $p = \frac{1}{2}$ 时,式(21)第一项取最大值.此时,

$s[\varepsilon(\sum_i p_i \boldsymbol{\rho}_i)] = H_2\left(\frac{1}{2}\right) = 1$. 因此信道容量为

$$C = \max C\left(p, \frac{1}{2}\right) = 1 - H_2\left(\frac{p}{2}\right) \quad (22)$$

根据湍流条件下,闪烁指数的概率密度函数以及大气折射率结构常数与闪烁指数的关系^[16-17],近地面湍流条件下量子态的退极化概率为

$$p = \frac{k_h v \exp(\varepsilon u) \exp\left[-\log\left(\frac{P}{T}\right)\right]}{\varepsilon \cdot 2\sqrt{2}\pi} \quad (23)$$

3.2 幅值阻尼信道

量子信号在信道中传输时其能量损失是一种典型的传输特性.以光子为例,由于信道损耗,光子会丢失,这种信道称为幅值阻尼信道.

幅值阻尼信道的运算元为^[15]

$$E_k = \sum_n \sqrt{\binom{n}{k}} \sqrt{(1-\gamma)^{n-k} \gamma^k} |n-k\rangle\langle n| \quad (24)$$

式中, γ 是丢失一个光子的概率; $|k\rangle, \langle n|$ 分别为大气湍流与量子系统湮灭算子的本征态.

对于一个单量子比特状态

$$\boldsymbol{\rho} = \begin{bmatrix} a & b \\ b^* & c \end{bmatrix} \quad (25)$$

经过幅值阻尼信道后,状态变为

$$\varepsilon(\boldsymbol{\rho}) = \begin{bmatrix} 1 - (1-\gamma)(1-a) & b \sqrt{1-\gamma} \\ b^* \sqrt{1-\gamma} & c \sqrt{1-\gamma} \end{bmatrix} \quad (26)$$

设信道容量为 C , 信源为 $\{p_i, \rho_i\}$, 其中 p_i 为信源字符取 ρ_i 时的概率, 量子信道为 $c_i = \varepsilon(\rho_i)$, 当输入字符 $\rho_1 = |0\rangle\langle 0|, \rho_2 = |1\rangle\langle 1|$ 时, 有

$$\begin{aligned} \varepsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right) &= \varepsilon[p_1 \rho_1 + (1-p_1) \rho_2] = \\ & p_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + (1-p_1) \begin{bmatrix} \gamma & 0 \\ 0 & 1-\gamma \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} p_1 + (1-p_1)\gamma & 0 \\ 0 & (1-p_1)(1-\gamma) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (27)$$

其对应的诺依曼熵为

$$s[\varepsilon(\sum_i p_i \rho_i)] = -[(p_1 + (1-p_1)\gamma) \log(p_1 + (1-p_1)\gamma) + (1-p_1)(1-\gamma) \log(1-p_1)(1-\gamma)]$$

收到字符的诺依曼熵为

$$\sum_i p_i s[\varepsilon(\rho_i)] = (1-p_1) H_2(\gamma)$$

式中, $H_2(\gamma)$ 为二元香农熵, 信道容量为

$$C = \max\left\{s\left[\varepsilon\left(\sum_i p_i \rho_i\right)\right] - \sum_i p_i s\left[\varepsilon(\rho_i)\right]\right\}$$

对上式求导, 当 $p_1 = \frac{t(1-\gamma) - \gamma}{(1+t)(1-\gamma)}$, $t = 2^{H_2(\gamma)/(1-\gamma)}$ 时,

取最大值, 因此幅值阻尼信道的信道容量为

$$C = -[(p_1 + (1-p_1)\gamma) \log(p_1 + (1-p_1)\gamma) + (1-p_1)(1-\gamma) \log(1-p_1)(1-\gamma)] - (1-p_1) H_2(\gamma) \quad (28)$$

根据单光子传输成功概率与传输距离的关系^[18], 近地面湍流条件下, 丢失一个光子的概率为

$$\gamma = 1 - \exp[-(a\varepsilon v - b\varepsilon u - c k_h T) \cdot L] \quad (29)$$

式中 $a+b+c=1$, ε 为能量耗散率, k_h 为导温率, L 为近地面大气湍流厚度。

3.3 仿真分析

在 $P = 100$ kPa, 温度 $T = 25^\circ\text{C}$, 导温率 $k_h = 0.001$, 能量耗散率 $\varepsilon = 0.003$ (幅值阻尼信道中, $a=b=0.4, c=0.2, L=0.1$ km) 的近地面湍流条件下, 对两种信道的信道容量与风速、相对湿度的关系进行仿真, 结果见图 3。

在 $P = 100$ kPa, 风速 $v = 2$ m/s, 导温率 $k_h = 0.001$, 能量耗散率 $\varepsilon = 0.003$ (幅值阻尼信道中, $a=b=$

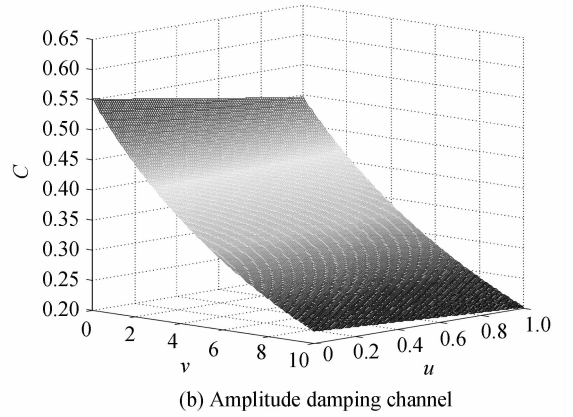
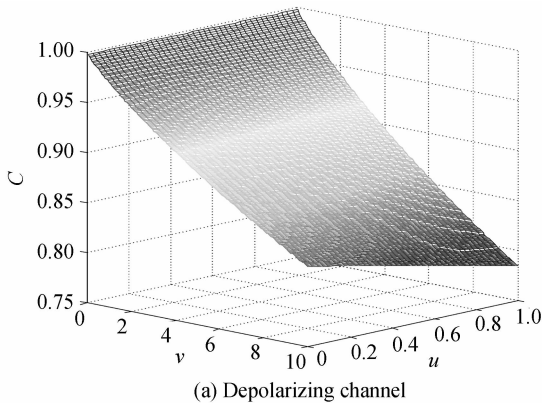


图 3 信道容量与风速、相对湿度的关系

Fig. 3 Relationship between the capacity of channel and wind speed, relative humidity

0.4, $c=0.2, L=0.1$ km) 的近地面湍流条件下, 对信道容量与风速、相对湿度的关系进行仿真, 见图 4。

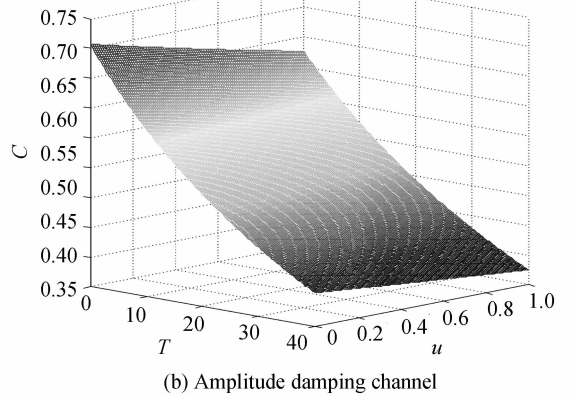
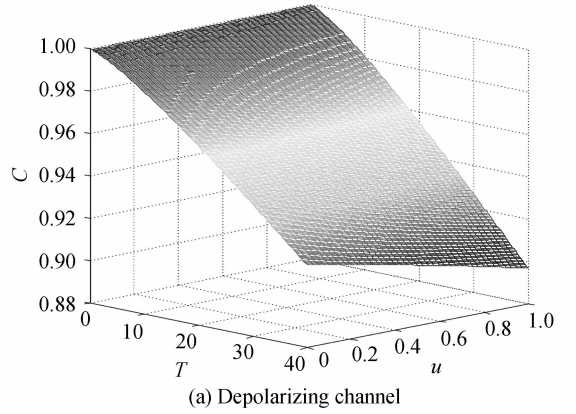


图 4 信道容量与温度、相对湿度的关系

Fig. 4 Relationship between the capacity of channel and temperature, relative humidity

图 3 中, C 轴为信道容量, v 轴为风速, u 轴为相对湿度; 图 4 中, C 轴为信道容量, T 轴为温度, u 轴为相对湿度。可以看出, 随着风速、相对湿度、温度的增加, 大气湍流强度增大, 大气衰减作用和大气折射率起伏明显增强, 导致退极化信道和幅值阻尼信道的信道容量发生了不同程度的减小, 湍流对幅值阻尼信道容量的影响比退极化信道更加明显。光子在近地面湍流

情况下传输时发生丢失的概率要远远大于量子态退极化的概率。对比图 3(a)和图 4(a),可以看出随着风速、温度的增加,相对湿度对信道容量的影响越来越明显,风速可能是影响退化信道容量的主要因素。

4 近地面大气湍流对量子信道利用率的影响

假设发射端发送的量子比特为 R_a ,经过近地面大气湍流后到达接收端的量子比特为 R_b ,则在近地面大气湍流条件下,量子信道的利用率 η 为

$$\eta = R_b/R_a \quad (30)$$

设成功发送任一信息平均需要发送 N 次,链路的平均利用率 U 为^[19]

$$U = \frac{t_d}{N(t_d + t_p + t_q + t_r)} = \frac{1-p}{N\left(1+2\times\frac{t_p}{t_d} + \frac{t_q}{t_d}\right)} \quad (31)$$

式中, p 表示信息的误码率, t_d 表示信息传输的时间, t_q 表示信道的传输时延, t_p 表示应答时延。

考虑近地面大气湍流的特性,湍流条件下链路的利用率定义为

$$U = \frac{1-p}{\left[1+(1-\epsilon)\frac{u}{u_{\max}} + (1-k_h)\frac{T}{T_{\max}} + (1-\epsilon)\frac{v}{v_{\max}}\right]} \quad (32)$$

式中, p 为误码率, ϵ 为近地面大气湍流的能量耗散率, k_h 为导温率, u_{\max} 为湿度范围最大值,同理,定义 T_{\max} 、 v_{\max} 。

近地面大气湍流条件下,定义量子信道的利用率为

$$U = (R_b/R_a) \times \frac{1-p}{\left[1+(1-\epsilon)\frac{u}{u_{\max}} + (1-k_h)\frac{T}{T_{\max}} + (1-\epsilon)\frac{v}{v_{\max}}\right]} \quad (33)$$

根据式(33),假设量子链路利用率 $\eta=0.8$,导温率 $k_h=0.001$,能量耗散率 $\epsilon=0.003$,误码率 $p=0.01$,在温度 $T=25^\circ\text{C}$ 时,对利用率 U 、风速 v 、相对湿度 u 的关系进行仿真,结果见图 5。

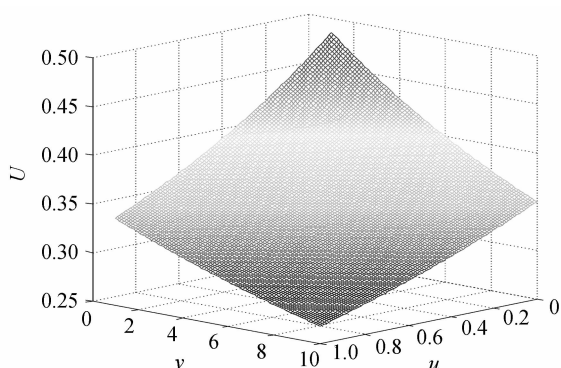


图 5 链路利用率与风速、相对湿度的关系

Fig. 5 Relationship between link utilization and wind speed, relative humidity

图 5 中, U 轴代表利用率, u 轴代表相对湿度, v 轴代表风速。可以看出,在导温率 $k_h=0.001$,能量耗散率 $\epsilon=0.003$,温度 $T=25^\circ\text{C}$ 的近地面大气湍流条件下,随着相对湿度的增加,大气水分子含量增加,湍流强度增加,大气衰减和大气折射率起伏增强,信道利用率 U 越来越小;在相对湿度固定的情况下,风速 v 增大,湍流的强度增大,信道利用率减小。

对利用率 U 、相对湿度 u 、温度 T 之间的关系进行仿真,结果见图 6。

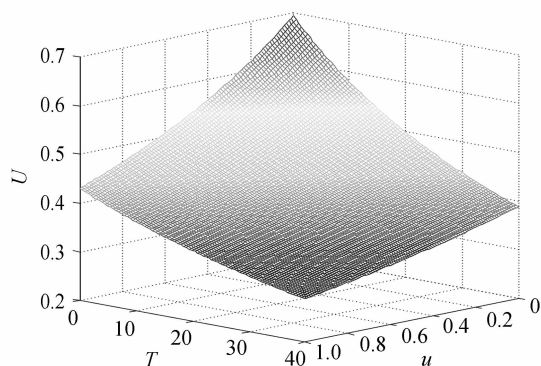


图 6 链路利用率与温度、相对湿度的关系

Fig. 6 Relationship between link utilization and temperature, relative humidity

图 6 中, U 轴代表利用率, u 轴代表相对湿度, T 轴代表温度。在导温率 $k_h=0.001$,能量耗散率 $\epsilon=0.003$,风速 $v=2\text{ m/s}$ 的近地面大气湍流条件下,随着相对湿度的增加,湍流强度增加,大气中的水分子对光子的吸收及散射作用增强,信道利用率减小;随着温度的增加,大气中分子的无规则运动加强,利用率减低,温度可能是影响链路利用率的主要因素。

5 结论

研究了近地面大气湍流对自由空间量子通信信道的影响。反演计算了大气湍流折射率结构常数的气象参数,研究了近地面大气湍流与量子信道纠缠度、信道容量和链路利用率之间的关系。结果表明,随着近地面大气湍流强度的改变,量子通信中各项通信性能的指标都发生了不同的改变。其中,对幅值阻尼信道的信道容量的影响尤为明显。因此,在自由空间量子通信中,近地面大气湍流等客观因素不容忽视,需要根据各种气象参数自适应调整通信系统的参数,以降低湍流对量子通信的影响。

参考文献

- [1] KURTSIEFER C, ZARDA P, HALDER M, *et al.* A step towards global key distribution[J]. *Nature*, 2002, **419** (6906): 450-451.
- [2] VILLORESI P, JENNEWEIN T, TAMBURINI F, *et al.* Experimental verification of the feasibility of a quantum channel between space and earth[J]. *New Journal of Physics*, 2008, **10**(3): 3436-3440.

- [3] JIN X M, REN J G, YANG B, *et al.* Experimental free-space quantum teleportation[J]. *Nature Photonics*, 2010, **4**(6): 376-381.
- [4] YIN J, CAO Y, YONG H L, *et al.* Bounding the speed of ‘spooky action at a distance’[J]. *Eprint Arxiv*, 2013, **103**(3): 364-376. .
- [5] ROUX F S. Infinitesimal-propagation equation for decoherence of an orbital-angular-momentum-entangled biphoton state in atmospheric turbulence[J]. *Physical Review A*, 2011, **83**(5): 2316-2321.
- [6] REN Jie, NIE Min, YANG Guang, *et al.* Influences of multiple factors of natural environment on the performance of free space quantum communication[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2015, **44**(12): 1227003.
任杰,聂敏,杨光,等. 自然环境中多因子对自由空间量子通信性能的影响[J]. *光子学报*, 2015, **44**(12): 1227003.
- [7] NIE Min, SHANG Peng-gang, YANG Guang, *et al.* Influences of mesoscale sandstorm on the quantum satellite communication channel and performance simulation[J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, **63**(24): 240303.
聂敏,尚鹏钢,杨光,等. 中尺度沙尘暴对量子卫星通信信道的影响及性能仿真[J]. *物理学报*, 2014, **63**(24): 240303.
- [8] LASCAUX F, MASCIADRI E, FINI L. Forecast of surface layer meteorological parameters at Cerro Paranal with a mesoscale atmospheric model[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2013, **449**(2): 1664-1678.
- [9] HU Yue-hong, QIANG Wen-xi, FENG Jian-wei, *et al.* Modeling of atmospheric turbulence in surface layer over desert based on meteorological parameters[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2010, **22**(12): 2800-2802.
胡月宏,强文希,冯建伟,等. 基于气象参数戈壁沙漠地区近地面大气湍流建模[J]. *强激光与粒子束*, 2010, **22**(12): 2800-2802.
- [10] EDELING W N, CINNELLA P, DWIGHT R P, *et al.* Bayesian estimates of parameter variability in the $k - \epsilon$ turbulence model[J]. *Journal of Computational Physics*, 2014, **258**(1): 73-94.
- [11] 石鹏飞. 基于常规气象参数的大气湍流建模技术研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2011.
- [12] WU Xiao-qing, NIE Qun, FANG Qiang. Measurement and analysis of turbulent mean kinetic energy dissipation rate in the atmospheric surface layer[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2007, **39**(6): 722-726.
吴晓庆,聂群,方强. 近地面大气湍流平均动能耗散率测量与分析[J]. *力学学报*, 2007, **39**(6): 722-726.
- [13] 张永德. 高等量子力学[M]. 北京:科学出版社,2010:525.
- [14] 尹浩,马怀新. 军事量子通信概论[M]. 北京:军事科学出版社,2006:227.
- [15] 尹浩,韩阳. 量子通信原理与技术[M]. 北京:电子工业出版社,2013:78-83.
- [16] MA Xiao-shan, ZHU Wen-yue, RAO Rui-zhong. Comparison of refractive index structure constants of atmospheric turbulence deduced from scintillation and beam wander effects[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2007, **19**(4): 539-542.
马晓珊,朱文越,饶瑞中. 利用闪烁和漂移效应测量大气折射率结构常数的对比分析[J]. *强激光与粒子束*, 2007, **19**(4): 539-542.
- [17] WANG Hong-xing, HU Hao, ZHANG Tie-ying, *et al.* Modeling and simulating of error performance for free space optical communication system through weak turbulence atmosphere[J]. *Journal of System Simulation*, 2011, **23**(4): 789-792.
王红星,胡昊,张铁英,等. 弱湍流中无线光通信系统差错性能建模与仿真[J]. *系统仿真学报*, 2011, **23**(4): 789-792.
- [18] HAN Chao. Quantum error correction for qubit loss via Two-to-six qubit encoding [J]. *Journal of Ningbo University (NSEE)*, 2013, **26**(1): 111-112.
韩超. 基于二到六位比特编码的单量子比特丢失纠错[J]. *宁波大学学报(理工版)*, 2013, **26**(1): 111-112.
- [19] 李建东,盛敏,李红艳. 通信网络基础[M]. 北京:高等教育出版社,2011:49.