

doi: 10.3788/gzxb20164504.0406003

非二进制低密度奇偶校验码在 16QAM 光传输系统中的性能

王黎明, 乔耀军, 张文博

(北京邮电大学 信息光子学和光通信国家重点实验室, 北京 100876)

摘要:以 16-相正交幅度调制(16QAM)为例,分析比较了伽罗华($GF(2^m)$)域上 $m=1,2,4$ 时,3 种低密度奇偶校验(LDPC)码在 16QAM 光传输系统中的性能.分析表明,无论在纠错性能还是译码效率方面,4 进制 LDPC 码比 16 进制 LDPC 码具有更大优势.为进一步改善高阶调制光传输系统中非二进制低密度奇偶校验(NB-LDPC)码的性能,在 16QAM 系统下的 4 进制 LDPC 码中引入水印位符号.与传统的非二进制 LDPC 译码方案相比,水印位方案的平均迭代次数显著下降,即引入水印位可以极大地提高 NB-LDPC 码的译码效率.当误码率 $BER=10^{-5}$ 时水印位方案可以改善 0.1 dB 的净编码增益.

关键词:光通信;低密度奇偶校验码;高阶调制;纠错性能;译码效率

中图分类号:TN911

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2016)04-0406003-5

Performance of Non-binary Low Density Parity Check Codes in 16QAM Optical Transmission Systems

WANG Li-ming, QIAO Yao-jun, ZHANG Wen-bo

(The State Key Laboratory of Information Photonics and Optical Communications,
Beijing University of Posts and Telecommunications (BUPT), Beijing 100876, China)

Abstract: Taken 16 Quadrature Amplitude Modulation (16QAM) as an example, the performance of three kinds of LDPC codes over Galois fields ($GF(2^m)$) for $m=1,2,4$ in 16QAM systems was analyzed. The simulation results show that 4-ary LDPC code, rather than 16-ary LDPC, shows significant advantages in both error correction performance and decoding efficiency. Then in order to further improve the performance of NB-LDPC codes in high-order modulation systems, the watermark symbols are introduced into 4-ary LDPC codes in 16QAM systems. Compared with traditional non-binary LDPC decoding, the average iteration number of watermark scheme presents a quite obvious decrease, it means that the decoding efficiency can be greatly improved by using watermark scheme. Moreover a further Net Code Gain (NCG) improvement of about 0.1 dB can be attained when bit error ratio $BER=10^{-5}$.

Key words: Optical communications; Low density parity check codes; High-order modulation; Error correction performance; Decoding efficiency

OCIS Codes: 060.2330; 060.4510; 060.4080

0 引言

采用高阶调制格式^[1-2]可以使高速光传输具有更大容量和更高频谱效率,但是高阶调制格式会使传输系统对光信噪比(Optical Signal Noise Rate, OSNR)的需求增加,为了提高系统对传输损伤的容忍度,使用低

密度奇偶校验(Low-Density Parity-Check, LDPC)码此类前向纠错(Forward Error Correction, FEC)技术变得十分必要。

作为线性分组码的一个重要子类,LDPC 码因其逼近香农极限的优良性能,自提出后就受到纠错码研究领域的广泛关注^[3-4].1998 年 Davey 和 MacKay 提出

基金项目:国家自然科学基金(Nos.61271192,61331010,61427813)和国家高技术发展研究计划(No.2013AA013401)资助

第一作者:王黎明(1992-),女,硕士研究生,主要研究方向为光传输系统中的前向纠错技术. Email:wanglm2009jlu@163.com

导师(通讯作者):乔耀军(1972-),男,教授,博士,主要研究方向为高速光传输系统中的关键技术. Email:qiao@bupt.edu.cn

收稿日期:2015-10-28;录用日期:2015-12-18

<http://www.photon.ac.cn>

了二进制 LDPC 码在有限域的扩展版本非二进制 LDPC(Non-binary LDPC, NB-LDPC)码^[5],其码字元素取自 q 阶伽罗华域(Galois Field, $GF(q)$).非二进制 LDPC 码被认为是一种性能优于二进制 LDPC 码的好码,尤其是在与高阶调制格式结合使用时^[6-7].然而 LDPC 码的纠错性能并不正比于阶数 q ,而且随着伽罗华域阶数的增加译码复杂度急剧增加^[8].为了权衡纠错性能和译码复杂度,找到适合 16-相正交幅度调制(16 Quadrature Amplitude Modulation, 16QAM)光传输系统的最优性能方案,对 $GF(q)$ 域上不同进制 LDPC 码的性能进行比较是十分有意义的.

基于快速傅里叶变换的混合域 q 阶和积译码算法(Mixed-Domain q -ary Sum-Product Algorithm based on Fast Fourier Transform, MD-FFT-QSPA)是非二进制 LDPC 译码领域最具潜力的一种算法^[9-10].非二进制 LDPC 译码本身的复杂度造成巨大功耗,因而 FEC 硬件实现困难^[11-12],如何降低 NB-LDPC 的译码复杂度、提高其译码效率是目前亟待解决的一大难题.近期一种基于水印位的二进制 LDPC 方案被提出,这种改进的水印位方案纠错性能和译码效率均优于传统的 LDPC 方案^[13-14].因此本文把水印位符号引入到非二进制 LDPC 中并探究其在 16QAM 系统中的性能.

本文讨论了 $GF(2^m)$ 域上 $m=1, 2, 4$ 时几种同比特长度 LDPC 码在 16QAM 光传输系统中的性能表现,对不同进制 LDPC 码的 BER 性能和平均迭代次数进行综合比较.并将水印位引入非二进制 LDPC 码中并研究水印位非二进制方案在 16QAM 系统中的性能.

1 不同进制 LDPC 码的性能

1.1 MD-FFT-QSPA 译码算法

选择一种构造良好的 NB-LDPC 码,即非二进制准循环(Quasi-Cyclic, QC)LDPC 码,来实施 16QAM 光系统中 LDPC 码的性能仿真比较.这种 LDPC 码的构造原理是基于循环移位矩阵,其编码实现复杂度较低^[15-16].仿真所采用的译码算法是 MD-FFT-QSPA,其译码流程图如图 1.

该算法最大的优势是避免了数域的乘除法运算,而在信息重排步骤中出现的有限域乘法运算可以通过简单的查表(Look-Up Tables, LUTs)来解决.根据软判决译码算法的原理,从解调器接收到的信息以对数似然比(Likelihood Rate, LLR)形式作为初始化软信息用于译码.假设 $GF(q)$ 域的每个值都以同等概率出现,运用贝叶斯准则推导初始化 LLR 值为

$$LLR_k = \ln\left(\frac{\Pr(v_i = k|y)}{\Pr(v_i = 0|y)}\right) = \ln\left(\frac{\Pr(y|v_i = k)}{\Pr(y|v_i = 0)}\right), \quad k \in GF^*(q) \quad (1)$$

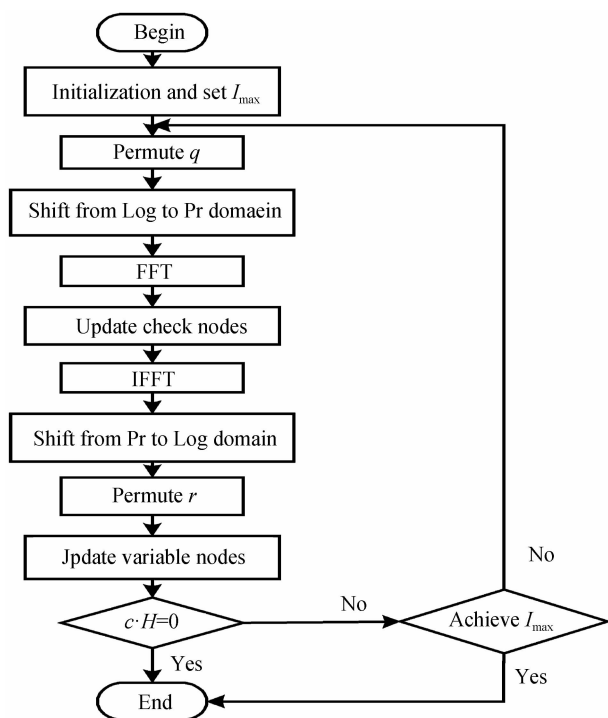


图 1 MD-FFT-QSPA 的译码流程

Fig. 1 Flow chart of MD-FFT-QSPA decoding

式中 $GF^*(q)$ 包含了 $GF(q)$ 域上除零之外的所有值.通常 FEC 研究中,光传输信道噪声被看作加性高斯白噪声模型^[17],即

$$\Pr(y|v_i = k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(y-k)^2}{2\sigma^2}}, k \in GF^*(q) \quad (2)$$

对于 16QAM 高阶调制,每个星座点信息由同相支路(I-way)和正交支路(Q-way)两路信息组成.因此将初始化信息表达式最终转化为

$$LLR_k = \frac{2(y_I + y_Q)}{\sigma^2} \quad (3)$$

1.2 映射方式

LDPC 符号映射到 16QAM 星座图的方式直接影响译码初始化的结果.在一个 16QAM 星座图中, $m(m = \log_2 16)$ 个连续的 LDPC 符号被映射到星座图的一个点.根据文献[18],可以把 m 个连续的 LDPC 符号分成两部分,分别独立且正交地映射到同相分量信号和正交分量信号.图 2 为仿真中所用的不同进制 LDPC 码的映射结果图.

图 2(a)为二进制 LDPC 码:四个连续的二进制符号映射到一个 16QAM 星座点,其中前两个组合映射到星座点信号的同相分量,后两个相应地映射到正交分量.

图 2(b)为 4 进制 LDPC 码:两个组合的四进制符号映射到 16QAM 星座图的一点,前一个符号映射到同相信号分量而后一个映射到正交分量.

图 2(c)为 16 进制 LDPC 码:对于 16QAM 星座图上的每一个点,仅仅有一个包含了同相分量和正交分

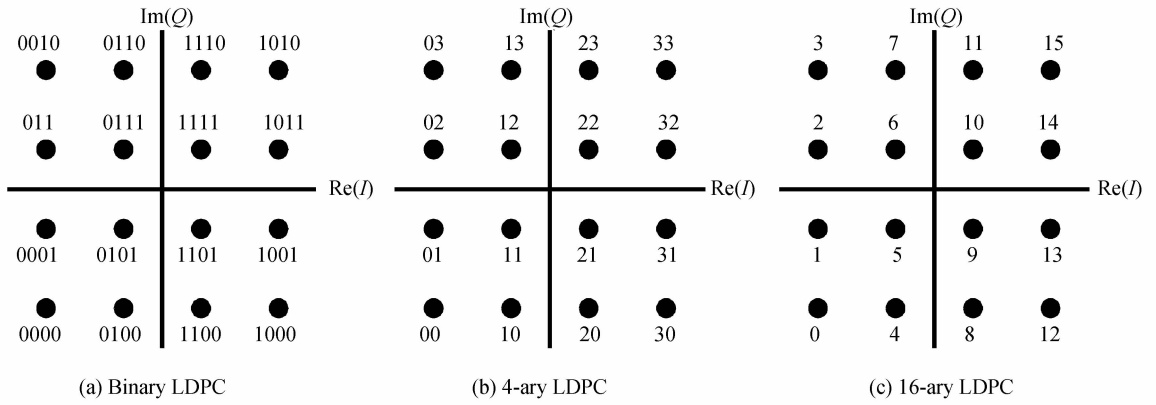


图 2 不同进制 LDPC 码的映射结果星座图

Fig. 2 Mapping result constellations for different LDPC codes

量的十六进制符号与之对应。

1.3 仿真结果

图 3 为仿真中所使用的包含 LDPC 模块的 16QAM 传输系统框图. 在这个 128 Gb/s 的背靠背 (back-to-back) 光传输系统中, 仿真比较了 GF(2^m) 域上 m=1, 2, 4 时几种 LDPC 码的性能.

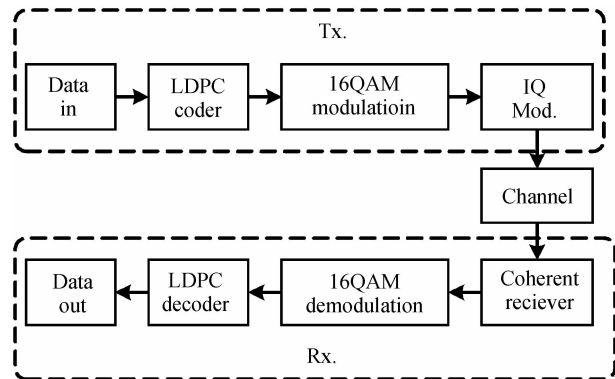


图 3 包含 LDPC 模块的 16QAM 光传输系统框图

Fig. 3 Schematic diagram of 16QAM transmission system with LDPC

对 16QAM 系统中同比特长度的 2 进制、4 进制及 16 进制 LDPC 码的纠错能力和译码效率进行仿真. 根据文献[9, 19]中关于码长、码率及迭代次数对 MD-FFT-QSPA 算法译码性能影响的研究, 本文仿真使用的码都是码率为 81.25% 的 (3, 16)-规则 QC-LDPC 码, 2 进制、4 进制、16 进制 QC-LDPC 码的码长分别设为 4 096, 2 048 和 1 024, 且译码的最大迭代次数为 50. 其 BER 性能和平均迭代次数的比较结果见图 4、图 5.

由图 4 可以看出, 相比于二进制 LDPC 码, 4 进制和 16 进制 LDPC 码都能获得一定净编码增益 (NCG) 的改善, 但是当 BER = 10⁻⁵ 时, 相比于 4 进制 LDPC, 16 进制 LDPC 码的净编码增益有一个 0.5 dB 的下降. 图 5 中在相同 OSNR 下 4 进制 LDPC 码的平均迭代次数在三种码中最少, 也就是说 4 进制码具有较高的译码效率. 这些结果表明, 对于 16QAM 光系统, 并不是同阶的 16 进制 LDPC 码而是 4 进制 LDPC 码在纠错

性能以及译码效率方面都有较大优势.

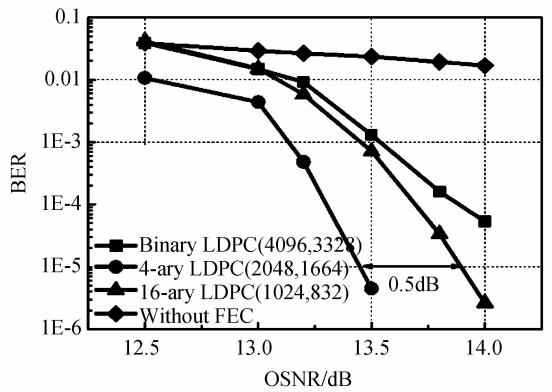


图 4 16QAM 系统中同比特长度 LDPC 码的 BER 与 OSNR 曲线

Fig. 4 BER versus OSNR for 16QAM systems with bit-length-matched LDPC codes over GF(2^m)

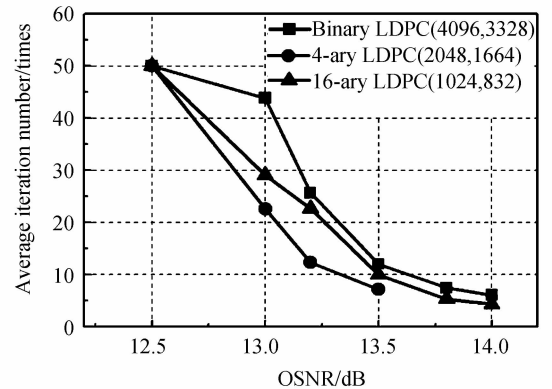


图 5 16QAM 系统中同比特长度 LDPC 码的平均迭代次数与 OSNR 曲线

Fig. 5 Average iteration number versus OSNR for 16QAM systems with bit-length-matched LDPC codes

2 基于水印位的 NB-LDPC 方案

2.1 水印位方案原理

考虑光传输系统的复杂性, 噪声方差是常量的 AWGN 模型, 并不能准确描述实际传输信道, 实际传输系统中, 短时间内 LDPC 码所经历的信道噪声方差

是时变的. 本文利用“水印位符号”的特征符号来追踪时变的噪声方差以获得更加准确的噪声信息. 这些水印位符号在编码器端被等间隔地插入到 NB-LDPC 序列中并在 LDPC 译码前被相应地提取出来. 根据已知的水印位符号先验信息来追踪信道中噪声方差的变化, 得到更符合实际传输情况的噪声信息用于译码初始化.

向原始 LDPC 码字中等间隔地插入一些“0”符号作为水印位符号, 由于信道噪声的影响, 一些水印位符号在译码端经硬判决后很可能变为 GF(q)域上的任意非零值. 可以说提取出的水印位符号与之前插入的符号相同与否可以直接反应出叠加在该符号上的信道噪声水平. 甚至可以认为一个 NB-LDPC 码字序列中的每个符号所承受的噪声水平都是不同的. 其经历的噪声方差可以表示为

$$\sigma(n) = \sqrt{\frac{E_b}{2R \cdot E_b/N_0} \left(1 + \sum_{i=1}^{N/\tau} x(i) e^{-\alpha(n-i \cdot \tau)^2}\right)},$$

$$n=1, 2, \dots, N \quad (4)$$

$$x(i) = \begin{cases} -1, & \text{the } i\text{th watermark symbol is right} \\ +1, & \text{the } i\text{th watermark symbol is wrong} \end{cases} \quad (5)$$

式中 E_b 是比特能量, E_b/N_0 是比特能量与噪声功率谱密度比, R 是码率, $\sqrt{\frac{E_b}{(2R \cdot E_b/N_0)}}$ 是 AWGN 模型下的常量 σ . N 是码长, τ 是水印位间隔, α 是修正因子, τ 和 α 都可以通过仿真获得其经验值.

$x(i)$ 取 ± 1 , 若接收到的第 i 个水印位符号经硬判决后的结果与之前插入的一致, 可以认为该符号周围的 LDPC 码受到较小的信道噪声影响, 或者说该符号周围小范围内的码字经历了一个较好的信道, 此时 $x(i)$ 取 -1 ; 反之若不一致则可以认为该水印位符号和其相邻的 LDPC 码字经历了一个噪声水平相对较高的较差的信道, 此时 $x(i)$ 取 $+1$.

水印位方案的实现过程如图 6. 利用水印位先验信息来追踪变化的噪声方差, 可以估计出更加准确的信道噪声信息, 从而得到优化的初始化信息用于 LDPC 译码.

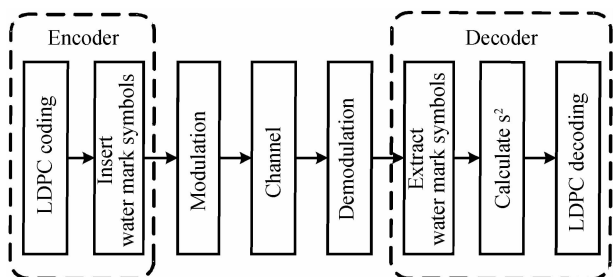


图 6 水印位 NB-LDPC 方案的实现过程

Fig. 6 Implementation process of watermark LDPC scheme

2.2 水印位 NB-LDPC 方案的性能

为了研究水印位 NB-LDPC 方案的性能, 在 16QAM 系统中向呈现较好性能的 4 进制 LDPC 码引入水印位符号. 在相同码长和码率的条件下对比水印位方案与传统 4 进制 LDPC 方案在纠错能力和译码效率两方面的性能, 其中所插入的水印位符号的比例为 1.56%. BER 性能和平均迭代次数的比较结果如图 7、图 8.

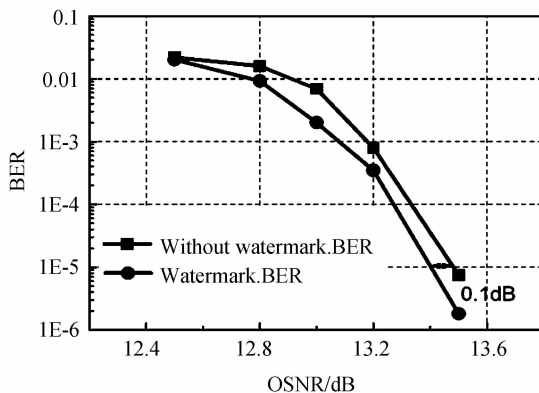


图 7 传统四进制 LDPC 方案和水印位四进制 LDPC 方案的 BER 与 OSNR 曲线

Fig. 7 BER versus OSNR of traditional scheme and watermark scheme with 4-ary LDPC

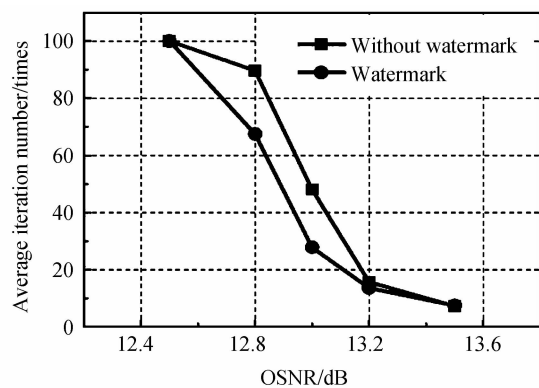


图 8 传统四进制 LDPC 方案和水印位四进制 LDPC 方案的平均迭代次数与 OSNR 曲线图

Fig. 8 Average iteration number versus OSNR of traditional scheme and watermark scheme with 4-ary LDPC

从图 7 可以看出, 当 $BER=10^{-5}$ 时, 与传统 4 进制 LDPC 方案相比, 水印位方案有一个 0.1dB 的净编码增益的改善. 图 8 为最大迭代次数设为 100 时水印位方案 and 传统方案的平均迭代次数, 在 OSNR 合适的情况下, 相比于传统方案, 水印位方案的平均迭代次数显著的下降, 即水印位方案可以提高 NB-LDPC 的译码效率, 也就降低了 FEC 模块的译码功耗.

总的来说, 向非二进制 LDPC 码中引入水印位符号能够显著提高 NB-LDPC 的译码效率, 与此同时还能带来一定的纠错性能的改善. 插入水印位所带来的冗余度不足 2%, 但是对性能的改善是仅仅靠降低同样比例的码率所难以达到的.

3 结论

高阶调制格式以及非二进制 LDPC 码的使用使得光传输系统能够获得更高速率、更大容量的高质量传输. 为了研究高阶调制格式下非二进制 LDPC 码阶数的选择以获得最优性能, 本文以 16QAM 光传输系统为例, 分析了 GF(2^m)域上 $m=1, 2, 4$ 时几种同比特长度 LDPC 码在 16QAM 系统中的性能. 仿真结果表明, 在 16QAM 光系统中, 4 进制、16 进制 LDPC 码在纠错性能和译码效率方面都要优于二进制 LDPC, 但是 16 进制 LDPC 码的净编码增益相对于 4 进制 LDPC 码有一个 0.5dB 的下降, 后者是更适合的 16QAM 高阶调制光系统的 LDPC 方案. 为了进一步提高高阶调制光系统中 NB-LDPC 的译码效率, 将水印位引入到 16QAM 系统中的 4 进制 LDPC 码中并将其与传统译码方案进行了性能比较, 结果显示在相同 OSNR 条件下水印位方案的平均迭代次数相比于传统方案显著下降, 也就是采用水印位非二进制方案可以有效提高译码效率, 此外当 BER = 10^{-5} 时水印位方案还能带来 0.1 dB 的净编码增益的改善.

参考文献

[1] HUANG Yue-kai, HUANG Ming-fang, IP E, *et al.* High-capacity fiber field trial using terabit/s all-optical OFDM superchannels with DP-QPSK and DP-8QAM/DP-QPSK modulation[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2013, **31**(4): 546-553.

[2] SEIMETZ M. High-order modulation for optical fiber transmission[M]. Springer: Verlag Berlin Heidelberg, 2009.

[3] MACKAY D, NEAL M. Near Shannon limit performance of low density parity check codes[J]. *Electronics Letters*, 1997, **33**(6): 457 - 458.

[4] LI Sha, YU Chong-xiu, KANG Zhe, *et al.* 160-Gb/s NRZ-DQPSK optical transmission system employing QC-LDPC code [J]. *Chinese Optics Letters*, 2014, **12**(1): 17-21.

[5] DAVEY M. Low-density parity check codes over GF(q)[J]. *Communications Letters* 1998, **2**(6): 165-167.

[6] DAVEY M. Error-correction using low-density parity-check codes[D]. UK: University Cambridge, 1999.

[7] ARABACI M, DJORDJEVIC B, SAUNDERS R, *et al.* Nonbinary quasi-cyclic LDPC-based coded modulation for beyond 100-Gb/s transmission [J]. *Photonics Technology*

Letters, 2010, **22**(6): 434-436.

[8] LEHNIGK-EMDEN T, WEHN N. Complexity evaluation of non-binary Galois field LDPC code decoders[C]. *Turbo Codes and Iterative Information Processing*, 2010 6th International Symposium on, IEEE, 2010: 53-57.

[9] ARABACI M. Nonbinary-LDPC-coded modulation schemes for high speed optical communication networks[D]. Arizona: University of Arizona, 2010.

[10] SAFARNEJAD L, SADEGHI M R. FFT Based Sum-product algorithm for decoding LDPC lattices[J]. *IEEE Communications Letters*, 2012, **16**(9): 1504-1507.

[11] SPAGNOL C, POPOVICI E, MARNANE W. Hardware implementation of GF(2^m) LDPC decoders [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*. 2009, **56**(12): 2609-2620.

[12] LIN Jun, YAN Zhi-yuan. An efficient fully parallel decoder architecture for nonbinary LDPC codes [J]. *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration Systems*, 2014, **22**(12): 2649-2660.

[13] BI Wei, ZHANG Wen-bo, HE Wen-xue, *et al.* A modified decoding algorithm involving priori characteristics bits for LDPC[C]. *Advanced Infocomm Technology (ICAIT)*, 2013 6th International Conference on. IEEE, 2013:245-246.

[14] HE Wen-xue, ZHANG Wen-bo, LI Chao, *et al.* Performance analysis of LDPC code based on watermark scheme in high-speed optical communication system [J]. *Chinese Optics Letters*, 2015, **13**(s1): S10601.

[15] SONG Shu-mei, ZENG Ling-qi, Lin Shu, *et al.* Algebraic constructions of non-binary quasi-cyclic LDPC codes [J]. *IEEE International Symposium on Information Theory, Seattle*, 2006, 83-87.

[16] HUANG Sheng, TIAN Fang-fang, JIA Xue-ting, *et al.* A novel construction method of LDPC codes over finite field in optical communication systems[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, **S1**(s1): 0106003.
黄胜, 田方方, 贾雪婷, 等. 光通信系统中基于有限域的 LDPC 码的构造[J]. *光子学报*, 2014, **S1**期(S1):0106003.

[17] DJORDJEVIC B, XU Lei. Large Girth low-density parity-check codes for long-haul high-speed optical communications [C]. *Optical Fiber Communication/National Fiber Optic Engineers Conference*, 2008. OFC/NFOEC 2008. Conference on. IEEE, 2008:1-3.

[18] 常萌, 申敏, 16QAM 解调算法及其在 HSDPA 中的应用[J]. *电信交换*, 2006, 第 2 期, 43-48.

[19] 于倩. 高速光传输系统中非二进制 LDPC 码的编译码研究 [D]. 北京邮电大学, 2015.