

doi: 10.3788/gzxb20164504.0405003

基于正弦光栅调制的相位恢复

程鸿, 陈娅萍, 张成, 沈川, 韦穗

(安徽大学 计算智能与信号处理教育部重点实验室, 合肥 230039)

摘 要:提出一种基于正弦光栅调制的相位恢复方法. 首先, 在空间光调制器上加载两个不同方向的正弦光栅对光场复振幅进行调制; 然后, 推导强度信息和相位偏导数之间的关系式; 最后由强度信息计算相位偏导数, 进而恢复相位. 实验分别测试了该方法对简单图像、复杂图像以及含噪声图像的恢复能力. 实验结果表明, 该方法可以通过方便地控制图像移动量来有效恢复相位信息, 适用于不同尺度的相位物体的计算.

关键词:信息光学; 相位恢复; 傅立里叶变换; 空间光调制器; 复振幅; 光栅

中图分类号: O436

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2016)04-0405003-5

Phase Recovery on Sinusoidal Optical Grating Modulation

CHENG Hong, CHEN Ya-ping, ZHANG Cheng, SHEN Chuan, WEI Sui

(Key Laboratory of Intelligent Computing & Signal Processing, Anhui University, Hefei 230039, China)

Abstract: A phase recovery method based on sinusoidal optical grating modulation was proposed. Firstly, the complex amplitude of the optical field was modulated by two different directions sinusoidal gratings located at the spatial light modulator. Secondly, relationship between the intensity and the partial derivative of the phase was derivate. Last, the partial derivative of the phase was calculated using intensity images, and then the phase information was recovered. The simulation experiments were carried out to test the recovery ability of the method for simple images, complex images and noisy images. The results show that the proposed method could recover phase information effectively by expediently control the image motion, which applies to the calculation of the phase objects of different scales.

Key words: Information optics; Phase recovery; Fourier transform; Spatial light modulators; Complex amplitude; Optical grating

OCIS Codes: 050.2770; 070.6120; 120.5050; 070.7345; 120.4820

0 引言

完整的光场包含了振幅(亮度)、波长(颜色)和相位(一个波长内相位等同于深度)等信息. 其中, 光波的振幅平方, 又称为光强度, 代表光的能量, 是光波场的映照, 而相位描述的是一个周期信号在特定时刻波上某点位于该周期位置的一种标度, 通常以弧度(角度)作为单位^[1]. 如果用二维复振幅函数描述单色相干光波场, 光学范畴内的“相位”定义为这个复振幅函数的幅角部分^[2]. 相对于强度信息而言, 相位信息更加重

要, 统计表明大约 75% 的信息在相位项中. 相位的重要性在光学测量、材料物理学、自适应光学、X 射线衍射光学、电子显微学、生物医学成像等领域的应用中尤为突出. 然而光场的振荡接近 10^{15} Hz 量级^[3], 人眼(常为 30Hz)与现有的光学探测仪器都不能直接记录光场的相位. 相位恢复是指利用测量到的强度信息通过计算而得到相位的技术, 可为光场重构进而实现 3D 显示提供所需要的数据信息, 是现代光学发展的一个重要研究领域^[4-6]. 空间光调制器(Spatial Light Modulator, SLM)^[7]是一种适应性光学装置, 它能在一个光的波阵

基金项目:国家自然科学基金(Nos. 61301296, 61377006, 61501001, U1201255), 安徽省高等学校自然科学研究项目(No. KJ2015A114), 安徽大学博士科研启动经费(No. 33190219)和计算智能与信号处理教育部重点实验室开放课题资助

第一作者(通讯作者):程鸿(1981-), 女, 副教授, 博士, 主要研究方向为计算信号处理. Email: chenghong@ahu.edu.cn

收稿日期:2015-09-15; **录用日期:**2016-01-05

<http://www.photon.ac.cn>

面上施加空间和时间变化调制,改变波阵面的振幅、相位和偏振^[8]. 由于 SLM 对光场调制的便利性,近年来很多研究者将 SLM 引入到相位的相关计算中,取得了较好的实验效果. 德国 Bremer 研究所 Class Falldorf 等利用空间光调制器和 $4f$ 装置在傅里叶域对相位进行调制,简化了实验装置,但需要测量 10 幅强度图且算法迭代过程较为复杂^[9]. 美国 Illinois 大学的 Taewoo Kim 等提出了梯度场显微技术并将其应用于相位相衬中,该方法使用 SLM 获得相位微分从而提高了最终图像的对比度^[10]. 南洋理工大学钟景山等提出利用 SLM 在频率域调制相位,但需要移动成像器件采集多幅不同散焦面的强度图像^[11]. 清华大学吴佳明等提出了定量相位成像编码孔径对的方法,为了避免聚焦平面的机械移动,将 SLM 放置在傅里叶平面上,通过在 SLM 上显示不同的相位模式来选择不同的散焦距离^[12].

本文提出了一种基于正弦光栅调制的相位恢复方法. 该方法只需要分别在 SLM 上加载 x 和 y 方向的正弦光栅,即可通过调制后由 CCD 采样获得的强度图像恢复相位偏导数,进而恢复相位.

1 系统设置与方法原理

1.1 系统设置

设计的系统平台示意图如图 1.

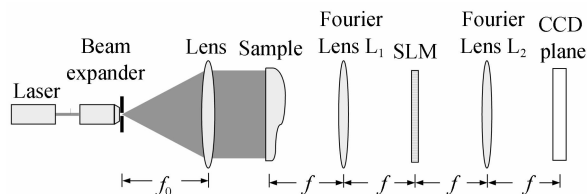


图 1 光学平台示意图

Fig. 1 Optical platform diagram

假设选取激光作为系统光源,通过扩束装置得到准直光对样本进行照明. 透镜 L_1 和 L_2 的焦距均为 f , 纯相位样本物体的复振幅函数形式为 $U(x, y) = \exp[i\phi(x, y)]$, 其中 $\phi(x, y)$ 表示相位, (x, y) 为样本平面坐标. 该样本放置在透镜 L_1 的前焦面处. 选取具有调幅作用的 SLM 放置在 $4f$ 系统的中心位置, 也就是 L_1 透镜的后焦面处. 令 (f_x, f_y) 为 SLM 所在平面坐标, $F_0(f_x, f_y)$ 代表输入光场的傅里叶频谱, $U_f(f_x, f_y)$ 代表透镜后焦面处的复振幅分布, 此时, 相位弯曲消失, 在该位置可以得到准确的傅里叶变换关系^[13], 即 $U_f(f_x, f_y) = F_0\left(\frac{f_x}{\lambda f}, \frac{f_y}{\lambda f}\right)$. 其中, λ 表示光波长.

1.2 基本原理

设 SLM 加载的是 SLM 所在平面 f_x 方向的 \sin 函数, 即

$$H_1(f_x, f_y) = 1 + \sin(af_x) \quad (1)$$

式中 a 是 \sin 调制函数的周期. 经过 SLM 调制后的光波复振幅形式为

$$U'_1(f_x, f_y) = (1 + \sin(af_x))U(f_x, f_y) \quad (2)$$

将 CCD 放置在 L_2 平面的后焦面处, 设该平面的坐标为 (ξ, η) . 同理, 该位置的光波同样为 $U'_1(f_x, f_y)$ 的傅里叶变换形式, 即

$$U'_1(\xi, \eta) = FT\left\{(1 + \sin(af_x))U(f_x, f_x)\right\} = U(x, y) - \frac{U(x+a, y) - U(x-a, y)}{2i} \quad (3)$$

通常情况下, 为了计算方便, 偏导数的计算可以用差分近似替代. 由此, 将式 (3) 右边第二项近似当成函数 $U(x, y)$ 的偏导数, 即

$$U'_1(\xi, \eta) \approx U(x, y) + ai \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} \quad (4)$$

在该 CCD 成像平面上取强度, 即光场复振幅的模的平方

$$I_1(\xi, \eta) = \left|U(x, y) + ai \frac{\partial U(x, y)}{\partial x}\right|^2 = \left|1 - a \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x}\right|^2 \quad (5)$$

省略式 (5) 中的平方项, 可得

$$I_1(\xi, \eta) \approx 1 - 2a \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x} \quad (6)$$

由此, 建立了强度信息和相位在 x 方向偏导数之间的关系.

接下来在 SLM 上加载 SLM 所在平面 f_y 方向的 \sin 函数

$$H_2(f_x, f_y) = 1 + \sin(bf_y) \quad (7)$$

b 是 \sin 调制函数的周期. 可以在 CCD 平面采集第二幅强度图像, 同理, 可推导出强度与相位在 y 方向偏导数之间的关系式, 即

$$I_2(\xi, \eta) \approx 1 - 2b \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial y} \quad (8)$$

由此, 分别获得了 x 方向和 y 方向强度与相位偏导数的关系. 而物体的相位信息可以根据 Frankot - Chellappa 算法获得^[14], 即

$$\phi(x, y) = FT^{-1}\left\{\frac{FT\{\partial_x \phi(x, y)\}}{if_x}\right\} + FT^{-1}\left\{\frac{FT\{\partial_y \phi(x, y)\}}{if_y}\right\} \quad (9)$$

式 (9) 成立的条件是函数 $\phi(x, y)$ 在每个地方都可微. 或者通过 Poisson 方程计算相位^[15], 即

$$\phi(x, y) = FT^{-1}\left[\frac{FT(\partial_x^2 \phi(x, y) + \partial_y^2 \phi(x, y))}{4\pi^2(f_x^2 + f_y^2)}\right] \quad (10)$$

具体的计算过程如图 2.

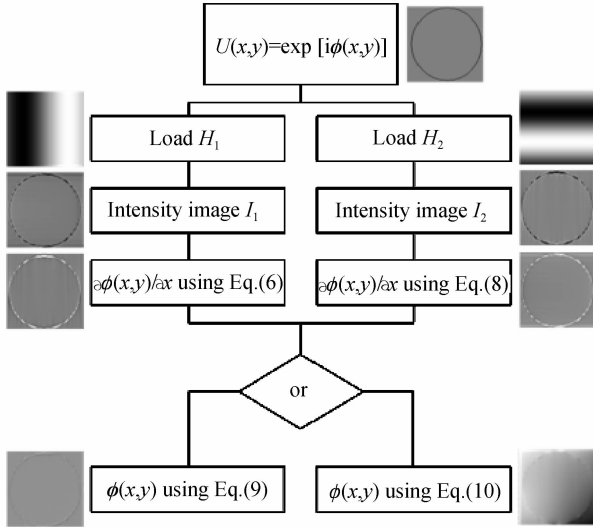


图2 计算流程

Fig. 2 Compute process diagram

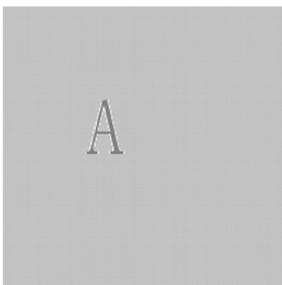
2 实验

2.1 模拟实验

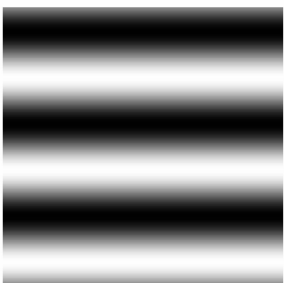
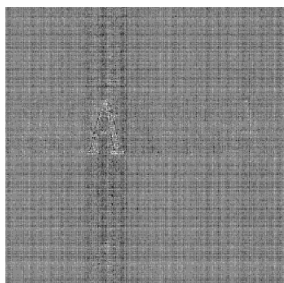
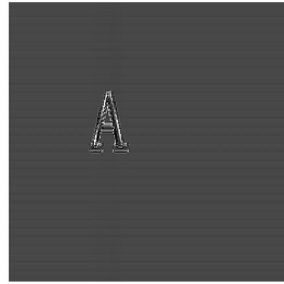
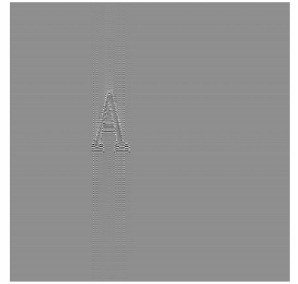
第一组模拟实验测试算法对简单相位图像的恢复能力. 图 3(a)是原始纯相位物体, 图像大小为 256×256 , 相位范围在 $[0, 2\pi]$ 区间之内, 波长 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, 焦距 $f = 150 \text{ mm}$, 像素间距 $\Delta L_x = \Delta L_y = 19.256 \mu\text{m}$, $H_1(f_x, f_y) = 1$, $H_2(f_x, f_y) = 1 + \sin(1228 \cdot \pi \cdot f_y)$. 其中, H_2 如图 3(b)所示. 分别用这两个函数对原始相位物体进行调制, 两幅强度图像见图 3(c)和图 3(d). 用第 1.2 节所提方法获得的相位结果如图 3(e).

定义恢复的相位为 ϕ_r , 原始相位为 ϕ , 相对均方差 (Relative root-mean-square, RMS)^[15] 计算公式为

$$\text{RMS} = 100 \cdot \sqrt{\frac{\sum (\phi_r - \phi)^2}{\sum \phi^2}} \quad (11)$$



(a) Original phase image

(b) Modulation function H_2 (c) Intensity image I_1 (d) Intensity image I_2 

(e) Calculated phase

图3 简单相位图像测试实验

Fig. 3 The simple phase image test experiment

计算得到实验的相对均方差为 7.9806%.

第二组模拟实验测试算法对较复杂相位图像的恢复能力. 图 4(a)是原始纯相位物体, 图像大小为 512×512 , 相位范围在 $[0, 2\pi]$ 区间之内, 波长 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, 焦距 $f = 150 \text{ mm}$, 两个调制函数分别选为 $H_1(f_x, f_y) = 1 + \sin(284 \cdot \pi \cdot f_x)$, 像素间距 $\Delta L_x = \Delta L_y = 13.616 \mu\text{m}$. 用强度图像所恢复的相位结果见图 4(b), 其中插图是对应的调制函数, 从左到右依次是 H_1 和 H_2 . 计算得到相对均方差为 14.3560%.



(a) Original phase



(b) Calculated phase

图4 复杂相位图像测试实验

Fig. 4 The complex phase image test experiment

为了更清楚地显示恢复的效果, 图 5 给出了原始相位和恢复相位的中心剖线上 (取第 256 行上的所有值) 的灰度变化对比图, 其中, 点线是原始相位值, 直线是恢复相位值.

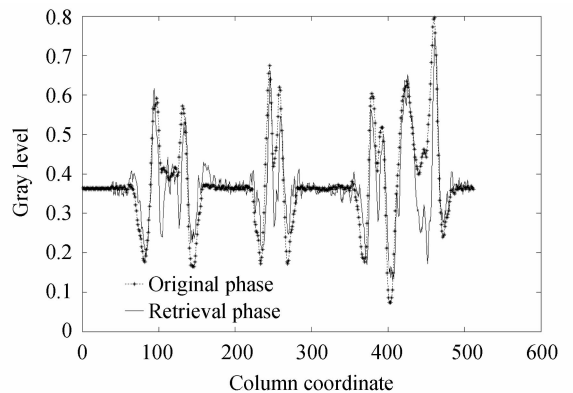


图5 灰度变化对比

Fig. 5 Comparison diagram of gray curve

本文算法最主要的特点之一是可以调整参量

a 和 b 方便地控制图像的位移量. 第三组实验测试不同参量 a 和 b 下计算所得的相位. 图 6(a)和(b)是在周期参量 $a(b=a)$ 分别取 4π 和 628π , 其他参量保持不变情况下的实验结果, 相对均方差为 37.886% 和 45.0062%. 图 7 给出了当 $a(b=a)$ 变化时, 对应计算出的相位误差图. 图中, 横坐标表示周期参量的数值, 纵坐标是相对均方差.

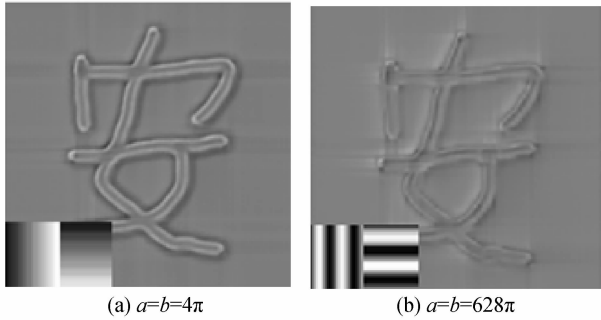


图 6 不同参量下的实验结果

Fig. 6 Experiment results under different parameters

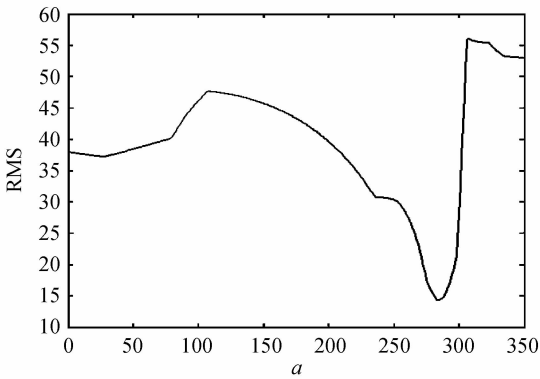


图 7 不同参量 a 下的误差曲线

Fig. 7 Error curve diagram under different parameter a

当 \sin 调制函数的周期变长, 即在图像平面的移动变大, 可以看见更多的低频部分. 对于大的 \sin 周期, 小的细节会变得更明显, 表明本文算法可以应用于不同尺度的物体. 对于实际物体的相位恢复实验, 应根据具体需求寻找最优的周期参量.

第四组模拟实验测试算法对含噪声的相位图像的恢复能力. 在图 4(a)的原相位图像上分别加上 $\sigma=0.1$ 和 $\sigma=0.2$ 的随机高斯噪声, 如图 8(a)和图 8(c)所示,

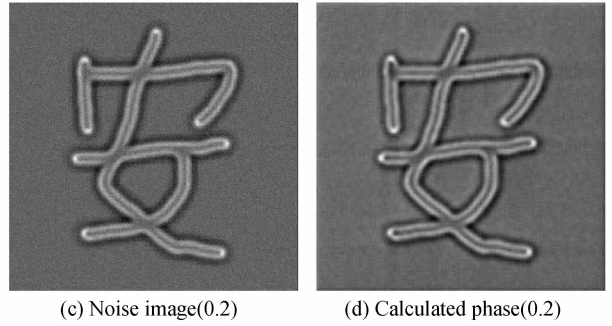
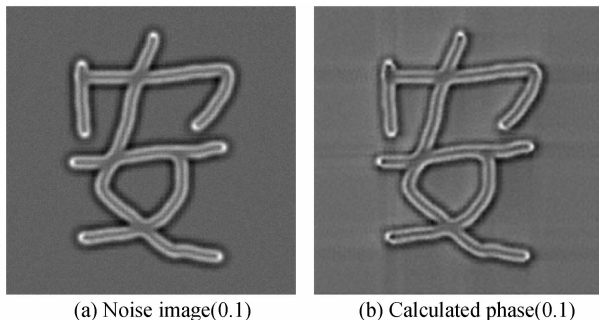


图 8 含噪声相位图像测试实验

Fig. 8 Noise phase image test experiment

相应的周期参量分别选 $a=b=264\pi$ 以及 $a=b=278\pi$, 其他参量不变. 恢复的相位结果分别见图 8(b)和图 8(d). 可见, 本文算法在噪声环境下也能较好地恢复相位.

2.2 真实实验

搭建了如图 9 所示的真实实验平台. 图中, 光源选取波长为 532nm 的绿光激光器(Laser), 该激光器发出的光首先经过中性密度滤光片(Neutral Density Filters, NDF)减小光强, 然后使用扩束器(Beam Expander, BE)、偏振片(Polarizer, P)以及准直镜(Collimating Lens, CL)得到准直光. 实验中, 将刻有汉字“舌”的透明玻璃作为物体(Object, O), 该汉字的横截面尺寸为 $7\text{ mm} \times 7\text{ mm}$. L_1 和 L_2 是两个焦距为 300 mm, 直径为 50 mm 的透镜, 构成 $4f$ 系统. 用于调制的 SLM 选取的是硅基液晶(Liquid Crystal on silicon, LCOS)器件, 该器件可以对输入光进行调幅处理, 分辨率为 $1\ 920 \times 1\ 080$, 像素间距为 $8\ \mu\text{m}$. 调制后的光波经过光阑(Aperture, A)滤除多级衍射光干扰, 最终使用分辨率为 1280×1024 的 CCD 进行记录.

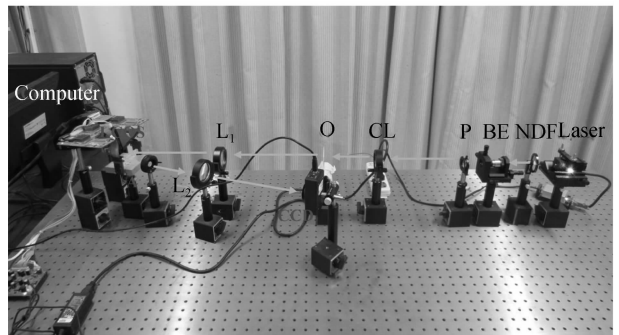


图 9 基于 LCOS 的光学实验装置

Fig. 9 Optical experimental setup based on LCOS

实验结果如图 10, 所加载的调制光栅的周期参量 $a=b=8192\pi$. 图 10(a)和(b)分别是调制函数 H_1 和 H_2 的图像, 使用 CCD 在两个方向上采集强度图像 I_1 和 I_2 , 见图 10(c)和(d), 计算出的相位图像如图 10(e).

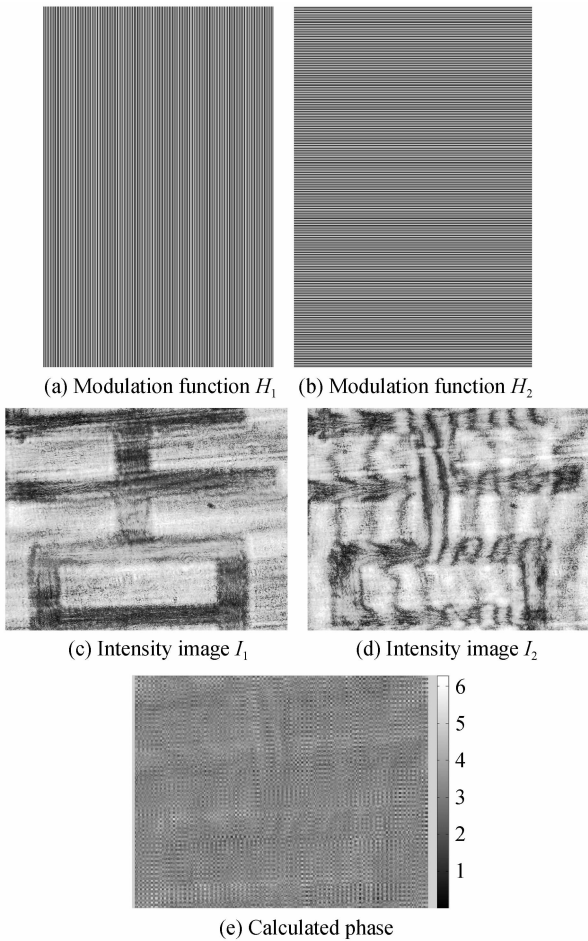


图 10 真实实验结果

Fig. 10 Real experiment result

3 结论

本文结合了正弦函数的傅里叶特性以及 SLM 能够对光场复振幅进行调制的特点,提出了一种基于正弦光栅调制的相位恢复方法.该方法只需要分别在 SLM 上加载两个方向的正弦光栅,即可通过调制后由 CCD 采样获得的强度图像恢复相位偏导数,进而进行相位恢复.实验结果表明,通过改变正弦光栅的周期可以方便地控制图像移动量从而获得不同要求下的相位恢复结果.

参考文献

- [1] ZUO Chao. Research on noninterferometric phase retrieval and quantitative phase microscopy methods based on transport of intensity equation [D]. Nanjing University of Science and Technology, 2014.

- 左超. 基于光强传输方程的非干涉相位恢复与定量相位显微成像方法研究[D]. 南京理工大学, 2014.
- [2] COWLE J M. Diffraction physics [M]. Amsterdam, New York, 1975.
- [3] CHENG Hong, HUANG Zhi-xiang, ZHANG Quan-bing, *et al.* Phase retrieval method based on green function in natural light conditions [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2014, **42**(2): 236-242.
程鸿, 黄志祥, 章权兵, 等. 自然光条件下基于 Green 函数的相位检索方法[J]. *电子学报*, 2014, **42**(2): 236-242.
- [4] CHENG H, WEI S, ZHANG W, *et al.* Phase retrieval in lens-based Fresnel wave propagation model [J]. *Optical Engineering*, 2013, **52**(7): 074102.
- [5] ZUO C, CHEN Q, ANAND A. Boundary-artifact-free phase retrieval with the transport of intensity equation: fast solution with use of discrete cosine transform [J]. *Optics Express*, 2014, **22**(8): 9220-9244.
- [6] LI Jing, LÜ Xiao-dong, MA Mao-fen, *et al.* Optical color image encryption in diffraction imaging scheme based on spectrum fusion [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2015, **44**(7): 0710002.
李靖, 吕晓东, 马毛粉, 等. 基于频谱融合技术的光学衍射成像彩色图像加密系统[J]. *光子学报*, 2015, **44**(7): 0710002.
- [7] SHEN Chuan, LIU Kai-feng, ZHANG Cheng, *et al.* Multi-plane holographic projection using programmable fresnel phase lenses [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, **43**(5): 0509002.
沈川, 刘凯峰, 张成, 等. 可编程菲涅耳相位透镜应用于多平面全息投影[J]. *光子学报*, 2014, **43**(5): 0509002.
- [8] 韦穗. 全息成像概论[M]. 安徽大学出版社, 2013.
- [9] CLAAS F, MOSTAFA A, CHRISTOPH V K, *et al.* Phase retrieval by means of a spatial light modulator in the Fourier domain of an imaging system [J]. *Applied Optics*, 2010, **49**(10): 1826-1830.
- [10] TAEWOO K, SHAMIRA S, GABRIEL P. Gradient field microscopy of unstained specimens [J]. *Optics Express*, 2012, **20**(6): 6737-6745.
- [11] ZHONG Jing-shan, RENE A C, JUSTIN D, *et al.* Transport of phase imaging by intensity spectrum fitting of exponentially spaced defocus planes [J]. *Optics Express*, 2014, **22**(9): 10661-10674.
- [12] WU Jia-min, LIN Xing, LIU Ye-bin, *et al.* Coded aperture pair for quantitative phase imaging [J]. *Optics Letters*, 2014, **39**(19): 5776-5779.
- [13] 秦克诚, 刘培森, 陈家璧, 等. 傅里叶光学导论 [M]. 第 3 版, 电子工业出版社, 2011.
- [14] GAO P, GIANCARLO P, ZUO C, *et al.* Phase retrieval using spatially modulated illumination [J]. *Optics Letters*, 2014, **39**(12): 3615-3618.
- [15] JINGSHAN Z, CLAUS R A, DAUWELS J, *et al.* Transport of phase imaging by intensity spectrum fitting of exponentially spaced defocus planes [J]. *Optics Express*, 2014, **22**(9): 10661-10674.