

doi:10.3788/gzxb20164503.0330003

基于光谱区分法的高光谱核异常检测算法

任晓东^{1,2}, 雷武虎^{1,2}

(1 电子工程学院 脉冲功率激光技术国家重点实验室, 合肥 230037)

(2 电子工程学院 安徽省电子制约技术重点实验室, 合肥 230037)

摘要:为了解决高光谱目标检测中高斯径向基核、光谱相似度量核难以同时描述光谱曲线整体及局部特性的问题,利用光谱信息散度与梯度角正切相结合的光谱区分方法构造了一种新的核函数.对真实机载可见红外成像光谱仪高光谱数据进行高光谱核异常检测,得到二值图及接收机操作特性曲线.结果表明,在低虚警率下,相比于高斯径向基核、光谱相似度量核,本文所提出核函数在高光谱核异常检测中准确度与清晰度更高.

关键词:高光谱图像;异常检测;光谱区分方法;核函数;RX

中图分类号:TP751.1

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2016)03-0330003-5

Kernel Anomaly Detection Method in Hyperspectral Imagery Based on the Spectral Discrimination Method

REN Xiao-dong^{1,2}, LEI Wu-hu^{1,2}

(1 State Key Laboratory of Pulse Power Laser Technology, Electronic Engineering Institute of PLA, Hefei 230037, China)

(2 Key Laboratory of Electronic Restriction, Electronic Engineering Institute of PLA, Hefei 230037, China)

Abstract: To solve the problem that the overall and local characteristics of the curves of spectrum are difficultly described by the Gaussian radial basis function and the spectral similarity measurement kernel simultaneously in a hyperspectral imagery detection, a novel kernel anomaly detection method in hyperspectral imagery based on the spectral discrimination method was proposed. A kernel anomaly detection in hyperspectral was conducted by real hyperspectral images collected by airborne visible infrared imaging spectrometer. The binary graph and receiver operating characteristic curve of the anomaly detection were attained. The results show that, for a lower false alarm rate in a hyperspectral imagery detection, compared with the Gaussian radial basis function and the spectral similarity measurement kernel, the proposed kernel can detect the abnormal targets with a higher accuracy and clarity.

Key words: Hyperspectral imagery; Anomaly detection; Spectral discrimination method; Kernel function; RX

OCIS Codes: 300.6170; 100.0100; 100.2960; 100.3005; 100.3008; 100.4145

0 引言

高光谱遥感(Hyperspectral Remote Sensing)是一项多维信息获取技术,能够同时获取目标地物的二维空间信息与光谱特征信息,从而得到一个“图谱合一”的三维立方体图像.高光谱图像具有很高的光谱分辨率,在 $10^{-2}\lambda$ 数量级,能获得近似连续的高光谱数据,

一般地物的吸收特征在吸收峰深度一半处的宽度为20~40 nm,因此高光谱数据能够对地表物质的细微差异进行识别,使得对地物目标进行精确分类成为可能.在区分目标与非目标的过程中,光谱信息是最重要的特征信息^[1-2].传统的目标检测法如光谱匹配法^[3]、正交子空间投影法^[4]等需要先验光谱信息,然而,现实中缺少完备光谱数据库以及准确的反射率反演算法,从

基金项目:国家自然科学基金(No. 61271353)和安徽省自然科学基金(No. KY11070)资助

第一作者:任晓东(1991-),男,硕士研究生,主要研究方向为高光谱遥感信息处理技术. Email: rxd116man@163.com

导师:雷武虎(1965-),男,教授,博士,主要研究方向为空间光电信息处理. Email: leiwh263.net

收稿日期:2015-08-29; 录用日期:2015-11-13

<http://www.photon.ac.cn>

而难以获得准确的先验光谱信息. 不需要先验信息的异常检测方法^[5]逐渐成为了高光谱遥感研究领域热点.

RX^[6]算法为经典的异常检测算法,由 Reed 和 Yu 提出,该算法以多元正态分布为基础,通过计算目标点光谱矢量与背景的马氏距离来判断异常目标. 然而该算法忽视了高光谱数据中包含的丰富非线性信息,从而影响到最终检测效果. Kwon 等^[7]提出了核异常检测算法(Kernel RX-algorithm, KRX),该算法将核方法引入到 RX 异常检测中,将原始高光谱数据映射到高维特征空间来进行异常检测,使原本线性不可分的数据变得线性可分,从而提高异常检测性能. 该算法选取高斯径向基核函数(Radial Basis Function, RBF)作为核函数,高斯径向基核原理基于对光谱矢量间的欧式距离的度量,其侧重点在两光谱向量间的距离,但是对于光谱曲线整体形状和局部细微变化的区分能力并不理想,尤其是对于由光照强度变化、阴影等导致的同种物质光谱向量间距增大的情况容易引起误判^[8]. 梅锋等^[8]提出了基于新型光谱相似度核的高光谱异常检测算法. 该算法从更好描述光谱形状出发,将互相关系数融入到核函数的构造中,一定程度上改善了核异常检测算法性能,但效果不明显,因为相关系数反映的是光谱相对于均值的变化,没有描述光谱波段相邻值间的变化情况,对光谱矢量局部相似性描述性能较差^[9],从而影响了高光谱核异常检测性能. 张修宝等^[9]提出了将光谱信息散度和光谱梯度角正切相结合的光谱区分方法,该方法能够同时兼顾光谱整体形状和局部光谱特征,具有优越的光谱区分能力.

本文从表征光谱相似性出发,将信息散度与梯度角正切相结合的光谱区分方法用于构造核函数,兼顾了光谱曲线的整体形状和局部细微变化情况,减少了同种物质光谱向量因间距增大而导致的误判.

1 基于信息散度与梯度角正切相结合的核函数构造

在高光谱异常检测领域使用最多的核函数是高斯径向基核(RBF 核),表示为

$$k_r(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \exp\left(\frac{-\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2}{c}\right) \quad (1)$$

式中, c 为常量表示 RBF 核的宽度, RBF 核只与 x 和 y 之间的差值大小有关系,与各光谱向量绝对位置无关,因此具有平移不变性.

由式(1)可知, RBF 核的指数项 $\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2$ 是基于两光谱向量的欧式距离,因此它对两光谱向量间距离变化很敏感,然而实际中,太阳高度角、阴影等会导致同种地物光谱曲线形状一致但强度不同,这就导致了同种地物拥有较大的欧氏距离,从而引起误判.

梅锋等^[8]提出了基于光谱相似度核的高光谱异常检测算法,使用的核函数表达式为

$$k_s(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \exp\left(\frac{-\cot[\pi(\rho+1)/4]}{\theta}\right), \rho \in (-1, 1) \quad (2)$$

当 $\rho = -1$ 时, $k_s(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0$, 式(2)中

$$\rho = \frac{(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_x)^T (\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu}_y)}{[(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_x)^T (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_x) (\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu}_y)^T (\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu}_y)]^{1/2}} \quad (3)$$

式中, $\boldsymbol{\mu}_x$ 、 $\boldsymbol{\mu}_y$ 分别为光谱矢量 \mathbf{x} 和 \mathbf{y} 的均值; ρ 为两光谱向量的互相关系数,其绝对值越接近 1 表明两光谱矢量相关度越高; θ 为临界因子常数.

由式(3)可知,相关系数反映的是光谱相对于均值的变化,其在描述光谱整体形状及光谱局部变化方面的性能较差,从而影响了核异常检测性能.

为了更好地表征光谱相似性、优化核函数,采用信息散度与梯度角正切相结合的光谱区分方法^[7]来构造核函数,其表达式为

$$k_n(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \exp\left(\frac{-\text{SID}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \tan((\text{SGA}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \pi/2)/2)}{q}\right) \quad (4)$$

式中, $\text{SID}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 表示光谱矢量 \mathbf{x} 和 \mathbf{y} 光谱信息散度,能够从信息论的角度在整体上对光谱进行比较来区分两光谱的相似性; $\text{SGA}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 表示光谱矢量 \mathbf{x} 和 \mathbf{y} 的光谱梯度角,具有能够反映光谱局部特征变化的优势,特别是对于光谱曲线斜率的变化^[10]. 因此将二者联合进行构造核函数能够在整体和局部上更加合理地描述光谱相似性. 参数 q 为常量,与 RBF 核中 c 参量类似,表示新核的宽度,通过实验确定其大小. 其余各变量计算方法简述如下,设两个像元光谱矢量为: $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{ip})$ 和 $\mathbf{x}_j = (x_{j1}, x_{j2}, x_{j3}, \dots, x_{jp})$, 其中 p 表示波段数,则两个像元光谱的梯度向量分别为

$$\text{SG}(x_i) = (x_{i2} - x_{i1}, x_{i3} - x_{i2}, \dots, x_{ip} - x_{ip-1}) \quad (5)$$

$$\text{SG}(x_j) = (x_{j2} - x_{j1}, x_{j3} - x_{j2}, \dots, x_{jp} - x_{jp-1}) \quad (6)$$

两梯度向量的广义夹角为

$$\text{SGA}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \cos^{-1}\left(\frac{\langle \text{SG}(\mathbf{x}_i), \text{SG}(\mathbf{x}_j) \rangle}{|\text{SG}(\mathbf{x}_i)| \cdot |\text{SG}(\mathbf{x}_j)|}\right) \quad (7)$$

两光谱向量的信息散度为

$$\text{SID}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \sum_{k=1}^p (p(x_{ik}) - q(x_{jk})) \log\left(\frac{p(x_{ik})}{q(x_{jk})}\right) \quad (8)$$

式中 $p(x_{ik}) = x_{ik} / \sum_{k=1}^p x_{ik}$, $q(x_{jk}) = x_{jk} / \sum_{k=1}^p x_{jk}$.

2 RX 与核 RX 异常检测算法

2.1 RX 异常检测算法

RX 检测算法是在无先验光谱信息的条件下,以背景正态分布为基础建立的二元假设,表达式为^[6]

$$\begin{cases} H_0 : x = n \\ H_1 : x = as + n \end{cases} \quad (9)$$

式中, H_0 代表目标不存在, H_1 代表目标存在, n 和 s 分

别代表背景噪声和目标光谱信号, a 为系数, 在二元假设的基础上, RX 检测算子^[11]为

$$\text{RX}(x) = (x - u)^T \tau^{-1} (x - u) \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \begin{matrix} H_1 \\ H_0 \end{matrix} \geq \eta \quad (10)$$

式中, x 为待测目标像元的 L 维光谱向量, u 为背景均值, τ 为背景协方差矩阵, η 为判决门限. 以高光谱图像中的每个像素为中心, 确定局部检测窗口, 背景分布于外窗而检测点在内窗中. 将高光谱数据逐点进行 RX 异常检测, 设定阈值, 进而评估效果.

2.2 核 RX 异常检测算法

RX 检测算法基于纯点模型利用其低阶统计特性, 不考虑其非线性特性, 模型较为简单. Kwon 等^[7]利用核函数的概念改进了 RX 算法, 首先通过核函数将高光谱数据映射到高维特征空间, 使得在原始输入空间中线性不可分的成分经过非线性映射到高维特征空间后, 变成线性可分, 进而再进行异常点的检测, 这充分利用了高光谱图像波段间的非线性统计特性. 不需要知道具体的非线性映射函数 Φ , 也不需要高维特征空间进行点积运算, 通过核函数将高维特征空间的点积转换为低维输入空间的核函数表示, 能够简单地进行核 RX 检测^[12]. 将原始高光谱数据 $\mathbf{X}_b = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_M]$ (M 代表像素个数) 通过非线性函数 Φ 映射到高维特征空间得

$$\Phi(\mathbf{X}_b) = [\Phi(x_1), \Phi(x_2), \Phi(x_3), \dots, \Phi(x_M)] \quad (11)$$

KRX 算子表示为

$$\text{KRX}(\Phi(r)) = (\Phi(r) - \hat{\mu}_{b\Phi})^T \mathbf{C}_{b\Phi}^{-1} (\Phi(r) - \hat{\mu}_{b\Phi}) \quad (12)$$

式中, $\mathbf{C}_{b\Phi}^{-1}$ 和 $\hat{\mu}_{b\Phi}$ 分别为特征空间中的背景协方差矩阵和均值向量的估计值, 将特征空间的输入向量中心化, $\Phi_c(x_i) = \Phi(x_i) - \hat{\mu}_{b\Phi}$, 则 $\mathbf{X}_{\Phi_c} = [\Phi_c(x_1), \Phi_c(x_2), \Phi_c(x_3), \dots, \Phi_c(x_M)]$ 用来表示中心化特征输入矩阵, 由此可将协方差矩阵写为

$$\hat{\mathbf{C}}_{b\Phi} = \frac{1}{M} \mathbf{X}_{\Phi_c} \mathbf{X}_{\Phi_c}^T \quad (13)$$

定义中心化核矩阵 $\mathbf{K}_c = \mathbf{X}_{\Phi_c} \mathbf{X}_{\Phi_c}^T$, 协方差矩阵与中心化核矩阵的谱分解表达式为

$$\hat{\mathbf{C}}_{b\Phi} = \mathbf{V}_{\Phi} \mathbf{\Lambda}_{\Phi} \mathbf{V}_{\Phi}^T \quad (14)$$

$$\mathbf{K}_c = \mathbf{A} \mathbf{\Lambda}_c \mathbf{A}^T \quad (15)$$

由式(14)及 \mathbf{K}_c 的定义可知, 核矩阵 \mathbf{K}_c 的特征值为协方差矩阵 $\hat{\mathbf{C}}_{b\Phi}$ 特征值的 M 倍, 即 $\mathbf{\Lambda}_c = M \mathbf{\Lambda}_{\Phi}$, 而特征向量矩阵之间存在的关系为

$$\mathbf{V}_{\Phi} = \mathbf{X}_{\Phi_c} \mathbf{A} \quad (16)$$

则 $\hat{\mathbf{C}}_{b\Phi}$ 的伪逆与 \mathbf{K}_c 的逆之间的关系为

$$\hat{\mathbf{C}}_{b\Phi}^{-1} = \mathbf{V}_{\Phi} \mathbf{\Lambda}_{\Phi}^{-1} \mathbf{V}_{\Phi}^T = \mathbf{M} \mathbf{X}_{\Phi_c} \mathbf{K}_c^{-1} \mathbf{X}_{\Phi_c}^T \quad (17)$$

忽略系数 M 得

$$\text{KRX}(\Phi(r)) = [\Phi(r) - \hat{\mu}_{b\Phi}]^T \mathbf{X}_{\Phi_c} \mathbf{K}_c^{-1} \mathbf{X}_{\Phi_c}^T [\Phi(r) - \hat{\mu}_{b\Phi}] \quad (18)$$

由于特征空间的维数很高且非线性映射函数未知, 直接在特征空间进行计算变得难以实现. 核函数方法可以将特征空间的点积运算转化为输入原始高光谱数据的核函数来实现, 从而巧妙地避开了在高维的特征空间计算点积. 特征空间的点积的核表达式为

$$k(x_i, x_j) = \langle \Phi(x_i), \Phi(x_j) \rangle = \Phi(x_i) \cdot \Phi(x_j) \quad (19)$$

由于 $\Phi(r)^T \mathbf{X}_{\Phi_c} \mathbf{X}_{\Phi_c}^T \Phi(r)$ 为特征空间内积, 将其核函数化, 得

$$\Phi(r)^T \mathbf{X}_{\Phi_c} = \Phi(r)^T ([\Phi(x_1), \Phi(x_2), \dots, \Phi(x_M)] - \hat{\mu}_{b\Phi} \mathbf{I}_{1 \times M}) = k(r, \mathbf{X}_b) - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M k(r, x_i) \mathbf{I}_{1 \times M} \equiv \mathbf{k}_r^T \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_{b\Phi}^T \mathbf{X}_{\Phi_c} &= \hat{\mu}_{b\Phi}^T ([\Phi(x_1), \Phi(x_2), \dots, \Phi(x_M)] - \hat{\mu}_{b\Phi} \mathbf{I}_{1 \times M}) \\ &= \left(\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M k(x_i, \mathbf{X}_b) \right) - \left(\frac{1}{M^2} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M k(x_i, x_j) \right) \mathbf{I}_{1 \times M} \equiv \mathbf{k}_{r_b}^T \end{aligned} \quad (21)$$

式中, $\mathbf{I}_{1 \times M}$ 为所有元素为 1 的 M 维行向量, 由于无法得到特征空间的中心化数据, 可以通过 $\mathbf{K}_b = \Phi(\mathbf{X}_b)^T \Phi(\mathbf{X}_b)$ 计算 \mathbf{K}_c , 计算公式为

$$\mathbf{K}_c = \mathbf{K}_b - \mathbf{K}_b \mathbf{I}_M - \mathbf{I}_M \mathbf{K}_b + \mathbf{I}_M \mathbf{K}_b \mathbf{I}_M \quad (22)$$

式中 \mathbf{I}_M 为所有元素均为 $1/M$ 的 M 阶方阵, 推导过程见文献[13], 最终得到了非线性核 RX 算法的一般表达式为

$$\text{KRX}(\Phi(r)) = [\mathbf{K}_r^T - \mathbf{k}_{r_b}^T] \mathbf{K}_c^{-1} [\mathbf{K}_r - \mathbf{k}_{r_b}] \quad (23)$$

由式(23)可知, 既不需要知道具体的非线性映射函数, 也不需要高维的特征空间进行相应的点积运算, 通过核函数将高维特征空间的点积转换为低维输入空间的核函数表示, 使得能够简单地实现核 RX 检测. 而且只需要寻找一个合适的核函数来产生一个正定的 Gram 核矩阵.

3 实验与结果分析

为验证本文算法的有效性, 使用机载可见红外成像光谱仪 (Airborne Visible-Red Imaging Spectrometer, AVIRIS) 高光谱数据源进行仿真实验, 实验选取图像大小为 70×100 , 去除水吸收带和信噪比较低的波段后剩下了 189 个波段, 所用该图中包含了 34 个异常小目标. 所用实验图像的第 10 个波段以及地面真实目标分布分别如图 1、2.

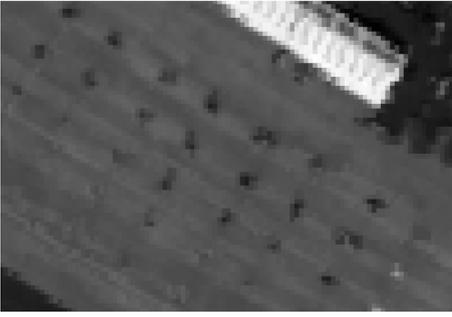


图1 第10波段影像

Fig. 1 The image of the tenth band

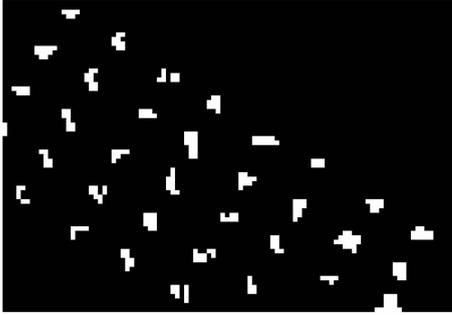
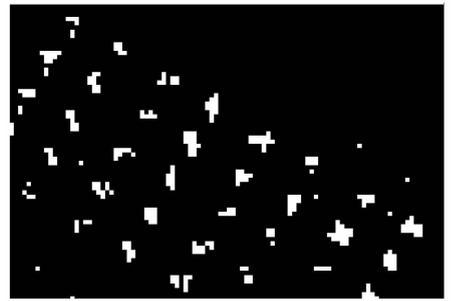


图2 飞机目标标准图

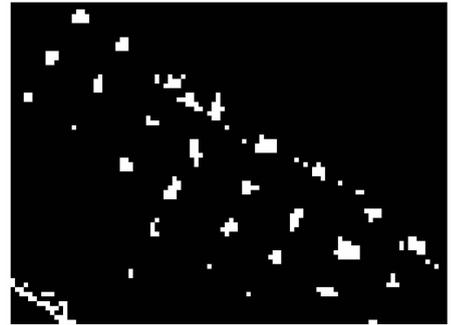
Fig. 2 The standard image of the target aircraft

实验中,根据图像大小、空间分辨率以及文献[12]、[14]设置背景窗(外窗)大小为 11×11 ,目标检测窗(内窗)大小为 3×3 ,首先对高光谱数据进行归一化,然后依据式(4)、(20)、(21)、(22)、(23)来进行核异常检测,设定阈值生成二值图像,并用形态学滤波法滤除大面积背景.本文方法采用的基于信息散度与梯度角正切相结合的核异常检测算法记为ISS-KRX,通过多次试验设置最佳参数 q 设为20,对比方法有:核函数为高斯径向基核的核异常检测算法,记为RBF-KRX,根据文献[12]设置参数 c 为37;梅锋^[8]等提出的基于新型光谱相似度量核的高光谱异常检测算法,记为SSM-KRX,参数 θ 采用该文中经实验得到的最佳值为0.08.

图3(a)描述了基于信息散度与梯度角正切相结合的核异常检测算法(ISS-KRX)最终检测的异常点二值图.图3(b)、(c)分别为核函数为高斯径向基核的核异常检测算法(RBF-KRX)、基于新型光谱相似度量核的高光谱异常检测算法(SSM-KRX).从图3的结果与图2标准图对比可以看出本文所提算法能检测出所有目标且有较低的虚警率,获得的检测效果要明显好于其他算法.这是因为本文提出的核构造方法能够同时兼顾光谱整体形状和局部光谱特征,具有优越的光谱区分能力,因此在进行核映射以后具有更优越的异常探测性能.



(a) ISS-KRX algorithm



(b) RBF-KRX algorithm



(c) SSM-KRX algorithm

图3 三种不同算法的异常检测结果

Fig. 3 Anomaly detection results of three different algorithms

为了更加科学、定量地进行分析,使用接收机操作特性(Receiver Operating Characteristic, ROC)曲线进行进一步分析.将检测概率 P_d 定义为检测到的真实目标像素数目 N_{hit} 与地面真实目标像素数目 N_{target} 的比值;虚警概率 P_f 定义为检测到的虚警像素数目 N_{false} 同整幅图像像素数目总和 N_{total} 的比值,分别表示为

$$P_d = \frac{N_{hit}}{N_{target}}, P_f = \frac{N_{false}}{N_{total}} \quad (24)$$

ROC曲线横坐标表示虚警率(P_f),纵坐标表示目标的探测率(P_d),从而可以更加直观地说明检测率与虚警率之间的关系,通过变化阈值,得到不同的检测率和虚警率,将其连接起来即可得到ROC曲线.图4给出了本文方法与上述对比方法各自的ROC曲线,可以看出,本文方法(ISS-KRX)要优于RBF-KRX、SSM-KRX、RX法,说明了本文基于信息散度与梯度角正切

相结合而构造的新核应用于核异常检测明显优于其他方法。

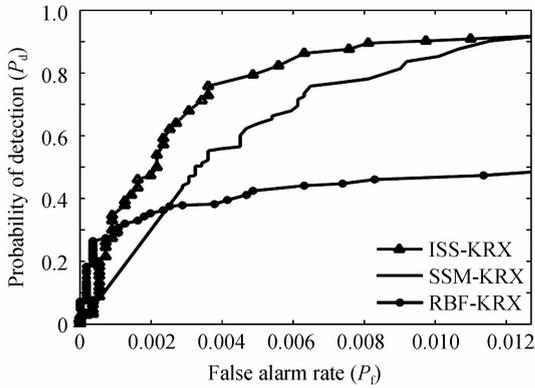


图 4 ROC 曲线

Fig. 4 The curve of ROC

4 结论

本文从更好地描述光谱曲线整体及局部特性出发,构造了一种基于信息散度与梯度角正切相结合的核函数,从理论上说明了所构造核函数的合理性及优越性,并将其应用于高光谱核异常检测中.在进行高光谱核异常检测时,在低虚警率下,本文所提出核函数相比于常用的高斯径向基核、光谱相似度量核更能准确清晰地检测到异常目标,体现了所提出方法的优越性.进一步改善核函数性能,加快运算度以及对其应用进行推广等是下一步研究的内容.

参考文献

[1] DU B, ZHANG L. A discriminative metric learning based anomaly detection method [J]. *IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing*, 2014, **52**(11): 6844-6857.

[2] DU B, ZHANG L. Target detection based on a dynamic subspace[J]. *Pattern Recognition*, 2014, **47**(1):344-358.

[3] SCHAUM A. Spectral subspace matched filtering [C]. Proceedings of the SPIE-the International Society for Optical Engineering, 2001, **4381**: 1-17

[4] HARSANYI J C, CHANG C I. Hyperspectral image classification and dimensionality reduction: An orthogonal subspace projection approach [J]. *IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing*, 1994, **32**(4): 779-785.

[5] DU B, ZHANG Y, ZHANG L, *et al.* A hypothesis independent subpixel target detector for hyperspectral images [J]. *Signal Processing*, 2015, **110**: 244-249.

[6] REED I S, YU X. Adaptive multiple-band CFAR detection of an optical pattern with unknown spectral distribution [J]. *IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing*, 1990, **38**(10):1760-1770.

[7] HEESUNG K, NASRABADI N M. Kernel RX-algorithm: an nonlinear anomaly detector for hyperspectral imagery [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2005, **43**(2):388-397.

[8] MEI Feng, ZHAO Chun-hui, SUN Yan, *et al.* A novel spectral similarity measurement kernel based anomaly detection method in hyperspectral imagery [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **18**(5):3165-3170.
梅峰, 赵春晖, 孙岩, 等. 基于新型光谱相似度量核的高光谱异常检测算法 [J]. *光子学报*, 2009, **18**(5):3165-3170.

[9] ZHANG Xiu-bao, YUAN Yan, JING Juan-juan, *et al.* Spectral discrimination method information divergence combined with gradient angle [J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2011, **31**(3):853-857.
张修宝, 袁艳, 景娟娟, 等. 信息散度与梯度角正切相结合的光谱区分方法 [J]. *光谱学与光谱分析*, 2011, **31**(3):853-857.

[10] WANG Liang-liang, LI Zhi-yong, SUN Ji-xiang. Anomaly detection in hyperspectral imagery based on spectral gradient and LLE [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2012, **121** (10): 720-724

[11] WANG Liang-liang, LI Zhi-yong, SUN Ji-xiang. Improved RX algorithm with global statistics [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2014, **446**(11):942-945

[12] MEI Feng, ZHAO Chun-hui. Spatial filter based anomaly detection algorithm for hyperspectral imagery kernel RX detectors [J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2009, **30**(6):697-702.
梅峰, 赵春晖. 基于空域滤波的核 RX 高光谱图像异常检测算法 [J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2009, **30**(6):697-702.

[13] SCHOLKOPF B, SMOLA A J, MULLER K. Nonlinear component analysis a Kernel eigenvalue problem [J]. *Neural Computation*, 1998, **10**(5):1299-1319.

[14] ZHAO Chun-hui, LI Jie, MEI Feng. A kernel weighted RX algorithm for anomaly detection in hyperspectral imagery [J]. *Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 2010, **29**(5): 378-382.
赵春晖, 李杰, 梅峰. 核加权 RX 高光谱图像异常检测算法 [J]. *红外毫米波学报*, 2010, **29**(5):378-382.