

doi: 10.3788/gzxb20164503.0327003

# NPS 态光场与运动二能级原子相互作用系统的保真度

郭彩丽<sup>1</sup>, 萨楚尔夫<sup>1,2</sup>, 李斌<sup>1</sup>

(1 内蒙古师范大学 物理与电子信息学院, 呼和浩特 010022)

(2 内蒙古师范大学 图书馆, 呼和浩特 010022)

**摘 要:** 利用全量子理论计算方法, 研究 NPS 态光场与运动二能级原子相互作用系统和光场保真度的时间演化规律, 分析原子初态、最大光子数、光场参量、原子运动速度、场模结构参量和跃迁光子数对系统和光场保真度的影响. 结果表明: 最大光子数越大或光场参量越小, 保真度平均值越低; 原子运动速度或场模结构参量增大保真度变大, 振荡频率加快; 跃迁光子数增大时, 保真度周期性或无规则振荡; 当原子初态处于叠加态时系统和光场保真度最大, 且振荡规律相同.

**关键词:** 量子光学; 量子信息; NPS 态光场; 保真度; 二能级原子

中图分类号: O431.2

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2016)03-0327003-7

## Fidelity in a System of a Moving Two-level Atom Interacting with Intermediate Number-Phase State Light

GUO Cai-li<sup>1</sup>, Sachuerfu<sup>1,2</sup>, LI Bin<sup>1</sup>

(1 College of Physics and Electronic Information, Inner Mongolia Normal University, Inner Mongolia, Hohhot 010022, China)

(2 Library of Inner Mongolia Normal University, Inner Mongolia, Hohhot 010022, China)

**Abstract:** The fidelity in a system composed of a moving two-level atom interacting with an intermediate number-phase state was studied by means of the fully quantum theory. The influences of the atomic initial state, the largest number of photon, the parameter of light field, atomic motion, the parameter of field mode and the values of the transitional photon number on the fidelity of the system were analyzed. The result shows that the values of the average fidelity of system and light field decrease via increasing the largest number of photon or reducing the parameter of field. The larger atomic motion or field-mode structure parameter becomes, the greater values of the fidelity of system and light field are, and their oscillating frequencies are faster. As the transitional photon number is at different value, the evolutions for the fidelity of system and light field show periodic or random oscillation behavior. When atom is initially in a superposition state, the fidelity of system and field reaches its maximum, and the oscillating forms of the fidelity of system and field keep at a same manner.

**Key words:** Quantum optics; Quantum information; Intermediate number-phase state of light field; Fidelity; Two-level atom

**OCIS Codes:** 270.0270; 270.5580; 020.5580; 270.5585

## 0 引言

保真度是衡量信息在传输过程中保持原来状态的相似程度. 作为量子信息科学领域中一个重要的研究对象, 保真度被广泛地应用于量子通信和量子计算等

研究中. 然而量子信息是以量子态为载体进行信息传递, 因此, 必然要考虑量子态传输的保真度问题. 刘堂昆等研究了纠缠态原子与相干态光场相互作用系统的量子信息保真度, 发现调节失谐量和初始原子平均光子数, 可以提高系统、原子和光场的保真度, 并且考察

基金项目: 内蒙古自然科学基金项目(No. 2013MS0115)、内蒙古师范大学“十百千”人才基金项目(No. RCPY-2-2012-K-038)资助

第一作者: 郭彩丽(1989-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为量子光学. Email: 1216636023@qq.com

导师(通讯作者): 萨楚尔夫(1962-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为量子光学. Email: Sacrf@imnu.edu.cn

收稿日期: 2015-09-02; 录用日期: 2015-11-13

<http://www.photon.ac.cn>

了原子间偶极与偶极相互作用对保真度的影响<sup>[1-2]</sup>;董传华研究在克尔媒质中原子和光场的量子信息保真度<sup>[3]</sup>;王菊霞对多模光场与二能级原子相互作用系统中保真度与纠缠度的关联作了分析,并且重点研究了二能级原子与多模光场简并多光子共振相互作用系统中量子保真度的演化特性<sup>[4-5]</sup>;Paolo Zanardi 等研究了纯态量子信道的保真度<sup>[6]</sup>;Aurelian Isar 通过利用一般的高斯量子态保真度的表达式,研究了简谐振子与热场相互作用系统的量子态保真度<sup>[7]</sup>.此外,还有一些学者对量子态保真度作了不同方面的研究工作,并取得了不少研究成果<sup>[8-13]</sup>. NPS 态(intermediate number-phase state of the quantized radiation field)是介于数态和相位态之间的中间态场,且能够反映相位态光场和数态光场所具有的量子态光场属性<sup>[16-17]</sup>,当描述该光场的参量发生变化时,模型既可以描述光场从相位态光场演变为数态光场过程中所可能展示的丰富的物理现象,又能揭示介于两光场态之间的中间态的一些特殊性质,因此具有十分重要的理论研究价值.迄今为止,对运动的二能级原子与 NPS 态光场相互作用系统量子态保真度的研究还鲜有报道.本文利用全量子理论时间演化算符,研究处于运动的二能级原子与 NPS 态光场相互作用系统的保真度,讨论原子初态、光场最大光子数、光场参量、原子运动速度、场模结构参量和跃迁光子数对系统和光场保真度时间演化的影响.

## 1 理论模型

多个光子跃迁过程中,考虑一个单模光场与运动的二能级原子相互作用,旋波近似下该系统的哈密顿量可表示为( $\hbar=1$ )<sup>[12-15]</sup>

$$H = \hbar\{\omega_0 S_Z + \omega a^+ a + g[f(Z)]^k \cdot (a^{+k} S_- + a^k S_+)\} \quad (1)$$

式中, $\omega$ 和 $\omega_0$ 分别表示场频率和原子跃迁频率, $a^+$ 和 $a$ 分别为场的产生和湮灭算符, $S_Z$ 为原子跃迁算符, $S_+ = |e\rangle\langle g|$ 和 $S_- = |g\rangle\langle e|$ 分别为原子的上升算符和下降算符, $g$ 为原子与单模光场的耦合系数, $f(Z)$ 为原子在腔场模的形式函数, $k$ 为跃迁光子数.

设运动的二能级原子运动方向为腔场的 $Z$ 轴方向,原子的运动形式为

$$f(Z) \rightarrow f(vt) = \sin\left(\frac{p\pi vt}{L}\right) \quad (2)$$

式中, $v$ 为原子运动速度, $p$ 为腔场长度为 $L$ 内的半波数.运动的原子在共振条件下( $\omega = \omega_0$ )相互作用,时间演化算符可以写成

$$U_I(t, 0) = \exp\left[-i \int_0^t H_I(t') dt'\right] = \exp[-i\lambda\Gamma(t)] \quad (3)$$

式(3)中, $\lambda = g(a^{+k} S_- + a^k S_+)$ , $\Gamma(t) = \int_0^t [f(vt')]^k dt'$ 为关于原子运动的时间函数,系统的时间演化算符 $U_I(t, 0)$ 的矩阵形式为

$$U_I(t, 0) = \begin{bmatrix} \cos[g\Gamma(t)(a^k a^{+k})^{1/2}] & -i \frac{\sin[g\Gamma(t)(a^k a^{+k})^{1/2}]}{(a^k a^{+k})^{1/2}} a^k \\ -i \frac{\sin[g\Gamma(t)(a^{+k} a^k)^{1/2}]}{(a^{+k} a^k)^{1/2}} & \cos[g\Gamma(t)(a^{+k} a^k)^{1/2}] \end{bmatrix} \quad (4)$$

假设初始时刻进入腔时,原子所处的状态为基态和激发态的叠加态

$$|\psi_a(0)\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|e\rangle + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)e^{i\varphi}|g\rangle \quad (5)$$

式中 $\theta$ 为原子的初始分布, $\varphi$ 表示基态与激发态的相对相位角.

单模光场的初态 $\psi_f(0)$ 处于 NPS 态,可表示为

$$|\psi_f(0)\rangle = |\xi, M\rangle = \sum_{n=0}^M \beta_n^M(\xi) |n\rangle \quad (6)$$

$$\beta_n^M(\xi) = \frac{1}{\sqrt{s^2 + M}} (1 + \xi \delta_{n, M}) e^{i\varphi \langle n - M \rangle} \quad (7)$$

式中 $s = 1 + \xi$ , $r = \xi/s$ , $e^{i\varphi \langle n - M \rangle}$ 和 $\frac{1}{\sqrt{s^2 + M}}$ 分别是 NPS 态权函数和归一化因子, $M$ 为光场最大光子数, $\xi$ 为 0 到 $\infty$ 的数.

初始时刻系统的密度算符为

$$\rho_s(0) = \rho_a(0) \otimes \rho_f(0) \quad (8)$$

式中, $\rho_a(0) = |\psi_a(0)\rangle\langle\psi_a(0)|$ 和 $\rho_f(0) = |\psi_f(0)\rangle\langle\psi_f(0)|$ 分别表示初始时刻的原子和场的密度算符.因此,任意时刻系统密度算符,子系统的光场和原子的约化密度算符表示为

$$\rho_s(t) = U_I(t, 0) \rho_s(0) U_I^\dagger(t, 0) = \begin{bmatrix} |L\rangle\langle L| & |L\rangle\langle G| \\ |G\rangle\langle L| & |G\rangle\langle G| \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\rho_r(t) = \text{Tr}_{\text{atom}}[\rho_s(t)] \quad (10)$$

$$\rho_a(t) = \text{Tr}_{\text{field}}[\rho_s(t)] \quad (11)$$

式中, $|L\rangle = |A\rangle + |B\rangle$ , $|G\rangle = |C\rangle + |D\rangle$ ,具体表达式为

$$|A\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sum_{n=0}^M \beta_n^M(\xi) \cos[g \cdot \Gamma(t) \sqrt{(n+1)(n+2)\cdots(n+k)}] |n\rangle \quad (12)$$

$$|B\rangle = -i \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-i\varphi} \sum_{n=0}^M \beta_n^M(\xi) \sin[g \cdot$$

$$\Gamma(t) \sqrt{n(n-1)\cdots[n-(k-1)]} |n-k\rangle \quad (13)$$

$$|C\rangle = -i \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sum_{n=0}^M \beta_n^M(\xi) \sin[g\bullet]$$

$$\Gamma(t) \sqrt{(n+1)(n+2)\cdots(n+k)} |n+k\rangle \quad (14)$$

$$|D\rangle = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-i\varphi} \sum_{n=0}^M \beta_n^M(\xi) \cos[g\bullet]$$

$$\Gamma(t) \sqrt{n(n-1)\cdots[n-(k-1)]} |n\rangle \quad (15)$$

## 2 系统的量子态保真度

为了描述量子信息在传输过程中,信息输入(初态)和输出(末态)的偏离程度,引入保真度,定义式为

$$F(\rho_1, \rho_2) = [\text{Tr}(\sqrt{\sqrt{\rho_1} \rho_2 \sqrt{\rho_1}})^{1/2}]^2 \quad (16)$$

式中  $\rho_1$  和  $\rho_2$  分别是初态和末态的密度算符. 而  $F(\rho_1, \rho_2)$  的取值范围在  $0 \sim 1$  区间, 当  $F(\rho_1, \rho_2) = 0$  时, 表示量子态信息传输过程中完全失真; 当

$F(\rho_1, \rho_2) = 1$  时, 表示信息传输过程中完全没有失真(理想情况); 但一般信息在传递过程中处于部分失真, 即  $0 < F(\rho_1, \rho_2) < 1$ .

利用保真度的定义式和系统密度算符的初态和末态表达式, 数值计算得到系统和 NPS 态光场保真度分别表示为

$$F_s(t) = \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) |\langle \xi, M | L \rangle|^2 + \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) |\langle \xi, M | G \rangle|^2 +$$

$$2\text{Re} \left[ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\varphi} |\langle \xi, M | G \rangle \langle L | \xi, M \rangle| \right] \quad (17)$$

$$F_f(t) = |\langle \xi, M | L \rangle|^2 + |\langle \xi, M | G \rangle|^2 \quad (18)$$

式中

$$|\langle \xi, M | L \rangle| = |\langle \xi, M | A \rangle| + |\langle \xi, M | B \rangle| \quad (19)$$

$$|\langle \xi, M | G \rangle| = |\langle \xi, M | C \rangle| + |\langle \xi, M | D \rangle| \quad (20)$$

具体表达形式为

$$\langle \xi, M | A \rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(\frac{1}{s^2 + M}\right) \left\{ \sum_{n=0}^M \cos[g\Gamma(t) \sqrt{(n+1)(n+2)\cdots(n+k)}] + (2\xi + \xi^2) \cdot \right.$$

$$\left. \cos[g\Gamma(t) \sqrt{(M+1)(M+2)\cdots(M+k)}] \right\} \quad (21)$$

$$\langle \xi, M | B \rangle = -i \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-i\varphi} e^{i\theta k} \left(\frac{1}{s^2 + M}\right) \left\{ \sum_{n=0}^M \sin[g\Gamma(t) \sqrt{n(n-1)\cdots[n-(k-1)]}] + \right.$$

$$\left. \xi \sin[g\Gamma(t) \sqrt{M(M-1)\cdots[M-(k-1)]}] \right\} \quad (22)$$

$$\langle \xi, M | C \rangle = -i \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-i\theta k} \left(\frac{1}{s^2 + M}\right) \left\{ \sum_{n=0}^M \sin[g\Gamma(t) \sqrt{n(n-1)\cdots[n-(k-1)]}] + \right.$$

$$\left. \xi \sin[g\Gamma(t) \sqrt{M(M-1)\cdots[M-(k-1)]}] \right\} \quad (23)$$

$$\langle \xi, M | D \rangle = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-i\varphi} \left(\frac{1}{s^2 + M}\right) \left\{ \sum_{n=0}^M \cos[g\Gamma(t) \sqrt{n(n-1)\cdots[n-(k-1)]}] + \right.$$

$$\left. (2\xi + \xi^2) \cos[g\Gamma(t) \sqrt{M(M-1)\cdots[M-(k-1)]}] \right\} \quad (24)$$

根据式(21)~(22)可以看出量子态保真度与系统参量有关, 因此需要研究各个参量分别对系统保真度和光场保真度的影响.

## 3 数值分析

根据式(17)体系量子态保真度和式(18)光场量子态保真度表达式, 通过数值分析分别讨论原子初态  $\theta$

和  $\varphi$ 、光场最大光子数  $M$ 、光场参数  $\xi$  和  $\theta'$ 、原子运动速度  $v$ 、场模结构参数  $p$  和跃迁光子数  $k$  对系统保真度和 NPS 态光场保真度的影响(为了方便计算, 选取  $\varphi = \theta' = 0$ ).

### 3.1 原子初态对量子态保真度的影响

图 1 和图 2 分别为  $M=3, \xi=0.5, p=k=1$  时, 原子初态  $\theta$  对系统和光场保真度的影响. 对比图 1 和图 2

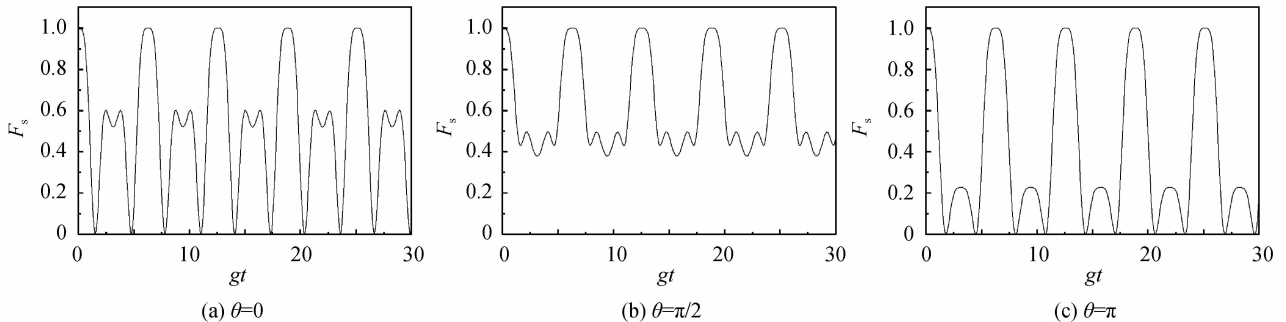


图 1 系统保真度随原子初态  $\theta$  的时间演化

Fig. 1 The time evolution of the fidelity in the system with the atomic initial state

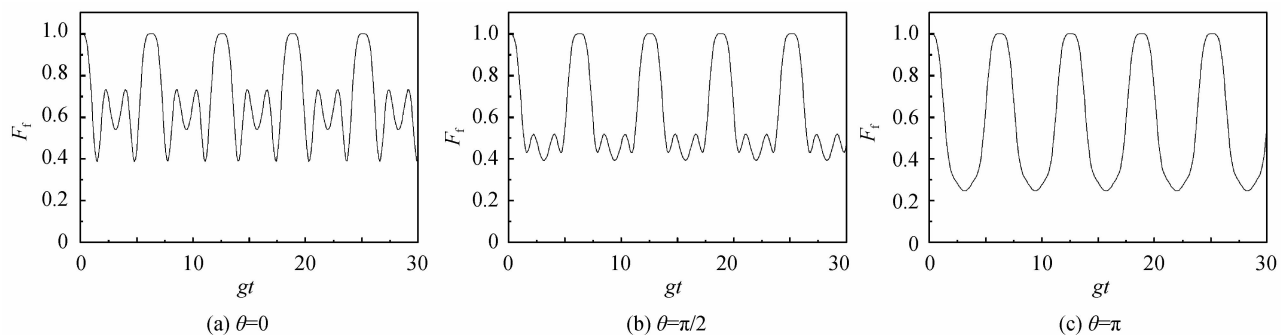


图2 光场保真度随原子初态  $\theta$  的时间演化

Fig. 2 The time evolution of the fidelity of the light field with the atomic initial state

可以得到,当原子处在基态( $\theta=0$ )和激发态( $\theta=\pi$ )时,系统保真度明显低于光场保真度,系统保真度出现部分失真和完全失真现象,而光场保真度仅呈现出部分失真现象;原子初态处于  $\theta=\pi/2$  的叠加态时,系统和光场的保真度相同.由此说明,原子初态处于叠加态时,系统和光场对量子信息的保真性更好.

### 3.2 光场最大光子数对量子态保真度的影响

图3和图4为  $\xi=1, p=2, k=3, \theta=\pi/2$  时,光场

最大光子数  $M$  对系统和光场保真度的影响.由图3和图4可以看出,系统和光场保真度都呈现出周期性振荡;随着  $M$  的增加,系统和光场保真度逐渐减小,振荡规律发生明显的变化;分别对比图3(a)~(c)和图4(a)~(c)可以发现,当  $M$  取值较小时,系统保真度仍低于光场保真度, $M$  增加到3时,系统保真度和光场保真度演化曲线几乎相同.说明光场最大光子数对保真度的振荡规律影响较大.

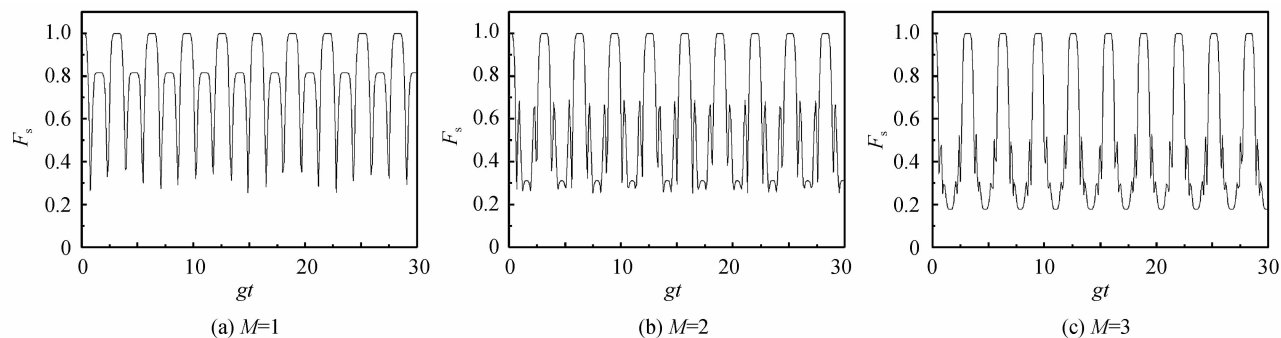


图3 系统保真度随最大光子数  $M$  的时间演化

Fig. 3 The time evolution of the fidelity in the system with the largest number of photon

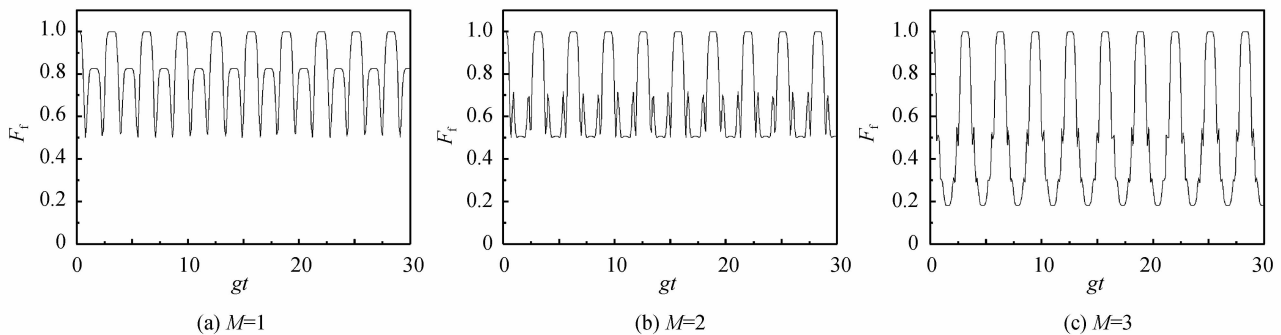


图4 光场保真度随最大光子数  $M$  的时间演化曲线

Fig. 4 The time evolution of the fidelity of the light field with the largest number of photon

### 3.3 光场参数对量子态保真度的影响

图5和图6为  $M=2, p=1, k=3, \theta=\pi/2$  时,光场参数  $\xi$  分别对系统和光场保真度的影响.对比图5和图6可见光场保真度大于系统保真度,且都没有出现

完全失真;随着  $\xi$  的增加,保真度的振荡加剧,平均值变大.说明在量子信息传输过程中光场参数越大对信息的保真程度越好.

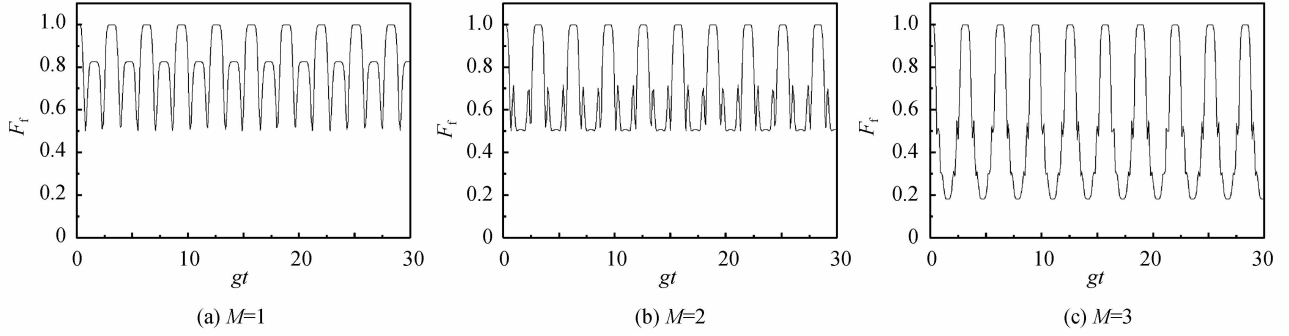
图 5 系统保真度随光场参数  $\xi$  的时间演化曲线

Fig. 5 The time evolution of the fidelity in the system with the parameter of light field

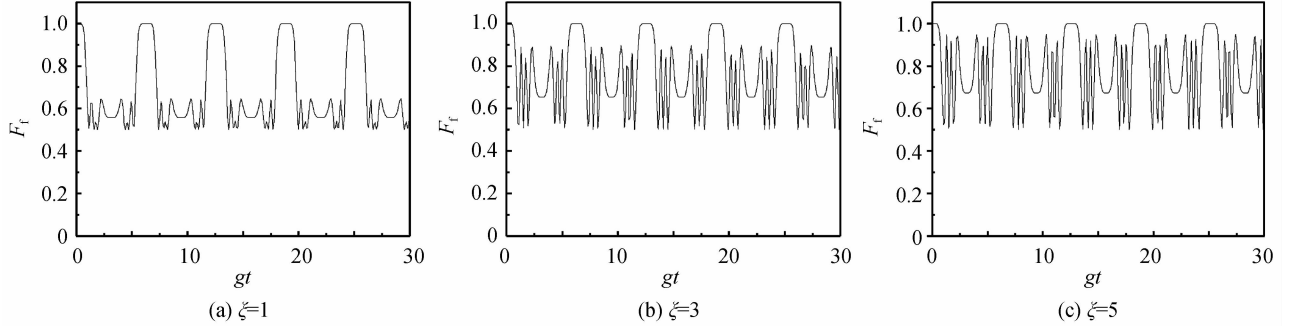
图 6 光场保真度随光场参数  $\xi$  的时间演化

Fig. 6 The time evolution of the fidelity of the light field with the parameter of light field

### 3.4 原子运动速度对量子态保真度的影响

图 7 和图 8 分别为  $M=3, \xi=1, p=1, k=3, \theta=\pi/2$  时,原子运动速度  $v$  对系统和光场保真度演化规律的影响.分别对比两组图(a)~(c)可以看出,系统与光场保

真度都呈现出周期性振荡,当原子速度较小时,在给定域内出现完全失真现象;随着原子速度的增大保真度变大,并且光场保真度要比系统保真度增长得更快.说明原子速度越大光场的保真性更好,振荡频率越快.

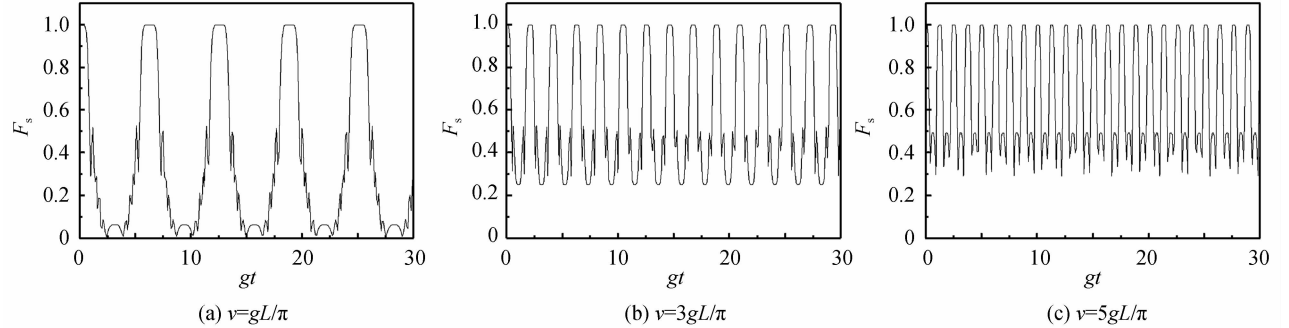
图 7 系统保真度随原子运动速度  $v$  的时间演化

Fig. 7 The time evolution of the fidelity in the system with atomic motion

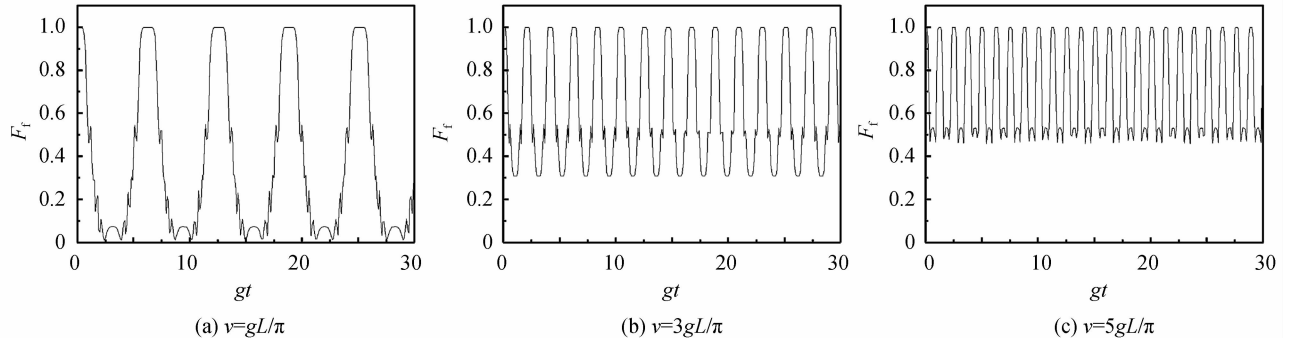
图 8 光场保真度随原子运动速度  $v$  的时间演化曲线

Fig. 8 The time evolution of the fidelity of the light field with atomic motion

### 3.5 场模结构参数对量子态保真度的影响

图9和图10分别为 $M=2, \xi=0.5, k=1, \theta=\pi/2$ 时,场模结构参数 $p$ 对系统和光场保真度演化规律的影响.对比图9和图10可知,保真度的振荡频率随着

场模结构参数的增大而变快,当 $p \geq 2$ 时,系统和光场的保真度几乎相同,且呈现出等振幅的周期性振荡.说明随着场模结构参数的增加,保真度的平均值变大,振荡频率变快.

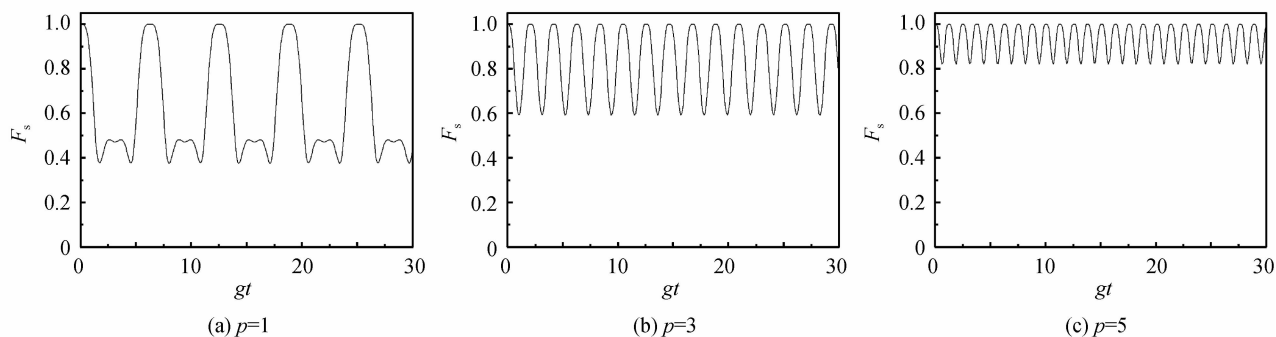


图9 系统保真度随场模结构参数 $p$ 的时间演化

Fig. 9 The time evolution of the fidelity in the system with the parameter of field mode

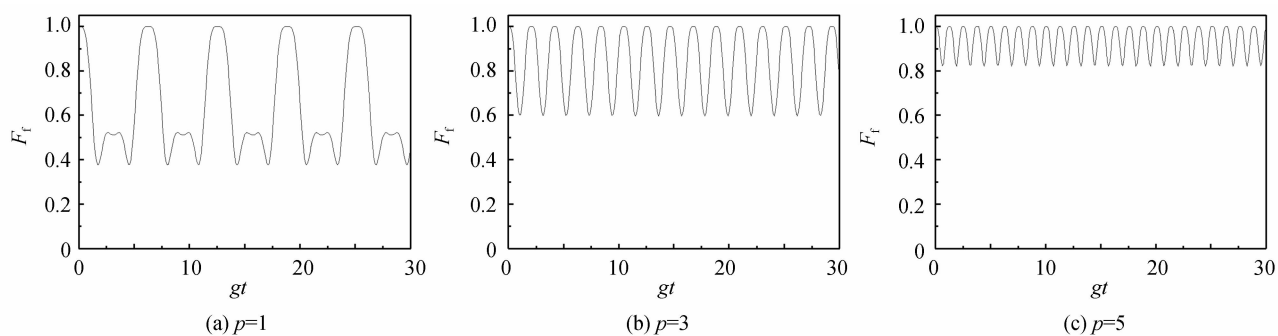


图10 光场保真度随场模结构参数 $p$ 的时间演化

Fig. 10 The time evolution of the fidelity of the light field with the parameter of field mode

### 3.6 跃迁光子数对量子保真度的影响

当 $M \geq 3$ 时,系统和光场保真度的演化曲线几乎相同,图11(a)~(c)为 $M=5, \xi=1, p=1, \theta=\pi/2$ 时,跃迁光子数 $k$ 对系统和光场保真度共同的演化规律的影响.由图可见,跃迁光子数取不同值时,系统和光场保

真度分别出现不同振荡规律,当 $k=1, 3$ 时呈现出周期性振荡, $k=2$ 时保真度的振荡是无规则的;当 $k$ 逐渐增大时,系统和光场的保真度会随着 $k$ 的增加而减小,并且出现完全失真现象.说明跃迁光子数越小系统和光场的保真度越好.

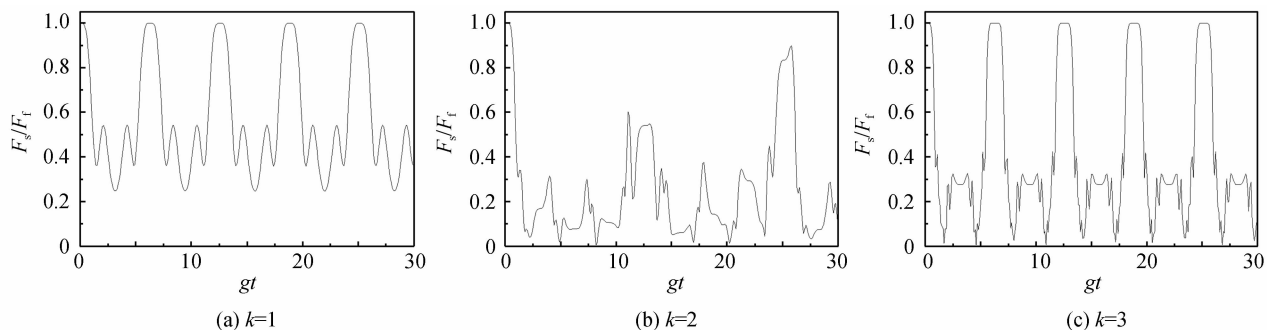


图11 系统和光场保真度随跃迁光子数 $k$ 的时间演化

Fig. 11 The time evolution of the fidelity system and light field with the values of the transitional photon number

## 4 结论

本文利用全量子理论,研究了NPS态光场与二能级原子相互作用时系统和光场的保真度.计算出了相互作用系统和光场保真度的表达式,讨论了原子初态、

最大光子数、光场参数、原子运动速度、场模结构参数和跃迁光子数对系统和光场保真度时间演化特性的影响.结果表明:保真度的演化规律随着原子初态的变化而变化,但振荡频率不发生变化,原子处于叠加态时,系统和光场保真度的平均值最大,并且演化曲线几乎

相同,处在基态和激发态时,光场保真度大于系统保真度;当原子处在叠加态时,光场最大光子数和跃迁光子数越小,并且选取的光场参数、原子运动速度和场模结构参数越大时,系统和光场的保真度越大。

#### 参考文献

- [1] LIU Tang-kun, WANG Ji-suo, LIU Xiao-jun. Fidelity of quantum information in a pair atoms of entanglement state interacting with coherent state[J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(11): 1449-1455.  
刘堂昆,王继锁,柳晓军,等. 纠缠态原子与相干光场作用的量子信息保真度[J]. 光学学报, 2000, **20**(11): 1449-1455.
- [2] LIU Tang-kun, WANG Ji-suo, LIU Xiao-jun, *et al.* Influence of entangled states of atomic dipole-dipole interaction on the fidelity of quantum states[J]. *Acta Physica Sinica*, 2000, **49**(04): 0708-0712.  
刘堂昆,王继锁,柳晓军,等. 纠缠态原子偶极间相互作用对量子态保真度的影响[J]. 物理学报, 2000, **49**(04): 0708-0712.
- [3] DONG Chuan-hua. Fidelity of quantum information for atom field in Kerr medium[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(10): 1181-1186.  
董传华. 在克尔媒质中原子和光场的量子信息保真度[J]. 光学学报, 2003, **23**(10): 1181-1186.
- [4] WANG Ju-xia. Relevance between fidelity and degree of entanglement in the system of two-level atoms interacting with multi-mode fields[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, **43**(03): 0327002.  
王菊霞. 多模光场与二能级原子相互作用系统中保真度与纠缠度的关联[J]. 光子学报, 2014, **43**(03): 0327002.
- [5] WANG Ju-xia. Evolution of the quantum fidelity in a system of multi-mode light field interacting resonantly with a two-level atom through degenerate multi-photon process [J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, **63**(18): 184203.  
王菊霞. 二能级原子与多模光场简并多光子共振相互作用系统中量子保真度的演化特性[J]. 物理学报, 2014, **63**(18): 184203.
- [6] ZANARDI P, LIDAR D A. Purity and state fidelity and quantum channels[J]. *Physical Review A*, 2004, **70**(1): 012315.
- [7] ISAR A. Quantum fidelity for Gaussian states describing the evolution of open systems[J]. *European Physical Journal*, 2008, **160**:225-234.
- [8] SOMMA R D, CHIAVERINI J. Lower bounds for the fidelity of entangled-state preparation[J]. *Physical Review A*, 2006, **74**(5): 152302-8.
- [9] PAUNKOVI Ć, SACRAMENTO P D. Fidelity between partial states as a signature of quantum phase transitions[J]. *Physical Review A*, 2008, **77**(5): 052302.
- [10] LIU Hai-yan, WANG Ji-suo, LIANG Bao-long. Fidelity of interacting system containing the binomial light field and a moving two-level atom[J]. *Acta Sinica Quantum Optica*, 2011, **17**(02): 96-100.  
刘海燕,王继锁,梁宝龙. 二项式光场与运动二能级原子相互作用系统的保真度[J]. 量子光学学报, 2011, **17**(02): 96-100.
- [11] ZHANG Deng-feng, GAO Feng. Fidelity of a pair of atoms by dipole-dipole interaction quantum states in thermal radiation field[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(03): 600-603.  
张登玉,高峰. 热辐射中存在偶极相互作用的原子量子态保真度研究[J]. 光子学报, 2008, **37**(03): 600-603.
- [12] GONG Yan-li, Sachuerfu, YANG Li-sen, *et al.* Fidelity of quantum state for interacting system of binomial photon field and atomic Bose-Einstein condensate[J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2008, **25**(05): 593-597.  
宫艳丽,萨楚尔夫,杨立森,等. 原子玻色-爱因斯坦凝聚与二项式光场相互作用系统的保真度[J]. 量子电子学报, 2008, **25**(05): 593-597.
- [13] WANG Yan-qing, Sachuerfu, WANG Ya-nan. Fidelity in a system of a moving two-level atom interacting with Pólya state light for multi-photon transition[J]. *Chinese Journal of Laser*, 2015, **42**(7): 0718001.  
王艳青,萨楚尔夫,王亚男. 多光子跃迁 Pólya 态光场与运动二能级原子相互作用系统的保真度[J]. 中国激光, 2015, **42**(7): 0718001.
- [14] CUI Ying-hua, Sachuerfu, YANG Li-sen, *et al.* The field entropy evolution of the binomial optical field interacting with the atom under intrinsic decoherence condition [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(04): 971-974.  
崔英华,萨楚尔夫,杨立森,等. 内禀退相干下二项式光场与原子相互作用的熵演化[J]. 光子学报, 2009, **38**(04): 971-974.
- [15] Haribala, Sachuerfu, YANG Rui-fang, *et al.* Quantum entanglement of the squeezed coherent state interacting with  $\Lambda$ -type three-level atom[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(07): 1846-1851.  
哈日巴拉,萨楚尔夫,杨瑞芳,等. 压缩相干态光场与  $\Lambda$  型三能级原子相互作用的纠缠特性[J]. 光子学报, 2009, **38**(07): 1846-1851.
- [16] BASEIA B, DE LIMA A F, MARQUES G C. Intermediate number-phase state of the quantized radiation field [J]. *Physical Letter A*, 1995, **204**: 1-6.
- [17] PREGNELL K L, PEGG D T. Single-shot measurement of quantum optical phase[J]. *Physical Review Letters*, 2002, **89**(17): 173601.