

doi: 10.3788/gzxb20164503.0319001

# I 类自发参量下转换光谱圆环空间分布

高冬阳, 胡友勃, 刘岩, 夏茂鹏, 庞伟伟, 李健军, 郑小兵

(1 中国科学院安徽光学精密机械研究所 中国科学院通用光学定标与表征技术重点实验室, 合肥 230031)

(2 中国科学技术大学, 合肥 230026)

**摘 要:** 理论模拟了 I 类自发参量下转换产生的相关光子光谱圆环的空间辐射角度及光强分布, 搭建了相关光子圆环光强分布的实验测量装置, 该装置利用 355 nm 连续激光器泵浦 BBO 晶体产生 I 类自发参量下转换相关光子圆环, 使用 CMOS 传感器作为相关光子圆环探测单元, 通过  $2 \times 2$  维点阵扫描方法探测了完整的相关光子圆环, 测量的光谱分布为 430~860 nm. 实验结果表明: 测量的相关光子圆环直径与理论值符合较好; I 类自发参量下转换过程产生的相关光子在空间呈同心圆环分布; 相关光子光谱具有宽光谱分布特点.

**关键词:** 相关光子, 光谱圆环, 点阵扫描, CMOS

中图分类号: O437

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2016)03-0319001-6

## Space Distribution of Type-I Spontaneous Parametric Down-conversion Spectra Circle

GAO Dong-yang, HU You-bo, LIU Yan, XIA Mao-peng, PANG Wei-wei,  
LI Jian-jun, ZHENG Xiao-bing

(1 Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Key Laboratory of Optical Calibration and Characterization, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China)

(2 University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

**Abstract:** As a single photon state, the correlated photon is often applied to quantum communication and optics metrology domain. The study of the spectral radiation and intensity distribution of the photon has a great significance for the broad-band radiometric calibration. The space distribution of the correlated photon spectra circle generated by type-I Spontaneous Parametric Down Conversion (SPDC) was simulated theoretically. Based on the simulation, the corresponding experimental measurement system was established. In this system, 355 nm laser is set to pump the BBO crystal, the type-I correlated photon spectra circle is detected by a Complementary Metal Oxide Semiconductor (CMOS) camera. The dot-matrix scanning method is used to record the circle. The spectral distribution of the measurements is 430 nm~860 nm. The results show that the spectra circle diameters of experimental results are highly consistent with the theoretical ones, the spectra circle distribution of type-I SPDC is homocentric and the spectra of the correlated photon has a broad band.

**Key words:** Correlated photon; Spectra circle; Dot-matrix scanning; CMOS

**OCIS Codes:** 190.2640; 260.2510; 300.6170; 040.1490; 300.6280; 300.6420

## 0 引言

1961 年, Louisell 从理论上预言了自发参量下转换 (Spontaneous Parametric Down Conversion, SPDC)

过程<sup>[1]</sup>. 1974 年, Clauser 等通过控制 Ca 原子的联级跃迁过程, 使每个受到激发的 Ca 原子发射出两个不同颜色的光子, 在实验上制备出一对单光子态<sup>[2]</sup>. 通过自发参量下转换产生的单光子态通常被称为相关光子, 在

基金项目: 国家高技术研究发展计划 (No. 2015AA123702) 和国家自然科学基金 (Nos. 11204318, 61275173) 资助

第一作者: 高冬阳 (1990-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为高精度光学传感器辐射定标技术. Email: dyangao@163.com

导师 (通讯作者): 郑小兵 (1969-), 男, 研究员, 博导, 主要研究方向为高精度光学传感器辐射定标技术. Email: xbzheng@aiofm.ac.cn

收稿日期: 2015-09-27; 录用日期: 2015-11-25

<http://www.photon.ac.cn>

该过程中,只有其中一个光子被探测到时,才被告知另一个孪生光子已经产生出来,由于该特点,使得 SPDC 光场在光学计量领域有着重要应用. 1980 年,莫斯科国立大学 Klyshko 从理论上分析得出利用相关光子的时间相关特性能够绝对定标单光子探测器的量子效率<sup>[3]</sup>. 为了扩宽自发参量下转换的光谱,国内外研究团队开展了大量研究. 1967 年,斯坦福大学 Harris 等利用 Ar<sup>+</sup> 激光器泵浦 LiNbO<sub>3</sub> 晶体,通过调谐晶体温度观察到了 540~660 nm 波段的相关光子光谱分布<sup>[4]</sup>; 1981 年,国立莫斯科大学 Penin 等利用 325 nm He-Cd 激光器泵浦 LiIO<sub>3</sub> 晶体,通过调谐晶体的相位匹配角制备了 560~750 nm 光谱范围内的相关光子对<sup>[5]</sup>. 上述制备宽波段相关光子的方式都是通过调谐晶体的温度或晶体的相位匹配角来实现的依赖于对晶体温度、角度的精准控制而具有局限性. 1995 年,美国国家技术标准局 (National Institute of Standards and Technology, NIST) Migdall 等在不调谐晶体相位匹配角的前提下,实现了宽波段相关光子的制备,并且标定了光电倍增管 (Photoelectric Multiplier Tube, PMT) 在 4 个波段的绝对量子效率,与传统的基于标准辐射源定标方法的量值传递结果相比,差异优于 0.6%<sup>[6]</sup>; 2008 年, Baek 等实验观测到了约 30 nm 带宽的相关光子光谱的时间相关特性,从实验上证明相关光子具有宽波段分布特性<sup>[7]</sup>; 中科院安徽光机所一直致力于提高新型定标的准确度和扩宽相关光子光谱范围,目前已经成功探测并制备到 550~808 nm 波段的相关光子<sup>[8-9]</sup>. 这些研究均是利用相关光子圆环上相关的两个单点来实现单光子探测器量子效率定标. 然而,利用相关光子圆环上两点的时间相关性仅仅能够标定单光子探测器量子效率,不能在理论上实现模拟探测器的定标,其主要局限性在于相关光子圆环单点的光子速率低. 因此,借助整个相关光子圆环的时间相关特性,可为实现基于相关光子方法对模拟探测器定标提供一种可能.

2007 年,华东师范大学曾和平教授课题组利用连续光和脉冲种子光同步注入偏硼酸钡晶体 ( $\beta$ -Barium Borate, BBO) 晶体产生非线性光学参量放大,在实验上观察到了紫外和可见区域的相关光子圆环<sup>[10]</sup>; 2011 年华中科技大学尹娟娟等利用飞秒脉冲激光泵浦 BBO 晶体,也在实验上观察到了相关光子圆环<sup>[11]</sup>. 他们均采用脉冲激光器作为泵浦源. 事实上, SPDC 所产生的相关光子速率与泵浦光的功率成正比,使用脉冲机制泵浦较为容易实现光谱圆环的探测. 为了将相关光子光谱圆环的时间相关性应用于连续机制下模拟探测器的绝对定标,本文开展了连续光泵浦机制下 I 类 SPDC 相关光子光谱圆环在空间的光强分布、辐射角度分布研究,采用连续激光泵浦 BBO 晶体产生 SPDC 光谱圆

环. 实验探测到了整个 I 类相关光子圆环,相关光子圆环的光谱分布研究结果将与单点光谱测量结果<sup>[8-9]</sup> 相互验证,为实现宽波段的模拟探测器绝对定标提供了实验依据.

## 1 相关光子光谱圆环的空间分布数值模拟

I 类 SPDC 过程是指,泵浦光子 (e 光) 进入非线性晶体后自发地分裂为具有相同偏振态的两个光子 (o 光),该过程满足动量守恒和能量守恒定律<sup>[12]</sup>,即

$$\omega_p = \omega_i + \omega_s \quad (1)$$

$$\mathbf{k}_p = \mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i \quad (2)$$

式中,  $\omega$ 、 $\mathbf{k}$  分别代表频率和波矢量,下标 p、s 和 i 分别代表泵浦光、信号光和空闲光. 在理想相位匹配条件下,三个波矢构成一个矢量三角形,如图 1,  $\alpha$  是相关光子辐射方向与泵浦光辐射方向的非共线角.

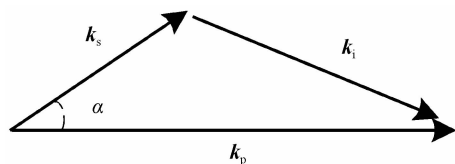


图 1 SPDC 理想相位匹配示意图

Fig. 1 Schematic diagram of SPDC perfect phase matching

在理想相位匹配条件下,满足构成矢量三角形的波矢有无数个. 但由于晶体的色散以及有限的长度,在对相关光子的光谱分布进行理论分析和数值模拟时,需要考虑 SPDC 过程中的相位适配量  $\Delta$ . SPDC 过程可以理解为自发辐射光子与泵浦光子进行的参量放大过程,因此可以采用 Devaux 提出的放大传递函数 (Amplify Transfer Function, ATF) 理论模型来模拟相关光子的空间强度及光谱分布. 对于某一  $m$  时空模式下的 ATF 被定义为<sup>[13-14]</sup>

$$\text{ATF}(\Phi_m, \alpha_m, \lambda_m) = \frac{G(\Phi_m, \alpha_m, \lambda_m)}{G_0} = \frac{g^2 \Gamma^2}{K^2 \sinh(g_0 L)} \quad (3)$$

式中,  $\Gamma = \sinh(KL)$ ,  $K = \sqrt{\left|g^2 - \frac{\Delta^2}{4}\right|}$ ,  $L$  代表晶体的长度,  $g$  代表 SPDC 过程中的参量增益系数,  $g_0$  代表完全相位匹配条件下的参量增益系数,  $\Delta$  代表相位适配量. 它们表达式分别为

$$\begin{cases} g = \sqrt{\frac{4\omega_{ms}\omega_{mi}d_{\text{eff}}^2 I_p}{2\varepsilon_0 n_{ms} n_{mi} n_p c^3}} \\ \Delta = |\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i| \\ g_0 = \sqrt{\frac{4\omega_0 s \omega_0 i d_{\text{eff}}^2 I_p}{2\varepsilon_0 n_0 s n_0 i n_p c^3}} \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $I_p$  代表泵浦光强,  $c$  代表光速,  $d_{\text{eff}}$  有效非线性系数,  $\omega$ 、 $n$  分别代表光波频率及折射率.

SPDC产生的相关光子速率可以通过式(5)描述<sup>[15]</sup>,其中, $d\Phi_s$ 是在光谱间隔 $d\lambda_s$ 内积分获得的信号光子速率, $n_p^e(\Psi)$ 是相位匹配角为 $\Psi$ 时泵浦光折射率, $\Phi_p(l)$ 为泵浦光在晶体中传输了长度 $l$ 后的功率, $d\Phi_s$ 表示为

$$d\Phi_s = (2\pi)^4 \frac{2\hbar^2_{\text{eff}}}{\epsilon_0 (n_p^e(\Psi))^2} \frac{\lambda_p}{\lambda_s^2 \lambda_i^2} \int_0^L \Phi_p(l) dl d\lambda_s \quad (5)$$

假设泵浦光的波长355 nm,泵浦光强为15 MW/cm<sup>2</sup>,非线性晶体为BBO晶体,晶体长度为10 mm,相位匹配方式为I类,相位匹配角为36°。根据ATF理论及相关光子速率分布理论,模拟了相关光子光谱辐射角度分布和光子速率分布,如图2、图3。

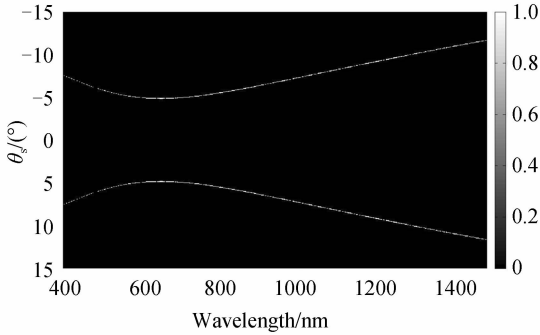


图2 相关光子光谱辐射角度分布曲线

Fig. 2 The emitted angle of correlated photon vs. wavelength

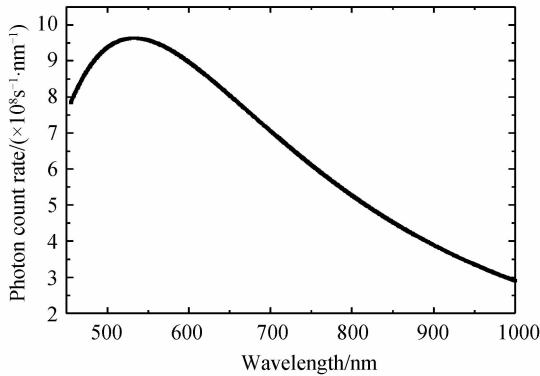


图3 相关光子速率分布曲线

Fig. 3 The photon count rate of correlated photon vs. wavelength

图2中,横坐标代表相关光子波长,纵坐标代表相关光子在晶体内部的非共线角,灰度值代表ATF函数值大小,对应着相关光子圆环光强归一化后的变化趋势;图3中,横坐标代表相关光子波长,纵坐标代表相关光子速率,可以看出:1)随着相关光子波长 $\lambda$ 增大,相关光子的非共线角 $\alpha$ 先减小后增大;2)随着波长的增大,相关光子速率先增大后减小。

## 2 实验测量装置

基于第1节的理论模拟结果搭建的实验测量装置如图4。使用355 nm连续(Continue Wave,CW)激光泵

浦BBO晶体( $\Psi=36^\circ, 8 \times 8 \times 10$  mm)产生I类SPDC过程。为消除激光器可能泄漏出的1064 nm基频光和532 nm倍频光,在光路中插入355 nm带通滤光片;为了能够去除相关光子背景,在光路中插入355 nm半波片。晶体后产生的发散相关光子被聚焦透镜进行聚焦,变成平行光进入相机的光敏面。透镜的焦距 $f$ 为82.69 mm,孔径 $D$ 为56 mm。为消除残留泵浦光对测量结果的影响,在晶体与透镜之间插入一片430 nm截止滤光片,滤光片45°斜放,保证了残留泵浦光能够被反射出去。

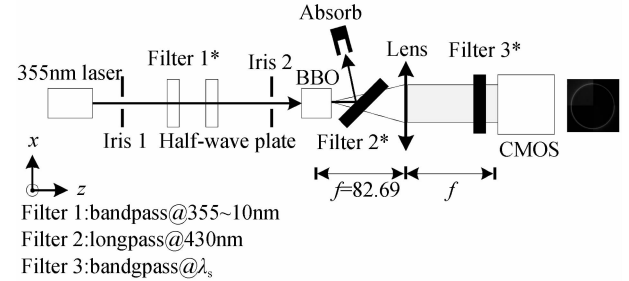


图4 测量装置

Fig. 4 Schematic diagram of experimental measurement system

CMOS传感器的光谱响应范围为400~1000 nm,其有效光敏面为 $13.312 \times 13.312$  mm<sup>2</sup>。为了能够将400~1000 nm光谱范围内的相关光子变为平行光,并完全被相机的光敏面所接收,根据图2模拟的结果,晶体后面所使用的聚焦透镜的参量要求为:焦距 $f \leq 27.36$  mm,孔径 $d \geq 13.312$  mm。由于实验室没有满足该要求的透镜,相机不能同时拍摄400~1000 nm波段内的整个相关光子圆环,我们考虑使用点阵扫描的方式拍摄相关光子圆环,如图5。

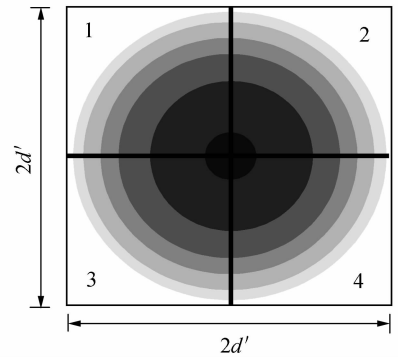


图5 点阵扫描方法拍摄相关光子光谱圆环

Fig. 5 Schematic diagram of dot-matrix scanning measure correlated photon spectra circle

相机放置在二维位移台上,将相关光子圆环在 $x-y$ 平面上分为 $2 \times 2$ 的阵列,对平行出射的相关光子进行点阵扫描。发散出射的相关光子被透镜聚焦后变为平行光,假设透镜的焦距为82.686 2 mm,口径为56 mm,透镜所能接收的最大相关光子入射角为 $18.71^\circ$ ,对应的相关光子波长为1230.5 nm,因此

400 nm~1 000 nm相关光子经过该透镜后能够变成平行光束. 相机分别对图 5 中的 1~4 部分进行探测, 最后可以将相机在每个部分拍摄图片进行拼接. 相机放置在二维移动的位移台上, 可以进行左右、上下移动, 移动的步距等于相机光敏面孔径( $d' = 13.312$  mm). 为了能够测量单波长的相关光子光谱圆环, 我们在相机光敏面前端放置了带通滤光片. 相机的 Binning 设置为 2, 曝光时间设置为 390.41 ms.

### 3 测量结果

#### 3.1 宽带相关光子光谱圆环拍摄

在实验测量装置图 4 的基础上, 移除相机前的带通滤光片, 使用  $2 \times 2$  点阵扫描方式对整个相关光子光谱圆环测量. 将测量的相关光子圆环灰度值 (Digital Number, DN) 放大 2 倍, 并拼接成圆环, 如图 6. 其中相机的 Binning 设置为 2, 曝光时间设置为 390.41 ms.

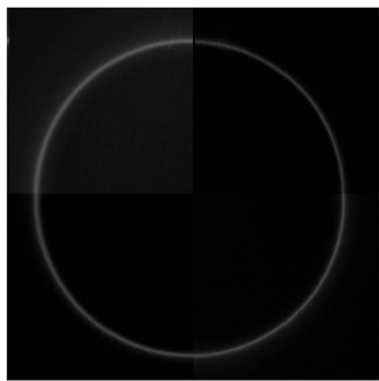


图 6 摄整个相关光子光谱圆环 (DN $\times 2$ )

Fig. 6 Entire spectra circle of correlated photon (DN $\times 2$ )

由于 355 nm 泵浦光功率具有 17% 抖动, 因此各个圆环的 DN 值各不相等. 相机在进行  $2 \times 2$  点阵拍摄时, 由于相机上下、左右移动准确度受限, 各个圆弧对接部位不连续. 为了评估圆环的厚度和直径, 避开对接部位不连续的影响, 从圆环的对角线开展分析, 圆环对角线像元 DN 分布曲线如图 7. 理论上图 7 中的两个峰值大小及半峰全宽 (Full Width at Half Maximum,

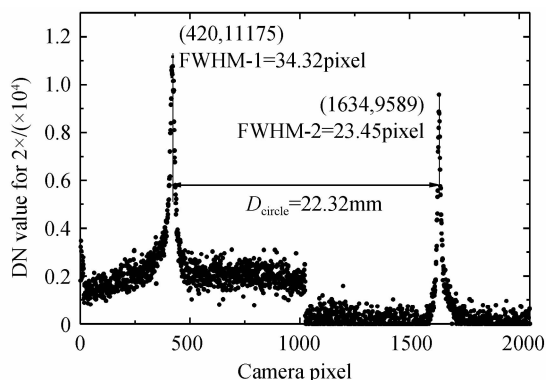


图 7 圆环对角线像元 DN 值分布

Fig. 7 DN distribution of circle diagonal

FWHM) 大小应该完全相等, 由于泵浦光功率的抖动导致了测量值与理论结果具有较大的偏差. 两个峰值相距 22.32 mm (1214 个像元), 此处对应的相关光子波长为 640 nm, 这表明相机在 640 nm 附近所接收的相关光子光强最大, 这是由 SPDC 光谱的光子速率分布及相机的光谱探测效率共同决定的.

为了使相机的光敏面能够全部接收相关光子光谱圆环, 将实验装置图 5 中的聚焦透镜更换为焦距为 30 mm、孔径为 25 mm 的透镜. 晶体后端产生的相关光子圆环经过该透镜后变为平行光束, 将相机 Binning 设置为 1, 曝光时间设置为 400 ms, 相机探测到的图像经  $200 \times$  放大后如图 8. 图 8 显示的圆环的厚度分布不均匀, 这是由于晶体后端泵浦光出射方向与 30 mm 聚焦透镜光轴存在偏差, 使得整个相关光子圆环的中心向右偏移和圆环厚度不均匀. 图 6 和图 8 测量结果表明, I 类 SPDC 产生的相关光子在晶体后端面成圆环分布, 符合理论分析<sup>[9]</sup>的结果.

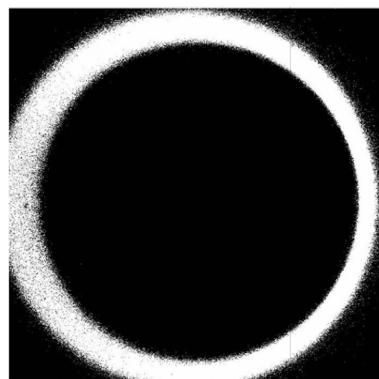


图 8 直接探测相关光子圆环图 (DN $\times 200$ )

Fig. 8 Correlated photon circle for direct detect (DN $\times 200$ )

#### 3.2 单波长相关光子光谱圆环拍摄

为了进一步验证 I 类 SPDC 产生的相关光子光谱圆环呈同心圆环分布规律, 以及验证单点测量的光谱分布结果<sup>[7]</sup>, 测量了单色相关光子圆环的光强空间分布. 测量装置如图 4, 在相机前放置不同的带通滤光片, 相机的 Binning 设置为 2, 曝光时间设置为 390.41 ms, 在相机的光谱响应范围内选择 9 个波段作为测量对象, 测量的结果如图 9.

由于相关光子是成对出现的, 因此与上述波长相关的相关光子也存在. 例如, 与 430 nm 相关的波长为 2 035 nm, 430 nm 波长存在意味着 2 035 nm 波段相关光子也存在. 图 9 中, 单色相关光子波长越长, 探测到的相关光子圆环直径越大; 各个波段的相关光子圆环光强之间的差异是由探测器的量子效率和自发参量下转换的相关光子速率分布共同决定的; 1 000 nm 的相关光子圆环未被探测到, 主要由相机在 1 000 nm 的量子效率低 ( $\approx 4.5\%$ ) 所导致. 图 9 中的圆环并不完整, 是由 4 段圆弧拼接而成. 导致不完整的原因是: 在二维

点阵拍摄时,是手动调节平移台的上下方向,调节准确度受限导致圆环拼接后不完整.图9中的各个圆环厚度是均匀分布的,但是每1/4圆弧的光强DN值存在差异,这是因为每段圆弧是分开测量的,泵浦光功率的抖动是主要原因.由于430nm波段相关光子信噪比较差,图9中并没有给出430nm相关光子圆环直径.

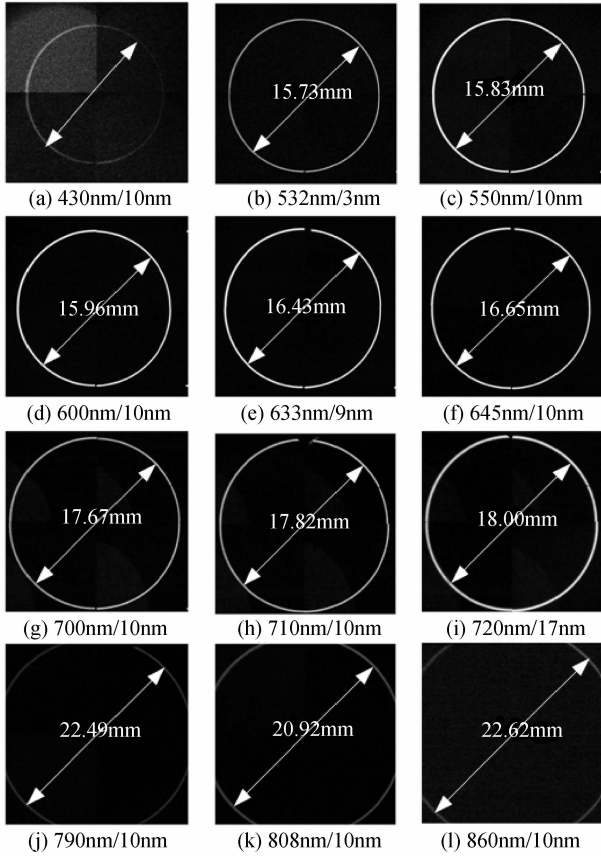


图9 430~860 nm单色相关光子圆环的光强空间分布,其中860 nm波段 DN×800,其他波段 DN×200

Fig.9 Space intensity distribution of 430 ~ 860 nm homochromatism correlated photon circle, the 860 nm-band DN×800, other band DN×200

将实验测量的相关光子圆环直径和理论模拟的圆环直径进行定量化和定性化比较,如图10.图10(a)中,相关光子圆环的直径理论值  $D_s$  可以用式(6)、(7)计算得出

$$n_s^\circ \cdot \sin \alpha_s = \sin \theta_s \quad (6)$$

$$D_s = 2f \cdot \tan \theta_s \quad (7)$$

式中,  $n_s^\circ$  为相关光子在晶体内的折射率,  $\alpha_s$  是相关光子在晶体内的非共线角,  $\theta_s$  是相关光子在晶体后端面的折射角,  $f$  是透镜的焦距.相关光子圆环直径测量值比理论值小 1.37 倍左右,这是因为透镜中心与晶体中心之间的距离大于透镜的焦距  $f$ ,使得晶体后端出射的相关光子圆环经透镜后不再是平行光束,而是汇聚光束,并且相关光子汇聚的像点在透镜  $f$  以内.因此,相机探测到的相关光子圆环的直径要比理论模拟值要

小.定性比较了理论模拟值和实验测量值的光谱归一化曲线,如图10(b).对比曲线表明,相关光子圆环直径测量值与理论模拟值的变化趋势符合得较好.其中,只有790 nm波段测量值与理论值差异较大,这可能是由相机在  $x-y$  平面的位置移动准确度和激光器功率抖动所导致的.

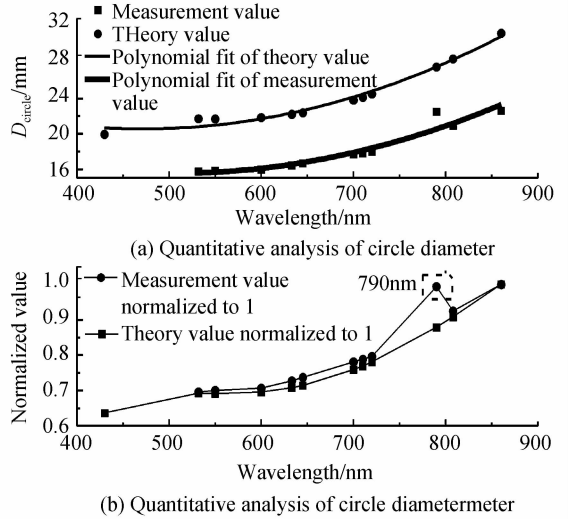


图10 相关光子圆环直径测量值与理论值的定量、定性比较  
Fig.10 The quantitative analysis and qualitative analysis of the diameter of correlated photon circle

### 3.3 相关光子光谱圆环强度 VS. 泵浦光偏振角度

实验过程中,要求入射至BBO晶体内的泵浦光偏振方向为水平方向,所以BBO前置半波片需旋转至45°.为了研究泵浦光偏振方向对相关光子圆环光强的影响,通过旋转光路中的355 nm半波片来改变泵浦光的偏振方向,偏振方向调谐范围是0°~90°,实验测量结果如图11,其中相机曝光时间设置为410.66 ms, Binning=2,并将相机前的带通滤光片移走.由于相机的有效光敏面较小,只拍摄了相关光子一段圆弧.从图11可以大致看出,相关光子圆弧的亮度随着泵浦光的偏振方向先增大后减小.对比了图11中各个图形矩阵中的第(512,521)像素DN值的变化规律,如图12.通

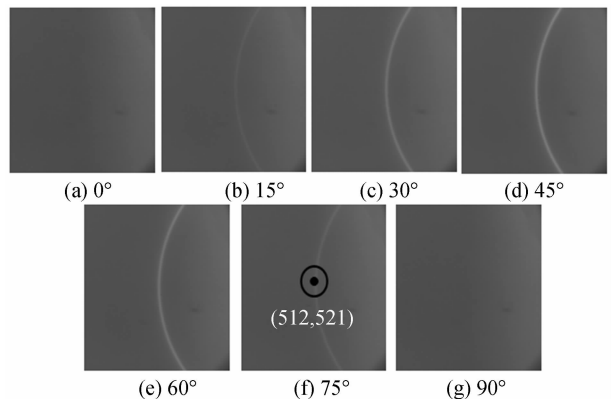


图11 相关光子圆环光强(DN×1)随半波片的偏转角度的变化  
Fig.11 Circle intensity of correlated photon(DN×1) vs. half-wave plate degree

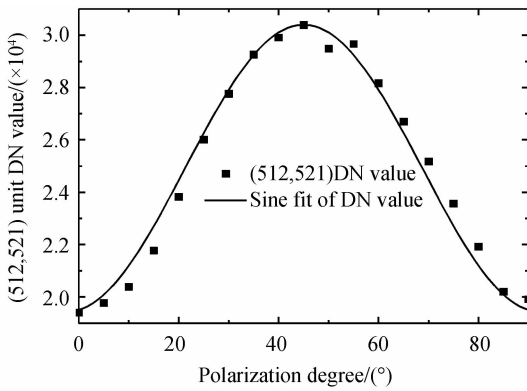


图 12 (512,521)像素的 DN 值 vs. 半波片的偏转角度  
Fig. 12 DN value of (512,521) pixel vs. half-wave plate degree

过曲线拟合, DN 值的变化呈正弦函数变化, 符合理论预言结果<sup>[16]</sup>.

## 4 结论

本文从理论模拟和实验测量两个方面研究了 I 类 SPDC 产生的相关光子圆环的空间光谱及光强分布. 使用 ATF 理论模拟得出相关光子在晶体后端面的光强及出射角度分布; 使用点阵扫描方法, 实验测量得到直观且完整的相关光子光谱圆环. 对实验测量与理论模拟结果的差异评估表明, 两者归一化的结果符合较好. 受限于 CMOS 相机的光谱响应范围及带通滤光片的数量, 探测到的相关光子谱段为 430~860 nm, 测量光谱范围进一步扩大. 使用近红外波段响应的 InGaAs 探测器, 会扩大相关光子光谱圆环的探测波段. 研究结果有助于进一步扩宽基于 SPDC 定标方法的适用光谱范围和扩展适用定标探测器的类型.

### 参考文献

- [1] LOUISELL W H, YARIV A, SIEGMAN A E. Quantum fluctuations and noise in parametric processes. I. [J]. *Physical Review*, 1961, **124**(6): 1646-1654.
- [2] CLAUSER J F. Experimental distinction between the quantum and classical field-theoretic predictions for the photoelectric effect[J]. *Physical Review D*, 1974, **9**: 853.
- [3] KLYSHKO D N. Use of two-photon light for absolute calibration of photoelectric detectors[J]. *Soviet Journal of Quantum Electronics*, 1980, **10**(11): 1112-1116.
- [4] HARRIS S E, OSHMAN M K, BYER R L. Observation of tunable optical parametric fluorescence[J]. *Physical Review Letters*, 1967, **18**(18): 732-734.
- [5] PENIN A N, SERGIENKO A V. Absolute standardless

- calibration of photodetectors based on quantum two-photon fields[J]. *Applied Optics*, 1991, **30**(25): 3582-3588.
- [6] MIGDALL A L, DATLA R U, SERGIENKO A, *et al.* Absolute detector quantum-efficiency measurements using correlated photons[J]. *Metrologia*, 1995, **32**: 479-83.
- [7] BAEK S Y, KIM Y H. Spectral properties of entangled photon pairs generated via frequency-degenerate type-I[J]. *Physical Review A*, 2008, **77**(043807): 1-7.
- [8] GAO Dong-yang, XIA Mao-peng, HU You-bo, *et al.* Research on broadband spectrum distribution based on spontaneous parametric down conversion [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2015, **52**(5): 051902  
高冬阳, 夏茂鹏, 胡友勃, 等. 基于自发参量下转换的宽光谱分布实验研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2015, **52**(5): 051902.
- [9] LI Ping-fu, LI Jian-jun, XIA Mao-peng, *et al.* Numerical simulation and experiment of spectral distribution of type-I noncollinear spontaneous parametric down-conversion [J]. *Journal of Atmospheric and Environment Optics*, 2013, **8**(3): 203-211.  
李平付, 李健军, 夏茂鹏, 等. I 类非共线 SPDC 光谱分布数值模拟及实验研究[J]. *大气与环境光科学学报*, 2013, **8**(3): 203-211.
- [10] XU Zhi-xiong. Entangled rainbows generated by spontaneous parametric down conversion [D]. Shanghai: East China Normal University Mater thesis, 2007: 4-5.  
许智雄. 自发参量下转换产生纠缠彩虹[D]. 上海: 华东师范大学硕士论文, 2007: 4-5.
- [11] YIN Juan-juan, YU Kan, BAO Jia-qi. Spontaneous parametric down conversion in type-I BBO crystal pumped by femtosecond pulse[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(9): 1376-1380.  
尹娟娟, 俞侃, 包佳祺. 飞秒激光泵浦 I 类 BBO 晶体中自发参量下转换的研究[J]. *光子学报*, 2011, **40**(9): 1376-1380.
- [12] BRIDA G, GENOVESE M, GRAMEGNA M. Twin-photon techniques for photo-detector calibration[J]. *Laser Physics Letters*, 2006, **3**(3): 115-123
- [13] DEVAUS F, LANTZ E. Spatial and temporal properties of parametric fluorescence around degeneracy in type I LBO crystal[J]. *European Physical Journal D*, 2000, **8**: 117-124.
- [14] LU Zong-gui, LIU Hong-jun, JING Feng, *et al.* Theoretical analysis of spectral properteies of parametric fluorescence via spontaneous parametric down conversion[J]. *Acta Physics Sinica*, 2009, **58**(7): 4689-4696.  
卢宗贵, 刘红军, 景峰, 等. 基于自发参量下转换产生参量荧光的光谱分布特性理论分析[J]. *物理学报*, 2009, **58**(7): 4689-4696.
- [15] BRIDA G, GENOVESE M, NOVERO C. On the measurement of photon flux in parametric down-conversion [J]. *European Physical Journal D*, 2000, **8**: 273-275.
- [16] MIGDALL A, CASTELLETTO S, DEGIOVANNI I P, *et al.* Intercomparison of a correlated-photon-based method to measure detector quantum efficiency[J]. *Applied Optics*, 2002, **41**(10): 2914-2922.