

doi: 10.3788/gzxb20164502.0222001

# 空间平面反射镜组件销钉预紧的非线性分析

李梦庆<sup>1,2</sup>, 张雷<sup>1</sup>, 李宗轩<sup>1</sup>, 邢利娜<sup>1</sup>, 贾学志<sup>1</sup>

(1 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 长春 130033)

(2 中国科学院大学, 北京 100039)

**摘 要:**介绍了产生结构非线性的主要来源与接触理论,对平面反射镜组件建立了合理的有限元模型.利用接触非线性分析方法分析了小重锤( $m=0.18\text{kg}$ )在不同下落高度冲击销钉而对锥孔造成的法向压力;随后,将不同锥孔法向压力对镜面面形精度的影响进行了非线性和线性分析;然后,进行了空间平面反射镜的成像实验.分析与实验结果表明:采用非线性分析得到的面形精度比线性分析更接近实验值,非线性分析与实验值之间的最大误差为 8.6%.由此对该空间平面反射镜组件提出了合理的销钉预紧方案,即小重锤最大自由下落高度不超过 25mm.

**关键词:**空间遥感器;光学系统;非线性分析;空间平面反射镜;面形分析

中图分类号:TH122

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2016)02-0222001-6

## Nonlinear Analysis of Preload of Pins in the Space Planar Mirror Assembly

LI Meng-qing<sup>1,2</sup>, ZHANG Lei<sup>1</sup>, LI Zong-xuan<sup>1</sup>, XING Li-na<sup>1</sup>, JIA Xue-zhi<sup>1</sup>

(1 Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

(2 University of China Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract:** The main contact sources and theory were introduced, and the reasonable finite element model was established. The nonlinear contact analysis method was used to analyze a small hammer ( $m=0.18\text{kg}$ ) with different height impacting pin, and the pressures applied to cone-shape bores were obtained. Subsequently, the surface shape accuracy of the planar mirror was analyzed with both nonlinear and linear analysis methods. Then, the imaging experiment of the space plane mirror was carried out. The results of analysis and experiment indicate that the surface accuracy of nonlinear analysis is closer to experimental value than that of linear analysis, and the error of results between nonlinear analysis and experiment is 8.6%. Finally, one reasonable pin preload project of the space plane mirror assembly was proposed that small hammer maximum free fall height should not be larger than 25mm.

**Key words:** Remote sensor; Optical system; Nonlinear analysis; Space optics; Surface analysis

**OCIS Codes:** 220.4830; 120.4570; 120.4880; 120.6085; 280.4788

## 0 引言

随着空间对地观测技术的不断发展,对空间相机成像质量以及分辨率的要求越来越高<sup>[1]</sup>,光学设计对各个光学元件的面形精度提出了更加严格的要求.空间相机在运输、发射和在轨期间都要经历恶劣的力学环境的考验,为了确保其具有较高的使用可靠性,必须有足够的地面力学环境模拟实验<sup>[2]</sup>.为了保证光学元件的定位准确度,避免光学系统产生离轴、倾斜等像散

问题,需要在空间平面反射镜组件中采用销钉定位的方式.

空间相机中的各种光学元件在实际的加工、装调和检测过程中机械接口对安装方式非常敏感,微弱的结构变化都可能导致面形超差.目前广泛采用的线性工程分析,不能精确地模拟边界条件的改变,工程分析结果与实验结果存在较大的误差<sup>[3]</sup>.为了提高分析准确度,国内外一些研究人员采用非线性分析方法. Ajay M. Koshti<sup>[4]</sup>和 M. Todd<sup>[5]</sup>分别对不同结构连接件中螺

基金项目:国家高技术研究发展计划(No. 2012AA121502)资助

第一作者:李梦庆(1985—),男,硕士研究生,主要研究方向为长条形反射镜轻量化及消热化设计. Email: limengqing10000@163.com

导师(通讯作者):张雷(1982—),男,副教授,博士,主要研究方向为空间遥感器的结构设计及分析. Email: 18686344285@163.com

收稿日期:2015-08-24;录用日期:2015-11-02

<http://www.photon.ac.cn>

钉预紧力做了非线性分析和测量;关英俊等<sup>[6]</sup>对某空间相机反射镜组件对螺钉预紧时反射镜的响应进行了非线性分析,得到与实际相近的结果;辛雪军等<sup>[8]</sup>针对螺钉预紧对平行光管反射镜组件进行了工程分析,得到在某些接触部位采用非线性分析可以提高分析准确度的结论。

某空间相机采用离轴三反(Three Mirror Anastigmats, TMA)光学系统<sup>[7]</sup>,其中空间平面反射镜起到折转光路、使空间相机整体结构紧凑的作用.光学设计对平面反射镜提出的光学性能指标为:自重工况下面形精度应满足  $PV \leq \lambda/10$  (Peak-to-Valley, PV),  $RMS \leq \lambda/50$  (Root-mean-square, RMS),  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ . 在对该相机的平面反射镜组件的装调过程中发现该反射镜面形精度对销钉预紧力的变化非常敏感,极易超差.为了找到最优的预紧方案并提高有限元分析的准确度,本文采用非线性分析方法模拟小重锤在不同高度下落敲击销钉的预紧方案,并对不同预紧方案对平面反射镜面形精度的影响进行非线性和线性分析。

## 1 非线性问题描述

经典线性分析的假设之一是小变形假定,即假定物体变形远小于物体的几何尺寸,因此在建立方程时,可以忽略高阶小量.这样,在载荷确定的情况下,结构的响应便可以通过其柔度矩阵和载荷向量相乘得到,即

$$\{\boldsymbol{\delta}\}_{n \times 1} = [\mathbf{C}]_{n \times n} \{\mathbf{F}\}_{n \times 1} \quad (1)$$

式中 $\{\boldsymbol{\delta}\}_{n \times 1}$ 为结构的变形响应, $[\mathbf{C}]_{n \times n}$ 为其柔度矩阵, $\{\mathbf{F}\}_{n \times 1}$ 为作用在结构上的载荷.然而非线性分析中,刚度的大小将依赖于位移量,结构的整体刚度矩阵在整个分析中是变化的<sup>[8]</sup>.

### 1.1 结构非线性的来源

在结构力学模拟中有三类结构非线性的来源<sup>[9]</sup>:

1)材料非线性:主要是指所应用材料的特性,如热膨胀系数、刚度、摩擦系数等会随着温度、变形等的变化而改变,从而使得求解过程变得复杂;

2)边界条件非线性:指边界条件在分析过程中发生变化,产生边界条件非线性问题.如反射镜组件结构中螺钉预紧及由于重力或温度载荷作用下而造成边界接触条件变化;

3)几何非线性:主要发生在结构发生大变形以至于影响到结构响应的情形。

某空间相机是大口径长焦距光学遥感器,相机结构比刚度高,属于高精密的光学仪器,无材料非线性和几何非线性的问题,主要存在由于接触所带来的边界条件的非线性问题。

### 1.2 接触理论

接触理论是研究彼此接触的物体之间相互作用的方法.接触模型中一般分为接触面(主面)和目标面(从面)两种,接触面与目标面之间存在特殊的不连续约束.因此,所采用的分析方法必须具备能够判断某时刻下两个表面是否接触或分离的能力,并保持或解除接触约束<sup>[10]</sup>.

解决接触问题一般对模型作如下假设<sup>[10]</sup>: 1)各向同性假设,即物体的材料均为各向同性; 2)光滑接触假设,即接触表面光滑,切向摩擦忽略不计; 3)小变形假设,即变形量远小于结构的尺寸; 4)单调加载假设,即加载过程中无卸载情况。

接触理论的详细数学模型参见文献[10].

### 1.3 非线性问题解决方法

Abaqus是一套功能强大的基于有限元方法的工程模拟软件,它可以解决从相对简单的线性分析到极富挑战性的非线性模拟等各种问题。

Abaqus/Explicit是一个具有专门用途的分析模块,采用显式动力学有限元格式.它适用于模拟短暂、瞬时的动态事件,如冲击和爆炸问题.显式方法特别适用于求解高速动力学时间,它需要许多小的时间增量来获得高准确度的解答.如果持续时间非常短,则可能得到高效率的解答<sup>[11]</sup>.

Abaqus/Explicit应用中心差分方法对运动方程进行显式时间积分,应用前一个增量步的动力学条件可以计算出下一个增量步的动力学条件.使用显式中心差分法可以将物体的运动方程表示为

$$\begin{aligned} u^{(i+1/2)} &= u^{(i-1/2)} + [\Delta t^{(i+1)} + \Delta t^{(i-1)}] u^{(i)} / 2 \\ u^{(i+1)} &= u^{(i)} + \Delta t^{(i+1)} u^{(i+1/2)} \end{aligned} \quad (2)$$

式中, $u'$ 为速度, $u''$ 为加速度,上标 $(i)$ 表示增量数, $(i-1/2)$ 和 $(i+1/2)$ 表示为中间增量数.这样,在增量步开始时提供了满足动力学平衡条件的加速度.在运动学状态下,在当前增量步开始时刻,其加速度可以表示为

$$u^{(i)} = \mathbf{M}^{-1} \cdot (\mathbf{F}^{(i)} - \mathbf{I}^{(i)}) \quad (3)$$

式中, $\mathbf{M}$ 是对角质量矩阵, $\mathbf{F}$ 是施加的载荷矢量, $\mathbf{I}$ 是内部作用力的矢量.显式方法不需要迭代和收敛准则,也不需要整体切向刚度矩阵。

$u^{(i-1/2)}$ 和 $u^{(i+1/2)}$ 等平均速度的求解需要初始条件、特定的约束和结果.下一步的速度可以通过平均速度的线性插值求得,即

$$u^{(i+1)} = u^{(i+1/2)} + \Delta t^{(i+1)} u^{(i+1)} / 2 \quad (4)$$

中心插值内插法不是自动计算的,因此需要预先定义平均速度 $u^{(-1/2)}$ .在时间为0时,除非指定为其他值,速度和加速度值默认为0.可设定条件为

$$\begin{aligned} u^{(i+1/2)} &= u^{(0)} + \Delta t^{(0)} u^{(0)} \\ u^{(i-1/2)} &= u^{(0)} - \Delta t^{(0)} u^{(0)} \end{aligned} \quad (5)$$

显式动力学方法为

1) 节点计算

① 动力学平衡方程为

$$u^{(i)} = M^{-1} \cdot (F^{(i)} - I^{(i)});$$

② 对时间显式积分,即

$$u^{(i+1/2)} = u^{(i-1/2)} + [\Delta t^{(i+1)} + \Delta t^{(i-1)}] u^{(i)} / 2$$

$$u^{(i+1)} = u^{(i)} + \Delta t^{(i+1)} u^{(i+1/2)}$$

2) 单元计算

① 根据应变速率  $\epsilon'$ , 计算单元应变增量  $d\epsilon$ ;

② 根据本构关系计算应力  $\sigma$ , 即

$$\sigma^{(i+\Delta t)} = f(\sigma^{(i)}, d\epsilon) \quad (6)$$

③ 集成节点内力  $I^{(i+\Delta t)}$ ;

3) 设置时间  $i$  为  $i + \Delta t$ , 返回步骤 1)。

作为分析对象,某空间相机光机结构存在许多螺钉联接部位和销钉定位,属于非线性的问题范畴,但以往大多采用线性分析来处理。线性分析与非线性分析的处理方法截然不同。线性模型中常常采用多点约束(Multi-point Constraints, MPC)模拟螺钉联接,忽略接触面之间的相互作用和螺钉预紧力的作用,使得接触结构刚性变强。实际上,这种约束不符合实际,会产生较大分析误差。因此,对于空间相机中准确度要求较高的平面反射镜组件,应采用非线性接触分析以消除由于分析方法所带来的分析误差。

## 2 空间平面反射镜非线性分析与线性分析

为了更好地找到合适的预紧方案,首先使用Abaqus6.11模拟分析小重锤不同高度冲击销钉的情形,得到不同冲击高度下锥孔所受的法向压力;然后,运用Patran/Nastran2010和Sigfit2010,分别采用非线性和线性方法分析锥孔法向压力对镜面面形精度的影响,对比两者的差异。

### 2.1 平面反射镜的有限元模型

某空间相机中平面反射镜组件由支架、芯轴、螺钉、销钉和平面反射镜组成,其中芯轴采用柔性支撑方式,不仅可以隔振、消除装配应力,还可以吸收因温度变化下材料热特性不匹配所产生的应变能<sup>[12]</sup>。支架与芯轴通过销钉定位,并通过4处螺钉相联接;芯轴和平面反射镜通过胶粘接在一起,从而构成空间反射镜组件。为了进行有效的非线性计算,建立合理的有限元接触模型至关重要<sup>[13-14]</sup>。

为了更准确地进行平面镜组件接触非线性分析,在对其划分有限元网格时要遵循以下几点原则:

1) 有限元模型主要采用一阶减缩积分单元,在局部重点考查的部位采用二阶减缩积分单元;

2) 对减缩积分单元引入少量的人工沙漏刚度以限制沙漏模式的扩展;

3) 在进行接触分析时采用非协调单元,并将网格作细化处理,使网格扭曲减至最小;

4) 尽可能采用六面体单元,在模型复杂部位适当采用楔形单元,以增加过渡的连续性和协调性;

5) 螺钉网格细致划分,进行接触分析时采用非协调单元。

根据有限元网格划分原则,并结合平面反射镜组件的几何模型,建立合适的有限元模型,如图1。

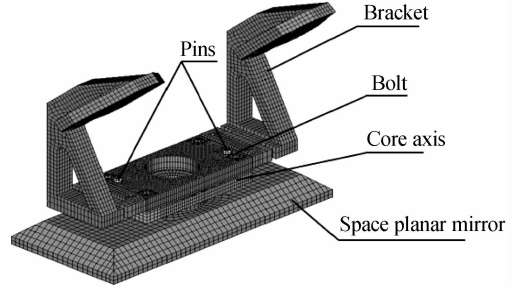


图1 平面反射镜组件有限元模型

Fig. 1 Finite element model of planar mirror assembly

### 2.2 接触非线性分析

#### 2.2.1 材料属性

支架和螺钉的材料均为钛合金(TC4),芯轴材料为钢(Invar),反射镜为微晶玻璃(Zerodur),销钉采用合金钢(30CrMnSi)。各零部件材料属性见表1。

表1 反射镜组件材料参量表

Table 1 Parameters of mirror components' materials

Parameter material	Density $\rho / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	Young's modulus $E / \text{MPa}$	Poisson's rate $\nu$
TC4	4400	109	0.34
Invar	8100	141	0.25
Zerodur	2530	90.6	0.24
30CrMnSi	7710	199	0.28

#### 2.2.2 小重锤冲击销钉的非线性分析

对该组件进行分析时,4处螺钉联接部位以及销钉与支架、芯轴的锥孔联接处采用接触非线性算法分析,芯轴与反射镜的连接采用全约束(Tie)处理,这种简化的处理方式对不关注细节的仿真类型可以满足准确度要求<sup>[15]</sup>;同时,螺钉的预紧采用标准力矩。具体边界条件为:对于通过螺钉和销钉连接的支架和芯轴进行接触面属性定义,并采用罚函数的形式<sup>[16]</sup>;定义接触对时,对于可变形的实体单元,要注意面的正确法线方向指向实体的外部,即两接触面的法向方向相反<sup>[17]</sup>;对四颗螺钉施加预紧力,螺钉下部与芯轴通过Tie连接,模拟螺纹连接;螺钉上部与支架采用罚函数的形式定义接触。

为了增加收敛速度,分析分两步进行:1)初始步中,在螺钉上施加标准预紧力,同时,为了模拟真实条件下的冲击,将支架两个侧面全约束;2)分析步中,启用小重锤的运动场,模拟不同高度的重锤冲击销钉孔所产生的法向压力(Magnitude of total force due to contact pressure, CFNM)。如图2。

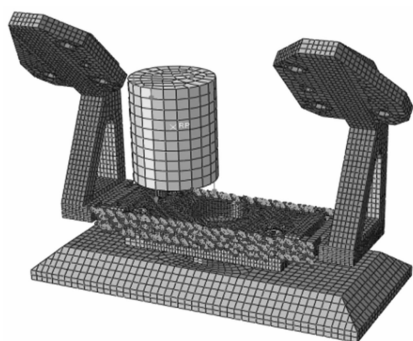


图 2 冲击分析的边界条件

Fig. 2 Load/BC of Impact analysis

该平面反射镜组件使用的锥销具有 1:50 锥度并与具有锥度的绞制孔相配,具有自锁特性. 实际装配过程中,螺钉采用标准预紧力(预紧力通常由固定公式或查预紧力表得出),并使用小重锤( $m=0.18\text{kg}$ )敲击销钉,不同高度位置自由下落的重锤对锥孔产生的法向压力也会不同. 使用 Abaqus6.11 分析得到不同高度重锤自由下落冲击销钉在支架锥销孔面上产生的法向压力,如图 3. 从图 3 可以看出随着小重锤下降高度的增大,其敲击销钉后在锥孔面上产生的法向压力也呈现明显的增长趋势.

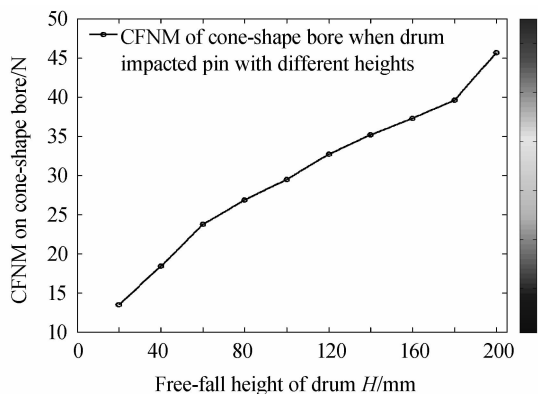


图 3 不同冲击高度所产生的接触压力

Fig. 3 CFNM Created by impact with different altitudes

图 4 为重锤下落 30 mm 冲击销钉所产生的法向

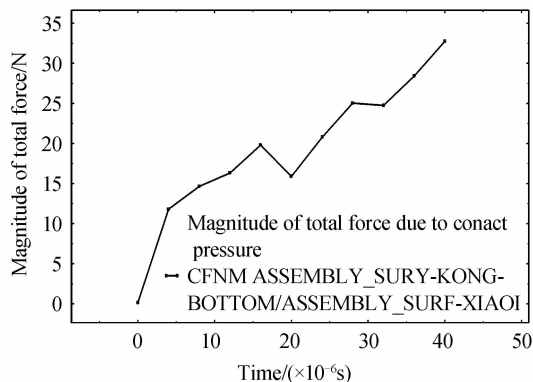


图 4 重锤在 30 mm 时冲击销钉产生法向压力的历史输出

Fig. 4 History Output of CFNM when hammer impact pin with 30 mm altitude

压力(单位:N). 其余高度时锥孔法向压力的变化趋势与图 4 相似,只是最终法向压力值不同. 从图 4 中可以看出在整个冲击过程中,随着时间的增加锥孔所受的法向压力呈现增大趋势,在冲击完成的时间节点上,得到整个冲击的最终法向压力.

### 2.2.3 锥孔面上不同法向压力对镜面面形的影响

销钉和锥孔通过配研,有效接触面积可达 95% 以上,可以近似为法向压力均匀作用在锥孔面上,从而在锥面上产生均匀的压强. 通过 Patran2010 定义与 Abaqus6.11 接触非线性分析相同的接触对和螺钉预紧力,并采用 SOL106 非线性求解器,在两个锥孔上施加对应的压强值(Press),再联合 Sigfit2010 软件求出重锤在不同高度下落时对应的反射镜面形图. 如图 5,图 5(a)、5(b) 分别为小重锤下落 20 mm 时非线性和线性分析得到平面反射镜的面形图,其均方根(Root Mean Square,RMS)值分别为 7.59 nm 和 6.33 nm.

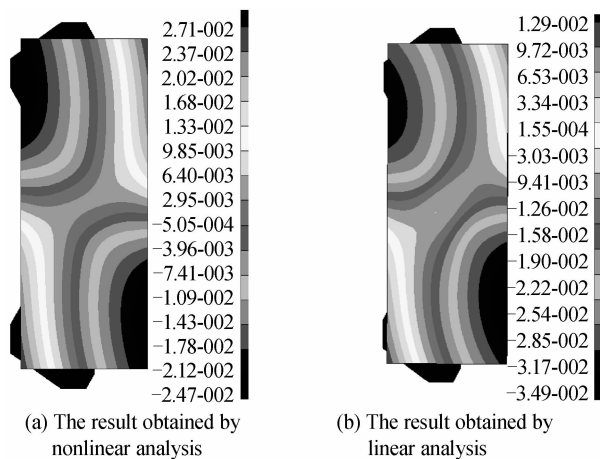


图 5 重锤下落 20 mm 时得到的面形图

Fig. 5 Cloud chart when hammer with 20 mm altitude

从图 5(a)和图 5(b)能够看出,由于销钉预紧的作用,平面反射镜出现相同规律的像散,即:对角线方向出现相同趋势的像差.

为了得到对该平面镜组件最优的预紧方案,采用非线性分析和线性分析研究了多组重锤高度下落时对平面反射镜面形的影响,并进行了对比,如图 6. 从图 6

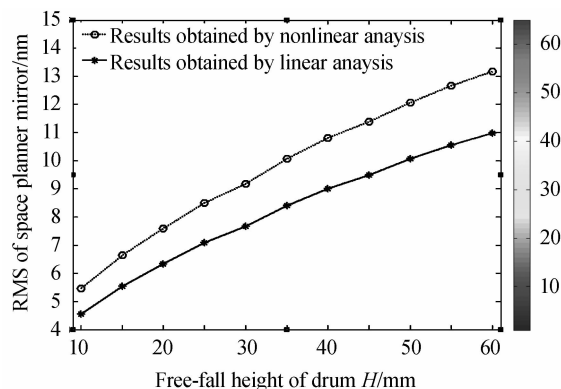


图 6 非线性分析与线性分析结果的对比

Fig. 6 Construct between results of nonlinear analysis and liner analysis

可以看出,非线性分析的镜面 RMS 值要大于线性分析的值;同时,随着重锤下落高度的增加,平面镜面形 RMS 值都呈现上升趋势,非线性分析结果与线性分析结果之间的差值也随之增大。

### 3 实验验证

#### 3.1 实验装调与测试

对平面反射镜使用 ZYGO 干涉仪检测面形,如图 7.通过实验获得重锤下落 25 mm 时的镜面面形检测结果,如图 8.

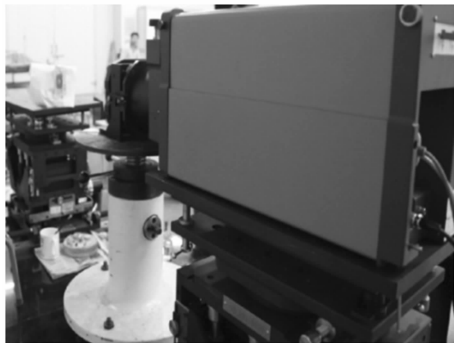


图 7 平面反射镜面形测试实验图

Fig. 7 Cloud test of the planar mirror

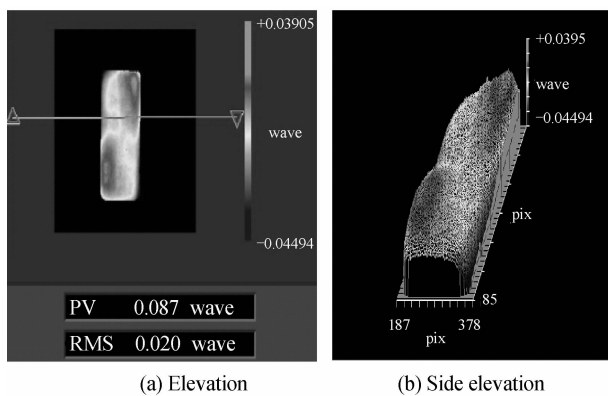


图 8 检测面形图

Fig. 8 Cloud chart by detected

将芯轴与平面反射镜粘接在一起后,经光学加工,反射镜 RMS 值达到  $\lambda/100$ ,峰谷值(Peak-to-Valley, PV)值小于  $\lambda/20$ .然后将反射镜与支架通过螺钉装配在一起,分析与测量销钉预紧对反射镜面形精度的影响.由于装配螺钉后,螺钉预紧力的作用方向为反射镜的法向(见图 1),其通过已高度轻量化的芯轴对反射镜面形的影响远远小于作用方向为反射镜径向的销钉预紧力.实验也验证该反射镜组件螺钉预紧力远没有销钉预紧敏感,均匀加载螺钉预紧力后反射镜面形精度基本不变,因此主要考虑销钉预紧对反射镜面形的影响.分析与实验结果如图 9.

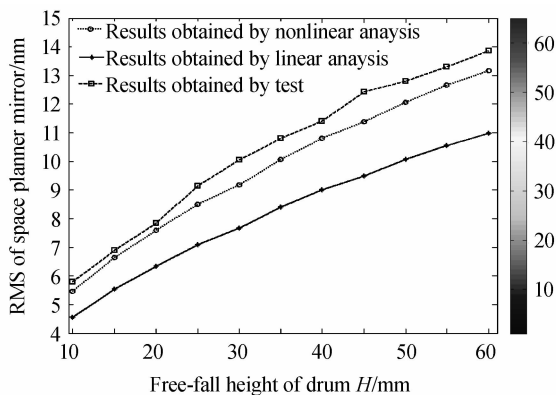


图 9 实验结果与分析结果的对比

Fig. 9 Contract of results between examination and analysis

从图 9 可以看出,考虑接触作用的非线性分析结果比忽略接触作用的线性分析结果更接近实验值.非线性分析结果的最大误差为 8.6%,在误差允许的范围,而线性分析的最大误差达 22.2%,表明采用非线性分析具有更高的准确度。

#### 3.2 误差分析

误差来源存在于以下几个方面:

- 1) 重锤偏离垂直方向冲击销钉带来的误差;
- 2) 销钉与锥孔配研后的接触面积虽然超过 95%,但销钉在打入锥孔时并非同时全接触,而是某些区域首先接触,产生较大的局部应力,从而影响平面反射镜面形精度;
- 3) 实际的平面反射镜与芯轴是通过粘结剂粘接在一起,非线性分析则是通过全约束(Tie)的方式约束在一起,使得有限元模型刚度较实际偏强;
- 4) 支架与芯轴的接触面的表面处理也会影响镜面面形精度的大小。

如果能将这些误差控制在比较小的范围,非线性分析的结果将会更加接近实验值.为了保证镜面的面形精度满足光学设计的要求,综合工程分析和实验结果,对该平面反射镜组件预紧时,小重锤的下落最大高度  $H$  不能超过 25mm.

### 4 结论

本文针对某空间相机平面反射镜组件采用非线性接触算法进行了分析.分析与实验结果表明,非线性分析方法比线性分析更加接近反射镜组件的真实状态,也具有更高的准确度.对该平面反射镜组件提出了合理的预紧方案,即质量为 0.18kg 的重锤敲击销钉时最大高度不得超过 25mm,这使得平面反射镜 RMS 值小于  $\lambda/50$ ,PV 值小于  $\lambda/10$ ,满足光学设计的要求.该研究对于提高工程分析准确度、缩短整个相机的装调周期、保证空间相机成像质量等方面具有工程意义。

## 参考文献

- [1] XU Hong, GUAN Ying-jun. Structural design of large aperture SiC mirror subassembly[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, **43**(S): 83-88.  
徐宏,关英俊. 大口径 SiC 轻量化反射镜组件的结构设计[J]. 红外与激光工程, 2014, **43**(S):83-88.
- [2] CHEN Hong-da, CHEN Yong-he, SHI Ting-ting, *et al.* Lightweight and mounting design for primary mirror in space camera[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, **43**(2): 535-540.  
陈洪达,陈永和,史婷婷,等. 空间反射镜的轻量化及支撑设计研究[J]. 红外与激光工程, 2014, **43**(2):535-540.
- [3] XIN Xue-jun, CHEN Chang-zhen, ZHANG Xing-xiang, *et al.* Nonlinear analysis of primary mirror subassembly for collimator based on finite element method[J]. *Chinese Journal of Optics and Applied Optics*, 2010, **3**(2):170-175.  
辛雪军,陈长征,张星祥,等. 平行光管主反射镜组件的非线性有限元分析[J]. 中国光学与应用光学, 2010, **3**(2):170-175.
- [4] KOSHTI A M. Ultrasonic measurement and monitoring of loads in bolts used in structural joints[C]. SPIE, 2015, **9437**: 0T.
- [5] TODD M. Nonlinear excitation and attractor mapping for detecting bolt preload loss in an aluminum frame[C]. SPIE, 2004, **5394**: 317-328.
- [6] GUAN Ying-jun, XIN Hong-wei, LIU Ju, *et al.* Reflector subassembly engineering analysis based on contact nonlinear analysis method [J]. *Optical Technique*, 2006, **32**(6): **859-862**.  
关英俊,辛宏伟,刘巨,等. 基于接触非线性分析方法的反射镜组件工程分析[J]. 光学技术, **2006**, **32**(6):859-862.
- [7] YANG Hui-sheng, ZHANG Yin-he, CHAI Fang-mao, *et al.* Design of focusing mechanism for off-axis TMA space camera [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2013, **21**(4): 948-954.  
杨会生,张银鹤,柴方茂,等. 离轴三反空间相机调焦机构设计[J]. 光学精密工程, 2013, **21**(4):948-954.
- [8] PAL N R, PAL S K. A review on image segmentation techniques[J]. *Pattern Recognition*, 1993, **26**(9): 1277-1289.
- [9] BIR B, JING P. Adaptive integrated image segmentation and object recognition[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-Part C*, 2000, **30**(4): 427-441.
- [10] DING Yan-wei, WU Qing-wen, JIANG Jin-qing. Dynamic solving of a space optical sensor based on contact theory[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2002, **34**(5): 652-655.  
丁延卫,吴清文,姜晋庆. 基于接触理论的空间光学传感器的动力学求解[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2002, **34**(5):652-655.
- [11] 庄茁,由小川,廖剑晖,等. 基于 ABAQUS 的有限元分析和应用[M]. 北京:清华大学出版社, 2008.
- [12] GUO Jiang, HE Xin. Design of support for primary mirror of space remote sensing camera [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2008, **16**(9): 1642-1647.  
郭疆,何欣. 大口径空间遥感相机主反射镜支撑设计[J]. 光学精密工程, 2008, **16**(9):1642-1647.
- [13] LING Yong-ming, XIE Jun, Tan Wei, *et al.* Inverse modeling of mirror surface figure based on finite element contact analysis[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, **43**(8): 0812001.  
刘永明,谢军,田伟,等. 基于有限元法的面形反演模型研究[J]. 光子学报, 2014, **43**(8):0812001.
- [14] XIE Jun, CAO Li-hua, HAN Guang-yu, *et al.* The surface error analysis of theodolite primary mirror considering contact boundary condition [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, **43**(12): 1212004.  
谢军,曹立华,韩光宇,等. 考虑接触边界条件的经纬仪主镜面形误差分析[J]. 光子学报, 2014, **43**(12):1212004.
- [15] XU Guang-zhou, RUAN Ping, LI Ting, *et al.* Surface simulation of tilt mirror based on contact and integrated simulation method [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, **41**(5):1316-1322.  
徐广州,阮萍,李婷,等. 基于接触方法与集成仿真技术的摆镜面形仿真[J]. 红外与激光工程, 2012, **41**(5):1316-1322.
- [16] WANG Zhong-su, ZHANG Hong-leng. The discussion of finite element analysis on the contact of connecting with bolt [J]. *Design and Research*, 2006, **2**(33):4-17.  
王忠素,张洪玲. 基于螺钉连接接触问题有限元分析的探讨[J]. 设计与研究, 2006, **2**(33):4-17.
- [17] 曹金凤,石亦平. ABAQUS 有限元分析常见问题解答[M]. 北京:机械工业出版社, 2009.