

doi:10.3788/gzxb20164512.1226002

# 柱透镜聚焦高阶 Bessel 光束产生焦散光束

冯聪, 吴逢铁, 谢晓霞

(华侨大学 信息科学与工程学院 福建省光传输与变换重点实验室, 福建 厦门 361021)

**摘 要:**研究了高阶 Bessel 光束经过柱透镜后的光场分布特性. 在广义惠更斯-菲涅尔衍射积分理论基础上, 推导出高阶 Bessel 光束透过柱透镜后的衍射光场分布表达式; 并利用 MATLAB 和 MATHCAD 模拟了不同传播距离处的光强分布. 实验上, 利用轴棱锥和螺旋相位板产生不同阶数的高阶 Bessel 光束, 并使产生的高阶 Bessel 光束经过柱透镜, 最后用 CCD 记录下不同距离处的衍射光场. 研究结果表明, 高阶 Bessel 光束经过柱透镜形成唇状的焦散光束.

**关键词:**物理光学; 高阶 Bessel 光束; 轴棱锥; 柱透镜; 焦散光束; 衍射理论

中图分类号: O439

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2016)12-1226002-5

## High-order Bessel Beam Focused by Cylindrical Lens Generated Caustic Optical Beam

FENG Cong, WU Feng-tie, XIE Xiao-xia

(Fujian Provincial Key Laboratory of Light Propagation and Transformation, College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen, Fujian 361021, China)

**Abstract:** The distribution characteristics of optical field of high-order Bessel beam after passing through the cylindrical lens were studied. Based on the generalized Huygens Fresnel diffraction integral theory, the expression of the diffractive light intensity distribution of which the high-order Bessel beam passing through cylindrical lens was derived. And the intensity distribution in different propagative distances was numerically simulated by MATLAB and MATHCAD. In the experiment, the high-order Bessel beam was generated by axicon lens and spiral phase plate, and passed through the cylindrical lens. The optical intensity distribution in different propagation distances was captured by a CCD camera. The study results show that, a high-order Bessel beam through the cylindrical lens can form a lip-shaped caustic optical beam.

**Key words:** Physical optics; High-order Bessel beam; Axicon lens; Cylindrical lens; Caustic optical beam; Diffraction theory

**OCIS Codes:** 260.0260; 260.1960; 050.1970

## 0 引言

无衍射 Bessel 光束在 1987 年由 J. Durnin 等<sup>[1]</sup>提出, 是自由空间波动方程的一组特解, 在自由空间传播过程中横向光场分布不随传播距离发生变化且光场能量集中. 近年来, 由于 Bessel 光束具有无衍射和自重建<sup>[2-5]</sup>等特性而被广泛应用于激光成像<sup>[6-7]</sup>、粒子操控<sup>[8]</sup>、原子冷却<sup>[9]</sup>和超高分辨率显微镜<sup>[10]</sup>领域. 零阶 Bessel 光束的中心主光斑是实心亮光斑, 而高阶 Bessel

光束<sup>[11-12]</sup>的中心主光斑是暗空心光斑. 由于中心是相位奇点, 故其中心光强为零, 中心光斑周围有高强度的光, 形成较高强度梯度<sup>[13]</sup>; 而空心光斑比实心光斑有更强更高效的捕获能力, 因此高阶 Bessel 光束在光镊、光学微粒操控、冷原子的导引和准直中有重要的应用价值<sup>[14-15]</sup>. 随着特殊光束的发展, 空心光束的生产与应用是一个热点. 并且, 由于高阶 Bessel 光束具有螺旋形的相位波前, 因此高阶 Bessel 光束也是无衍射的涡旋光束. 由于涡旋光束带有轨道角动量, 使其广泛地应用

**基金项目:**国家自然科学基金(No. 61178015)、国家自然科学基金青年基金(No. 61605049)和福建省科技重大项目(No. 2016H6016)资助

**第一作者:**冯聪(1993-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为特殊光束的传输与变换的理论和技术等. Email: 394957188@qq.com

**导师(通讯作者):**吴逢铁(1958-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为光束传输与变换、短脉冲技术及非线性光学等. Email: fengtie@hqu.edu.cn

**收稿日期:**2016-07-18; **录用日期:**2016-09-29

<http://www.photon.ac.cn>

在材料加工和激光冷却等方面. 2007 年, Marcelino 小组提出无衍射焦散光束<sup>[16]</sup> (Diffraction-free caustics beam)的概念, 并指出焦散光束作为无衍射光束的一种, 在传输特性方面也具有自重建特性; 后来利用几何光学进行解释, 并通过实验获得了焦散光束<sup>[17]</sup>. 然而, 对于无衍射焦散光束的研究主要是基于零阶 Bessel 光束<sup>[16]</sup>, 而关于高阶 Bessel 光束形成焦散光束的相关研究鲜有报道. 本文利用广义惠更斯-菲涅尔衍射积分理论, 对高阶 Bessel 光束经过柱透镜后的光学传输特性进行了详细地分析; 并利用 MATLAB 和 MATHCAD 对高阶 Bessel 光束经过柱透镜后的不同传播距离处的截面光强进行模拟; 同时, 设计实验加以验证, 实验结果与模拟结果一致, 表明高阶 Bessel 光束经过柱透镜会产生焦散光束. 该研究对焦散光束的衍射光场及高阶 Bessel 光束的特性研究具有一定的参考价值, 且由于焦散光束的非对称性, 使得对非对称光学系统有了进一步的了解.

### 1 轴棱锥产生 Bessel 光束的理论分析

轴棱锥是目前用于产生 Bessel 光束最常见的光学元件之一, 是由一个圆锥表面构成的一种非球面线聚焦透镜. 由于其具有装置简单、转换效率高等优点, 被广大研究人员广泛应用在生成 Bessel 光束中.

平面波经轴棱锥后波前发生相位延迟, 变成会聚

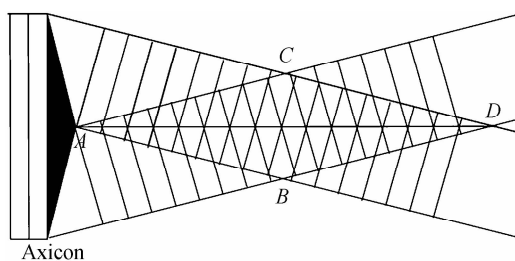


图 1 轴棱锥法产生 Bessel 光束的原理

Fig. 1 The schematic of Bessel beam generated by axicon

的锥面波, 锥面波相干叠加产生 Bessel 光束. 图 1 是平面波形成 Bessel 光束的光路示意图.

当平面波垂直入射到轴棱锥, 轴棱锥的底角  $\gamma$  很小, 从几何学分析, 可以得到  $\theta = (n-1) \cdot \gamma$ .

由图 1 可知, 菱形区域 ABCD 便是形成的 Bessel 光束, 其中 AD 的距离便是 Bessel 光束的最大无衍射距离  $Z_{max}$ . 设入射到轴棱锥的平面波的光束半径为  $r$ ,

$$Z_{max} = \frac{r}{(n-1) \cdot \gamma}.$$

本文中, 高阶 Bessel 光束是平行光束通过螺旋相位板 (Spiral Phase Plate, SPP) 和轴棱锥形成的. 轴棱锥产生高阶 Bessel 光束的原理图如图 2. 平行光经过带有拓扑电荷数的 SPP, 获得涡旋光束. 涡旋光束经过轴棱锥便形成高阶 Bessel 光束.

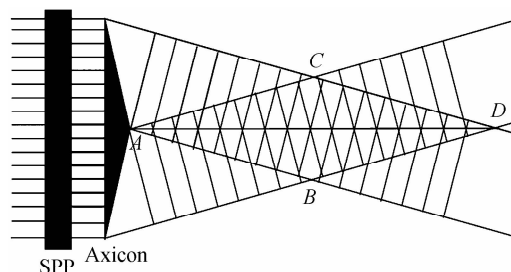


图 2 轴棱锥产生高阶 Bessel 光束的原理

Fig. 2 The schematic of higher-order Bessel beam generated by axicon

### 2 柱透镜聚焦高阶 Bessel 光束的光场分布

从光线传播的角度来看, 柱透镜是非对称光学元件. 当光路中存在柱透镜时, 该系统为非轴对称光学系统, 可用  $4 \times 4$  变换矩阵来描述非轴对称光学系统<sup>[18]</sup>, 在近轴近似条件下, 空间域中的广义惠更斯-菲涅尔衍射积分为

$$U_2(x_2, y_2, z) = \left(-\frac{|jB|^{-1/2}}{\lambda}\right) \exp(jkz) \iint_{s_1} U_1(x_1, y_1, 0) \exp\left\{\frac{ik}{2} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} B^{-1}A & -B^{-1} \\ C-DB^{-1}A & DB^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}\right\} dx_1 dy_1 \quad (1)$$

式中,  $A, B, C, D$  均为  $2 \times 2$  矩阵. 通过柱透镜后, 传输矩阵可写为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & z & 0 \\ 0 & 1 & 0 & z \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1/f & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-z/f & 0 & z & 0 \\ 0 & 1 & 0 & z \\ -1/f & 0 & 1 & 0 \\ 0 & z & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

其中

$$A = \begin{pmatrix} 1-z/f & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} -1/f & 0 \\ 0 & z \end{pmatrix}; \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

距,将式(2)代入式(1)得到

式中,  $z$  为柱透镜到观察平面的距离,  $f$  为柱透镜的焦

$$U_2(x_2, y_2) = \left(-\frac{j}{z\lambda}\right) \exp(jkz) \iint_{\substack{x_1 \\ y_1}} U_1(x_1, y_1, 0) \exp \left\{ \frac{jk}{2} \left[ \left( \frac{x_1^2 + y_1^2}{z} \right) - \frac{2(x_1 x_2 + y_1 y_2)}{z} + \left( \frac{x_2^2 + y_2^2}{z} - \frac{x_1^2}{f} \right) \right] \right\} dx_1 dy_1 \quad (3)$$

赫姆霍兹方程在  $z=0$  处的 Whittaker<sup>[19]</sup>解可以表示为

$$U_1(x_1, y_1, 0) = \int_0^{2\pi} A(\phi) \exp [jk_i(x_1 \cos(\phi) + y_1 \sin(\phi))] d\phi \quad (4)$$

式中,  $k_i$  是平面波的径向波矢分量,  $k_i = k\alpha$ ;  $\alpha = \sin\theta$ ,  $\theta$

是波矢与  $z$  轴的夹角.  $A(\phi)$  是理想无衍射光的角谱. 由式(4)可知, 当  $A(\phi)$  取不同的值时可以得到不同的衍射光场, 对于高阶 Bessel 光束有

$$A(\phi) = \exp(-jn\theta) \quad (5)$$

式中,  $n$  为阶数, 不同  $n$  对应不同阶数的 Bessel 光束.

将式(5)、式(4)代入式(3)中, 移项整理得到

$$U_2(x_2, y_2, z) = \left(-\frac{j}{z\lambda}\right) \exp(jkz) \exp \left( jk \frac{x_2^2 + y_2^2}{2z} \right) \exp(-jn\theta) \int_0^{2\pi} \int_{-a}^a \int_{-a}^a \exp \left[ jk \left( \frac{1}{2z} - \frac{1}{2f} \right) x_1^2 \right] \exp \left[ jk \frac{1}{2z} y_1^2 \right] \cdot \exp \left[ jk \left( \alpha \cos(\phi) - \frac{1}{z} x_2 \right) x_1 \right] \exp \left( jk \left( \alpha \sin(\phi) - \frac{1}{z} y_2 \right) y_1 \right) dx_1 dy_1 d\phi \quad (6)$$

作变量代换, 令

$$\xi_1 = \alpha \cos(\phi) - x_2/z; \quad \xi_2 = \alpha \sin(\phi) - y_2/z$$

$$\nu_1 = 1/(2z) - 1/(2f); \quad \nu_2 = 1/(2z)$$

移项配方得到

$$U_2(x_2, y_2, z) = \left(-\frac{jk}{2\pi z}\right) \exp(jkz) \exp \left( jk \frac{x_2^2 + y_2^2}{2z} \right) \exp(-jn\theta) \int_0^{2\pi} \exp \left[ -ik \left( \frac{\xi_1^2}{4\nu_1} + \frac{\xi_2^2}{4\nu_2} \right) \right] \frac{1}{(4\sqrt{\nu_1\nu_2/\lambda^2})} \cdot \int_{-a}^a \int_{-a}^a \exp \left[ j\frac{\pi}{2} \left( 2\sqrt{\frac{\nu_1}{\lambda}} x_1 + \frac{\xi_1}{\sqrt{\lambda\nu_1}} \right)^2 \right] \exp \left[ j\frac{\pi}{2} \left( 2\sqrt{\frac{\nu_2}{\lambda}} y_1 + \frac{\xi_2}{\sqrt{\lambda\nu_2}} \right)^2 \right] dx_1 dy_1 d\phi \quad (7)$$

继续进行变量变换, 令

$$\omega = 2\sqrt{\nu_1/\lambda}x + \xi_1/\sqrt{\lambda\nu_1}; \quad \eta = 2\sqrt{\nu_2/\lambda}y + \xi_2/\sqrt{\lambda\nu_2}$$

已知菲涅尔衍射积分为

$$F = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(iax^2) dx = C(\beta) + iS(\beta) \quad (8)$$

对式(7)变量替换, 并利用式(8), 可得高阶 Bessel 光束经过柱透镜后的衍射光场为

$$U_2(x_2, y_2, z) = \left(-\frac{jk}{2\pi z}\right) \exp(jkz) \exp \left( jk \frac{x_2^2 + y_2^2}{2z} \right) \exp(-jn\theta) \int_0^{2\pi} \exp \left[ -jk \left( \frac{\xi_1^2}{4\nu_1} + \frac{\xi_2^2}{4\nu_2} \right) \right] \frac{1}{(4\sqrt{\nu_1\nu_2/\lambda^2})} \cdot [(C(\omega_2) + jS(\omega_2)) - (C(\omega_1) + jS(\omega_1))] [(C(\eta_2) + jS(\eta_2)) - (C(\eta_1) + jS(\eta_1))] d\phi \quad (9)$$

式中  $\omega_1 = 2\sqrt{\nu_1/\lambda}a + \xi_1/\sqrt{\lambda\nu_1}$ ;  $\omega_2 = -2\sqrt{\nu_1/\lambda}a + \xi_1/\sqrt{\lambda\nu_1}$ ;  $\eta_1 = 2\sqrt{\nu_2/\lambda}a + \xi_2/\sqrt{\lambda\nu_2}$ ;  $\eta_2 = -2\sqrt{\nu_2/\lambda}a + \xi_2/\sqrt{\lambda\nu_2}$ .

高阶 Bessel 光束经柱透镜后的光强分布为

$$I(x_2, y_2, z) = |U_2(x_2, y_2, z)|^2 \quad (10)$$

### 3 衍射光场的数值模拟

利用 MATLAB 和 MATHCAD 分别对一阶、三阶和五阶的 Bessel 光束经柱透镜后不同传播距离处的截面光强进行模拟, 实验光源所用的 He-Ne 激光器, 其

波长为 632.8 nm, 轴棱锥底角为  $1^\circ$ , 轴棱锥的折射率为 1.458, 柱透镜的焦距为 130 mm, 模拟出同一位置不同阶数的 Bessel 光束, 及经过柱透镜后不同距离处的衍射光场分布, 所得的模拟图如图 3.

从图 3 中可以看出: 沿光轴方向, 随着  $z$  的增加, 各阶 Bessel 光束经柱透镜后的光场发生变化. 在  $z=60$  mm 处, 光强分布很集中, 位于中心, 中心开始出现唇状焦散线; 随着  $z$  的增加, 唇状焦散线不断向外扩大; 在  $z=120$  mm 处, 在光束中心出现了一个近似椭圆的光斑, 在光斑中心出现交替交叉的条纹, 光强分布

逐渐向唇状焦散线的边缘处集中;在  $z=150$  mm 处,在唇状焦散线的两边会各形成一个较亮的点,开始形成焦散光束.

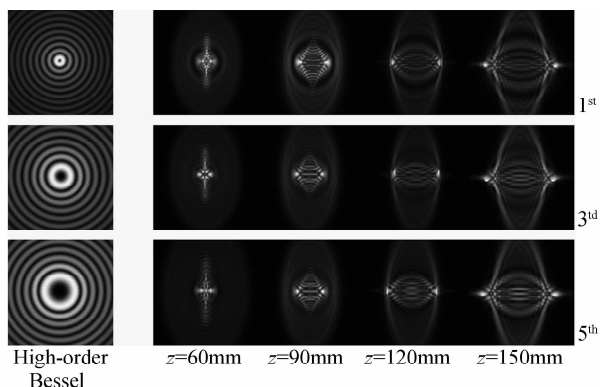


图 3 一、三、五阶 Bessel 光束经柱透镜形成衍射光场  
Fig. 3 First-order, third-order and fifth-order Bessel beam and diffraction field after Cylindrical lens

高阶形成的唇状焦散线的周围存在一个光强为零的近似圆环,而且随着阶数  $n$  的增加,唇状焦散线及近似圆环的亮度会越来越暗.

造成上述现象的原因有以下几点:

1) 由于象散现象,使得输出光的波面的斜率发生了变化,这就使 Bessel 光通过柱透镜后的干涉点发生了变化,破坏了截面光强原有的圆对称性,因此在中心光斑会出现交替交叉的条纹;

2) 高阶 Bessel 光束的中心为空心光斑,即高阶 Bessel 光束为空心光束,故其通过非对称性光学元件后会产生一个光强为零的近似圆环. 高阶 Bessel 光束  $A(\phi) = \exp(-in\theta)$ ,  $n$  越大,  $A(\phi)$  越小, 光强  $I$  越小.

### 4 实验验证

设计实验光路图如图 4,来验证上述模拟结论. 在本实验中,使用的光源为 He-Ne 激光器,光通过由透镜  $f_1$ 、透镜  $f_2$  组成的准直扩束系统后依次入射到 SPP、轴棱锥,产生高阶 Bessel 光束. 再经过柱透镜,形成所得焦散光束,并利用 CCD 对不同距离处的衍射光场进行拍摄记录. 其中, He-Ne 激光器  $\lambda = 632.8$  nm, 透镜  $f_1 = 15$  mm, 透镜  $f_2 = 190$  mm, 螺旋相位板的拓扑电荷数为 3, 轴棱锥的折射率  $n = 1.458$ , 底角  $\gamma = 1^\circ$ , 柱透镜的焦距  $f = 130$  mm, 柱透镜与轴棱锥相距

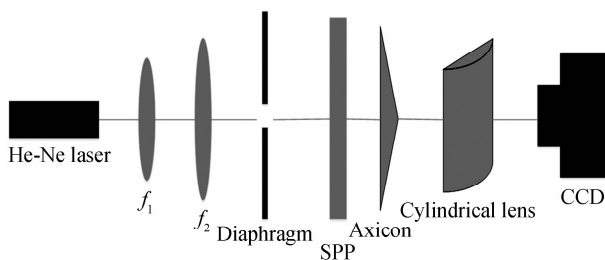


图 4 实验光路  
Fig. 4 Experimental light path diagram

350 mm.

在不同传播距离处用 CCD 相机拍摄到的不同阶数 Bessel 光束及光束经柱透镜后衍射光场的截面光强分布,如图 5.

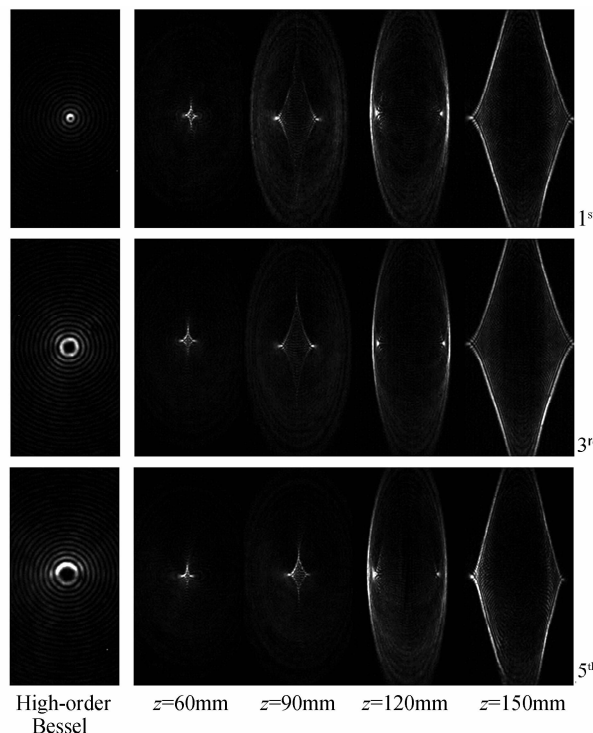


图 5 不同阶数不同距离处衍射光场  
Fig. 5 Diffraction field in different orders or at different distances

由图 5 可知:这 3 种不同阶数的 Bessel 光束经柱透镜后的光场分布与理论模拟基本吻合,由于实验条件所限,光束外形与模拟稍有偏差,且光强中心分布显示得不完整,但依然可以看出光斑外形与模拟相似,经过柱透镜后,原本中空的圆形 Bessel 光束的圆对称性受到影响,变成焦散光束. 在  $z=60$  mm 处,光斑较小,且光强集中,随着距离  $z$  的增加,内部光斑的焦散线逐渐扩散,渐渐与外围光斑重合;同时,能量开始聚集在焦散光束的外围,形成两个较亮的点,在中央部位交替出现条纹. 可以依稀看到在中间有一圈黑暗的空心圆环.

经过设计的实验验证,可得高阶 Bessel 光束经柱透镜后形成唇状焦散光束,最后唇状焦散光束转变成菱形.

### 5 结论

基于菲涅尔衍射理论,推导出高阶 Bessel 光束经过柱透镜后的衍射光场分布,并进行了模拟分析和实验验证. 结果表明,高阶 Bessel 光束经柱透镜后会形成唇状焦散光束,这种光束在光束的传输、大景深成像等方面都有应用,该研究对高阶 Bessel 光束在非对称光学系统中的传输研究具有参考价值.

## 参考文献

- [1] DUMIN J. Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1987, **4**: 651-654.
- [2] GONG Lei, QIU Xing-ze, ZHAO Qian, *et al.* Self-healing behavior of the non-diffracting asymmetric Bessel beams[C]. Digital Holography & 3-D Imaging Meeting, 2015: 1-14.
- [3] FAN Dan-dan, WU feng-tie, CHENG Zhi-ming, *et al.* Reconstruction of incoherent source Bessel beam [J]. *Acta Physica Sinica*, 2013(10): 104219.  
范丹丹, 吴逢铁, 程治明, 等. 非相干光源无衍射光的自重建[J]. *物理学报*, 2013(10): 104219.
- [4] LIU Ji-lin, CHEN Zi-yang, ZHANG Lei, *et al.* Polarization and propagation characteristics of the azimuthally polarized non-diffracting beam[J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, **64**(6): 064201.  
刘绩林, 陈子阳, 张磊, 等. 角向偏振无衍射光束的传输特性及其偏振态研究[J]. *物理学报*, 2015, **64**(6): 064201.
- [5] FAHRBACH F O, ROHRBACH A. Propagation stability of self-reconstructing Bessel beams enables contrast-enhanced imaging in thick media[J]. *Nature Communications*, 2012, **3** (June): 299-306.
- [6] PLANCHON T A, GAO Liang, MILKIE D E, *et al.* Rapid three-dimensional isotropic imaging of living cells using Bessel beam plane illumination[J]. *Nature Methods*, 2011, **8**(5): 417-23.
- [7] CHEN Zi-yan, HU Wei-wang, WU Feng-tie, *et al.* Non-diffraction beam improves the resolution ratio of imaging system[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2016, **45**(5): 0511002.  
陈姿言, 胡威旺, 吴逢铁, 等. 无衍射光束提高成像系统分辨率[J]. *光子学报*, 2016, **45**(5): 0511002.
- [8] WANG Neng, LU Wan-li, NG J, *et al.* Optimized optical "tractor beam" for core-shell nanoparticles[J]. *Optics Letters*, 2014, **39**(8): 2399-402.
- [9] CASTANEDA J A, PEREZPASCUAL R, JAUREGUI R. Chaotic dynamics of dilute thermal atom clouds on stationary optical Bessel beams [J]. *Journal of Physics B Atomic Molecular & Optical Physics*, 2013, **46**(14): 18592-18601.
- [10] GOHNKREUZ C, ROHRBACH A. Light-sheet generation in inhomogeneous media using self-reconstructing beams and the STED-principle[J]. *Optics Express*, 2016, **24**(6): 5855-65.
- [11] HE X, WU F T, LI P, *et al.* High order Bessel beams generated by using incoherent LED light source[J]. *Scientia Sinica Physica, Mechanica & Astronomica*, 2014, **44**: 705-711.  
何西, 吴逢铁, 李攀, 等. 非相干 LED 光源产生高阶 Bessel 光束[J]. *中国科学:物理学力学天文学*, 2014, **44**: 705-711.
- [12] SCHIMPF D N, SCHULTE J, PUTNAM W P, *et al.* Generalizing higher-order Bessel-Gauss beams; analytical description and demonstration[J]. *Optics Express*, 2012, **20** (24): 26852-67.
- [13] CHEN Guang-ming, LIN Hui-chuan, PU Ji-xiong. Generation of high-order Bessel beams by focusing vortex beams with an axicon [J]. *Journal of Optoelectronics & Laser*, 2011, **06**(015): 945-950.  
陈光明, 林惠川, 蒲继雄. 轴棱锥聚焦涡旋光束获得高阶贝塞尔光束[J]. *光电子·激光*, 2011, **06**(015): 945-950.
- [14] CHENG Wei-bo, POLYNKIN P. Laser micromachining with femtosecond higher-order Bessel beams [C]. *Lasers and Electro-Optics. IEEE*, 2015.
- [15] REN Xiang-gui, LV Bai-da. Evolution of phase singularities of higher-order Bessel beam diffracted by aperture[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(2): 259-263.  
任祥贵, 吕百达. 经光阑衍射的高阶贝塞尔光束位相奇点演化特性[J]. *光子学报*, 2009, **38**(2): 259-263.
- [16] ANGUIANOMORALES M, MARTINEZ A, ITURBECASTILLO M D, *et al.* Self-healing property of a caustic optical beam [J]. *Applied Optics*, 2007, **46** (34): 8284-90.
- [17] ANGUIANOMORALES M. Transformation of Bessel beams by means of a cylindrical lens[J]. *Applied Optics*, 2009, **48** (25): 4826-31.
- [18] 吕百达. 激光光学光束描述, 传输变换与光腔技术物理[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003: 16-18.
- [19] HRICHA Z, CHAFIQ A, BELAFHAL A. A detailed study of Mathieu - Gauss beams propagation through an apertured ABCD, optical system [J]. *Optics Communications*, 2006, **265**(2): 594-602.