**doi**:10.3788/gzxb20164511.1122002

# 应用场光线传递方程计算鱼眼镜头像场像差

## 曹一青,吕丽军,邓智勇

(上海大学 精密机械系,上海 200072)

摘 要:应用场光线传递方程,从鱼眼镜头的孔径光阑处,逆向追迹场光线传递方程,确定任意视场角场 光线的初始位置,即光阑球差.正向追迹场光线计算鱼眼镜头系统物、像空间视场角之间的关系曲线;用 多项式拟合求出关系曲线的解析表达式.通过反演运算,根据畸变图像复原物的图像分布,达到消除鱼 眼镜头成像系统畸变的目的.最后,计算了一个160°鱼眼镜头光学系统的光阑球差和图像的畸变,并应 用本文方法复原物的图像分布.计算结果表明:光阑球差的计算结果与真值的相对误差小于1%;复原 的物方图像径向高度相对误差小于0.25%,说明本文计算鱼眼镜头像场像差的方法是可行的. 关键词:光学设计;超大视场;鱼眼镜头;场光线;光阑球差;畸变

**中图分类号**:O435 文献标识码:A

**文章编号:**1004-4213(2016)11-1122002-6

# Calculation of Field-dependent Aberrations of Fisheye Lens with the Transfer Equations of Field Ray

CAO Yi-qing, LÜ Li-jun, DENG Zhi-yong

(Department of Precision Mechanical Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

Abstract: Any a field ray, using its transfer equations, is traced reversely from the aperture stop of a fisheye lens to determine its initial position, *i. e.*, the pupil spherical aberration. Then tracing the field ray in its forward direction, a relation curve between the field angle of object and image space can be obtained; a polynomial expression is used to fit the relation curve. By the inversion operation to the polynomial expression, the distribution of object without distortion can be rectified from the distorted image to realize the purpose of eliminating the distortion of fisheye lens. Finally, we make numerical calculations of the pupil spherical aberration and image distortion to a  $160^{\circ}$ -fisheye lens, and rectify the distortion of object. The calculation results show that, the relative error of the pupil spherical aberration from the exact value is less than 1%, and the relative error of radial height of the rectified object distribution is less than 0.25%. The research shows that the method is feasible for the calculation of the field-dependent aberrations of fisheye lens.

Key words: Optical design; Ultra-wide angle; Fisheye lens; Field ray; Pupil spherical aberration; Distortion OCIS Codes: 220.1010; 220.2740; 080.1010; 110.0110; 120.4820

## 0 引言

鱼眼镜头具有短焦距、大视场的特点,在智能监 控、移动机器人成像以及虚拟环境重建等方面有重要 的应用.鱼眼镜头的前组光学系统有一个或几个大光 焦度的负弯月形透镜,能够压缩视场角.对大视场角的 场光线而言,其入瞳将显著偏离近轴入瞳位置,导致很 大的光阑球差,因此,计算光阑球差是设计鱼眼镜头光 学系统中不可或缺的步骤<sup>[1-3]</sup>.在光阑球差的理论研 究中,王永仲<sup>[4]</sup>依据轴对称光学系统的特点,假定光阑 球差具有幂级数形式  $\Delta L_{\rho}(\omega) = a_1\omega^2 + a_2\omega^4 + a_3\omega^6 + a_4\omega^8 + \cdots, 通过几条已知场光线的光阑球差值,求得系$  $数 <math>a_1, a_2, a_3, a_4, \cdots, 这种方法需要事先知道几条场光$ 线的光阑球差值. 文献[5]应用一般光线追迹方法,通过计算场光线在各光学面上的交点坐标,确定它的入射/折射方向,这种方法求解光阑球差要求给出各个光

基金项目:国家自然科学基金(No. 11274223)资助

**第一作者:**曹一青(1987-),男,博士研究生,主要研究方向为超大视场鱼眼镜头光学系统、XUV 光学系统的像差理论. Email: caoyiqing1987@163.com

导师(通讯作者):吕丽军(1963-),男,教授,博导,主要研究方向为真空紫外、软 X 射线光学及超大视场光学系统. Email:lulijun@shu. edu. cn 收稿日期:2016-06-02;录用日期:2016-07-11

学面的参量方程,需求解并判断光线交点的位置,计算 过程比较繁琐.

鱼眼镜头能够获得 180°甚至超过 180°视场角的图像,对视场边缘的光线有很大的压缩作用,造成像的极大的桶形畸变.在实际应用中,需要得到真实的场景图像,因此对图像进行畸变校正非常重要.目前,校正 鱼眼镜头畸变的方法主要是基于标定模板.此类方法 本质是将镜头系统看作"黑盒":不分析镜头的参量,只 是利用控制点的物像关系建立投影模型<sup>[641]</sup>.但是在 实际操作过程中,鱼眼镜头系统与标定模板之间会产 生准直误差;此外,控制点的选取也是有限的,在后续 插值或者拟合的过程中会出现较大的偏差.

本文提出了一种基于场光线传递方程计算鱼眼镜 头光学系统光阑球差和畸变的方法.根据场光线传递 方程得到物、像空间视场角的关系曲线,用多项式拟合 求出关系曲线的解析表达式;求解该表达式的反函数, 就可依据畸变的图像复原物体的分布,达到校正系统 畸变的目的.这种校正畸变方法只需要鱼眼镜头光学 系统的结构参量就能实现.

## 1 场光线传递方程

图 1 是鱼眼镜头光学系统的场光线在子午平面内的传输示意图,场光线  $A_iO_iO_{i+1}O_{i+2}$ 交第 i 个光学面于  $O_i$ 、第 i+1 个光学面于  $O_{i+1}$ ;光线  $O_iO_{i+1}$ 交光轴于  $M_i$ .  $C_i$ 为第 i 个光学表面的曲率中心, $D_i$ 为第 i 个光学面 与光轴的交点.  $O_iM_{i-1}$ 和光轴的夹角为  $\omega_{i-1}$ ,光轴逆时 针旋转到  $O_iM_{i-1}$ 角度符号规定为正,反之为负. 第 i个光学面的入射角和折射角分别为  $\alpha_i$ 和  $\beta_i$ ,由法线逆 时针旋转到光线时角度规定为正,反之为负. 光学系 统中第 i 个光学面的半径用  $r_i$ 表示,曲率中心在光学 面顶点的右侧时, $r_i$ 规定为正,反之为负.  $n_{i-1}$ 和  $n_i$ 分 别表示第 i 个光学面的物方和像方折射率, $d_i$ 表示第 i至 i+1 个光学面的光学间隔.



图 1 场光线的传输示意图 Fig. 1 The optical scheme of the field ray transfer 在图 1 所示的  $\Delta M_i O_i C_i$  中,由正弦定理可得

$$\overline{M_i C_i} = \frac{\sin \beta_i}{\sin \omega_i} \rho_i \tag{1}$$

$$\overline{M_iC_{i+1}} = \Gamma_{i+1} - \Gamma_i + d_i + \frac{\sin\beta_i}{\sin\omega_i}\rho_i$$

同样,在 $\Delta M_i O_{i+1} C_{i+1}$ 中,应用正弦定理有

in 
$$\alpha_{i+1} = \frac{\overline{M_i C_{i+1}}}{\rho_{i+1}} \sin \omega_i$$
 (3)

式(2)和式(3)中 $\Gamma_i = -\overline{C_i D_i}, \rho_i = -\overline{O_i C_i}$ . 对于二次圆 锥曲面光学面,它们分别表示 $O_i$ 处的子午和弧矢平面 内的曲率半径,计算表达式由文献[12]中的式(24)~(28)给出.

将式(2)代入式(3),场光线入射角的传递方程为

$$\sin \alpha_{i+1} = \frac{\Gamma_{i+1} - \Gamma_i + d_i}{\rho_{i+1}} \sin \omega_i + \frac{\rho_i}{\rho_{i+1}} \sin \beta_i \tag{4}$$

式中

$$\omega_i = \omega_{i-1} + \beta_i - \alpha_i \tag{5}$$

而且  $\beta_i = \arcsin\left(\frac{n_{i-1}\sin\alpha_i}{n_i}\right)$ . 对于第一个折射面的物 方空间有

$$\sin \alpha_1 = \frac{\Gamma_1 + d_0}{r_1} \sin \omega_0 \tag{6}$$

式中 $d_0 = \overline{M_0 D_1}$ ,式(5)实际上就是式(4)在i = 0的情况.

由以上讨论可知,如果知道光线的初始场角 $\omega_0$ 以及 $d_0$ (即入瞳距 $L_{\rho(\omega_0)}$ ),就可以利用传递方程式(4)和式(5)精确地追迹场光线.

## 2 鱼眼镜头场光线像差

#### 2.1 光阑球差

当光学系统的视场角超出近轴光学的视场角范围 时,轴外物点的实际入瞳位置将偏离近轴入瞳,两者中 心沿光轴方向的位移称为光阑球差(在文献[2]中也被 称为"入瞳偏移").  $L_{\rho}(\omega_{0})$ 为物方视场角为 $\omega_{0}$ 的场光 线对应的入瞳距离,它是入射光线的延长线和光轴交 点到第一个光学面顶点之间的距离; $L_{\rho}$ 是小视场情况 下由高斯公式计算的入瞳与第一折射面的距离.一般 在鱼眼镜头中, $L_{\rho}$ 总为正值,轴外物点对应的实际入 瞳位置在近轴入瞳左侧,所以光阑球差

 $\Delta L_{p(\omega_{p})} = L_{p(\omega_{p})} - L_{p}$ (7) 为负值,如图 2.



图 2 光阑球差定义,  $P_0$  是近轴入瞳的位置 Fig. 2 Definition of the spherical aberration of pupil, the paraxial entrance pupil positioned at  $P_0$ 

(2)

图 3 为一个鱼眼镜头孔径光阑前的光学系统示意 图,基于光路的可逆性,应用场光线传递方程式(4)、 (5),从孔径光阑中心处对光学系统进行逆向光线追迹,可以求得光阑球差.具体过程为:





Fig. 3 Reverse tracing of the principal ray to find the spherical aberration of pupil

1)应用高斯公式,将孔径光阑对左侧的光学面依次进行成像计算,求出近轴近似情况下入瞳的位置 L<sub>p</sub>;

2)如图 3,对于经过孔径光阑中心处的任意场角 的场光线,利用式(4)、(5)进行逆向光线追迹,就可以 得到相应的物方场角 ω 和场光线打在第一个光学面 上的入射角 α<sub>1</sub>;

3)根据如图 2 所示的几何关系,物方视场角为 ω<sub>0</sub> 的场光线的位置由 M<sub>0</sub> 与 D<sub>1</sub> 的距离

$$L_{p(\omega_0)} = r_1 - r_1 \frac{\sin \alpha_1}{\sin \omega_0} \tag{8}$$

来确定,由式(7)就可以计算光阑球差.

#### 2.2 畸变及校正

确定了任意场角ω。的场光线的初始位置后,从第 一个光学面开始,应用场光线传递方程式(4)、(5)对整 个鱼眼镜头系统进行计算,直到求出最后一个光学面 的像方视场角ω,得到ω」与ω。之间的数值关系曲线为

ω<sub>1</sub> = f(ω<sub>0</sub>) (9)
 很显然,对于多个折射面的光学系统,可以应用拟
 合法得到解析函数f(ω<sub>0</sub>)的表达式.一般来说,f(ω<sub>0</sub>)
 是包含高阶的非线性分布,不同阶次的非线性项反映
 了像的畸变.

式(9)反映了物、像空间的视场角之间的关系;在 实际应用中,物、像面的位置及形状(如平面或者球幕) 各异,只要进行相应的投影,就能确定各物点及相应像 的位置.以下讨论有限远平面物体及投影像面为平面 的畸变情况.假设像距为 d<sub>1</sub>,最后一个光学面的曲率 半径为r<sub>1</sub>,其中C<sub>1</sub>为最后一个光学面的曲率中心,D<sub>1</sub> 为最后一个光学面和光轴的交点,如图 4.





Fig. 4 The chief ray passes the last optical surface and intersects with the image plane

在  $\Delta M_1 O_1 C_1$  中,利用正弦定理可得

$$M_{\rm l}C_{\rm l} = \frac{\sin\beta_{\rm l}}{\sin\omega_{\rm l}}r_{\rm l} \tag{10}$$

像点的径向位置 h<sub>i</sub> 的计算表达式为

$$h_i = \tan \omega_1 \left( \frac{r_1 \sin \beta_1}{\sin \omega_1} - r_1 + d_1 \right)$$
(11)

若物面与第一个光学面相距 d<sub>0</sub>,同样根据三角函数关系,物方场角 ω<sub>0</sub> 与物点的径向位置 h<sub>0</sub> 的关系为

$$\omega_0 = \arctan\left(\frac{h_0 - d_0}{L_{p(\omega_0)}}\right) \tag{12}$$

将式(12)代入式(9)中,推导出像方场角ω<sub>1</sub>关于h<sub>0</sub>的 表达式,然后将它代入式(11),得到h<sub>i</sub>与h<sub>0</sub>的关系曲线,然后应用拟合法得到其解析表达式为

$$h_i = g(h_0) \tag{13}$$

为了得到物像平面像素位置的对应关系,对于像 平面上某一像点(x<sub>i</sub>,y<sub>i</sub>),先要将直角坐标转换为极坐 标

$$h_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}, \theta_i = \arctan(x_i/y_i)$$
(14)

对于鱼眼镜头光学系统,可以忽略切向畸变,只考虑径向畸变<sup>[13]</sup>,即 $\theta_0 = \theta_i$ .通过求(13)的反函数,即

$$h_{0} = g^{-1}(h_{i})$$
(15)  
由  $\theta_{0}$  和  $h_{0}$  就可以求出与像点 $(x_{i}, y_{i})$ 对应的物点直角  
坐标 $(\tilde{x}_{0}, \tilde{y}_{0})$ 

$$\begin{cases} \tilde{x}_{0} = h_{0} \sin \theta_{0} = \frac{h_{0} x_{i}}{\sqrt{x_{i}^{2} + y_{i}^{2}}} \\ \tilde{y}_{0} = h_{0} \cos \theta_{0} = \frac{h_{0} y_{i}}{\sqrt{x_{i}^{2} + y_{i}^{2}}} \end{cases}$$
(16)

由此得到的物分布是消畸变的.

### 3 数值计算

以160°鱼眼镜头为例<sup>[3,14]</sup>,利用第2节讨论的方法,分别计算光阑球差和畸变,并复原物的图像.镜头参量如表1,它的光学结构如图5.

tens system (unit; min)						
Surface	Radius	Distance	Index	Glass		
1	544.99	13.56	1.516 8	BK7		
2	92.22	52.09	-	-		
3	infinite	16.00	1.516 8	BK7		
4	144.21	47.98	-	-		
5	-144.21	16.00	1.516 8	BK7		
6	infinite	98.39	-	-		
7	121.10	7.97	1.740 0	SF3		
8	-403.26	0.71	-	-		
9	53.97	18.16	1.740 0	SF3		
10	49.62	2.87	-	-		
STO	infinite	8.08	-	-		
12	-46.68	11.13	1.688 9	SF8		
13	60.33	16.46	1.651 6	N-LAK7		
14	-60.33	0.69	-	-		
15	348.22	18.21	1.651 6	N-LAK7		
16	-36.57	5.97	1.740 0	SF3		
17	-123.62	0.94	-	-		
18	80.98	10.44	1.651 6	N-LAK7		
19	682.55	55.96	-	-		

表 1 160°鱼眼镜头结构参量(单位:mm) Table 1 The optical parameters of 160°-fisheye

lone evetom (unit.mm)

Object plane





Fig. 5 Optical structure of 160°-fisheye lens system

#### 3.1 光阑球差计算

在 0°~8°的物方视场角范围内,均匀选取 100 个 视场角,按照上一节讨论的方法,对各个视场角的场光 线进行光阑球差计算,得出  $\Delta L_{\rho(\omega_{c})}$ 和  $\omega_{0}$  的关系曲线, 如图 6.

由于鱼眼镜头光学系统结构是轴对称的,因此光 阑球差应该是关于场角 ω。的偶函数<sup>[15-17]</sup>,且常量项为 0.对图 6 中的光阑球差曲线进行十阶多项式拟合,即



图 6 160°鱼眼镜头的光阑球差

Fig. 6 Spherical aberration of pupil of 160°-fisheye lens system

拟合的均方根误差为 3.8×10<sup>-4</sup>.应用更高阶次 的多项式拟合,可以提高计算结果的准确度.

用式(17)计算视场角 ω<sub>0</sub> = 40°、56°、80°时的光阑球 差值,并与文献[14]中的真值进行对比,其相对误差小 于 1%,具体计算结果见表 2.

表 2 160°鱼眼镜头光阑球差对照表(单位:mm)

Table 2Comparison on spherical aberration of pupil of160°-fisheye lens system (unit;mm)

ω	Ref. [14]	Proposed method	Relative error
40°	-11.633	-11.697	0.55%
56°	-25.095	-24.921	0.69%
80°	-59.461	- 59.585	0.21%

#### 3.2 畸变及校正结果

对有限远平面物体进行畸变以及畸变校正的计算.按照 2.2 节描述的方法,在 0°~80°的物方视场角 范围内均匀选取 100 个视场角,应用场光线传递方程 对各视场角的场光线进行计算,得到 ω<sub>1</sub> 和 ω<sub>0</sub> 的关系曲 线,如图 7.



图 7 160°鱼眼镜头物、像空间视场角的关系

Fig. 7 Relation of field angle of view between object and image space

从图 7 中可以看出,在较小的视场角范围内,ω 与 ω。线性关系符合得很好;但曲线的斜率随着ω。变大而 减小,这表示随着视场角的增大,像方视场角压缩效果 就愈明显,导致像平面上的桶形畸变.对图7中物、像 方视场角的关系曲线进行四阶多项式拟合

$$\omega_{1} = p_{1}\omega_{0} + p_{2}\omega_{0}^{2} + p_{3}\omega_{0}^{3} + p_{4}\omega_{0}^{4}$$
(18)  
式中的系数  $p_{1} = 4.2484 \times 10^{-8}$ ;  $p_{2} = -1.1511 \times 10^{-5}$ ;

式中的系数  $p_1 = 4.2484 \times 10^{-8}$ ;  $p_2 = -1.1511 \times 10^{-8}$ ;  $p_3 = 1.1216 \times 10^{-4}$ ;  $p_4 = 0.13287$ . 拟合的均方根误差为 2.5×10<sup>-3</sup>.

设物距  $d_0 = 100 \text{ mm}$ ,像距  $d_i = 50 \text{ mm}$ .应用式 (11)~(13)计算物、像平面上径向高度之间的关系曲线,如图 8.显然,它们之间应该是奇函数关系,应用五 阶傅里叶级数对图 8 中的曲线进行拟合,即

 $h_i = b_1 \sin (h_0 w) + b_2 \sin (2h_0 w) + b_3 \sin (3h_0 w) + b_3 \sin (3h_0 w) + b_4 \sin (3h_0 w) + b_5 \sin (3h_0 w) + b_6 \sin (3h_0 w) +$ 

 $b_4 \sin (4h_0 w) + b_5 \sin (5h_0 w)$  (19)  $\vec{x} \oplus, w = 0.00338; b_1 = -28.24; b_2 = 2.995; b_3 = -3.99; b_4 = 0.7855; b_5 = -0.4969.$ 

关于式(19),应用 MATLAB 中的求反函数模块 finverse()或者插值法模块 interpl(),就可以求出与 像平面上的径向高度  $h_i$  对应的物平面上的径向高度  $h_0$ ,再应用式(14)和(16),就可以将像方空间的像点坐 标( $x_i$ , $y_i$ )还原为对应的物点坐标( $\hat{x}_0$ , $\hat{y}_0$ ).



图 8 物、像面上径向位置的关系 Polation of the multiple station hater

Fig. 8 Relation of the radial position between the object and image plane

图 9(a)、(b)为物、像平面上的图像分布;图 9(c) 是应用插值法模块 interpl()复原的物分布图像;图 9 (d)是复原的物图像图 9(c)和原始物图像图 9(a)之间 的径向高度误差分布;最大相对径向高度误差



图 9 160°鱼眼镜头畸变 Fig. 9 Distortion of 160°-fisheye lens system

## 4 结论

应用简单的场光线传递方程,自孔径光阑处逆向 追迹场光线,确定场光线的初始位置,并计算鱼眼镜头 光阑球差分布,经多项式拟合得到其解析表达式.这种 计算光阑球差的方法,结果准确度较高,且比较简单.

应用场光线传递方程得到的物、像空间视场角的 数值关系曲线,用多项式数值拟合得到关系曲线的解 析表达式,然后,求出物像平面径向高度之间的关系表 达式;通过求其反函数,就可以依据像分布复原物分 布,达到校正图像畸变的目的.

本文的畸变校正方法仅需要鱼眼镜头光学系统的 光学结构参量,不需要对镜头内、外部参量进行标定, 避免使用精密的标定板,因此这种畸变校正方法可以 作为一种相机图像处理软件中的模块,消除鱼眼镜头 照片产生的畸变.

#### 参考文献

- [1] LAIKIN M. Lens design[M]. Marcel Dekker, Inc, 1991.
- [2] SMITH W J. Modern lens design[M]. Mc Graw-Hill, Inc, 2000.
- [3] 王永仲. 鱼眼镜头光学[M]. 北京:科学出版社, 2006.
- [4] CHEN Huang-ming, CHEN Xiang-ying. Fisheye lens optics
   [J]. Acta Armamentarii, 1989, 8(3): 32-38.
   陈晃明,陈向颖. 鱼眼镜头光学[J]. 兵工学报,1989, 8(3): 32-38.
- [5] WANG Jian-jun, LU, Li-jun. A method to calculate entrancepupils spherical aberration of fish-eye lens [J]. Optical Instruments, 2010, 32(4): 21-25.
  王健俊,吕丽军. 一种求解鱼眼镜头入射光瞳球差的方法[J]. 光学仪器,2010,32(4): 21-25.
- [6] YING Xiang-hua, HU Zhang-yi, ZHA Hong-bin. Fisheye lenses calibration using straight-line spherical perspective projection constraint[C]. 7th Asian Conference on Computer Vision, 2006, 13(16): 61-70.
- [7] QIU Zhi-qiang, LU Hong-wei, YU Qi-feng. A correction method of fish-eye lens distortion using projective invariability
  [J]. Journal of Applied Optics, 2003, 24(5): 36-38.
  邱志强,陆宏伟,于起峰. 用射影不变性纠正鱼眼镜头畸变
  [J]. 应用光学, 2003, 24(5): 36-38.
- [8] ZHU Jun-chao, GE Lei, HAN Fang-fang, et al. Research on fisheye lens imaging model based on the separated parameters calibration[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators,

2013, 26(7): 975-980.

朱均超,葛磊,韩芳芳,等.基于分离参量标定的鱼眼镜头成像 模型研究[J].传感技术学报,2013,26(7):975-980.

- [9] XI Zhi-hong, SUN Li-hua, SUN Shao-guang. Full vision image based on fisheye lens [J]. Applied Science and Technology, 2007, 34(12): 8-11. 席志红,孙丽华,孙韶光. 基于鱼眼镜头的全视觉图像[J]. 应 用科技, 2007, 34(12):8-11.
- [10] FAN Yong, ZHANG Jia-cheng, CHEN Nian-nian, et al. New method for image geometric distortion correction[J]. Computer Engineering and Applications, 2009, 45 (29): 194-197.
  范勇,张佳成,陈念年,等. 图像几何畸变校正方法[J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(29): 194-197.
- [11] HUANG Yan-yan, LI Qing, ZHANG Bin-zhen. Study on fisheye lens calibration and distortion correction [J]. *Computer Engineering and Design*, 2014, 35(5): 3133-3135. 黄岩岩,李庆,张斌珍. 鱼眼镜头的标定和畸变校正研究[J].
- [12] LULJ, HUXY, SHENGCY. Optimization method for ultra-wide-angle and panoramic optical systems[J]. Applied Optics, 2012, 51(17): 3776-3786.

计算机工程与设计, 2014, 35(5): 3133-3135.

- [13] TSAI R Y. A versatile camera calibration technique for highaccuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses [J]. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 1987, 3(4): 323-34.
- [14] MALACARA D. Handbook of lens design [M]. Marcel Dekker, Inc, 1994.
- [15] WANG Yong-zhong. Calculation of spherical aberration and optical path in fish-eye lens[J]. *Infrared Technology*, 1995, 17(5):7-10.
  王永仲. 鱼眼式光学系统的光阑球差与主光线标定[J]. 红外 技术,1995,17(5):7-10.
- [16] HAN Bing, WU Yan-xiong, CHEN Xiao-ping, et al. Structure design of laser/visible dual-mode seeker [J]. Chinese Journal of Luminescence, 2014, 35 (11): 1382-1387. 韩冰,武雁熊,陈晓苹,等.激光及可见光双模导引头结构设计
- [J]. 发光学报,2014,35(11):1382-1387.
  [17] WANG Yong-zhong, ZHOU Jin-peng, GONG Wu-peng. The stop aberrations and aberration vignetting of fisheye lenses or extreme wide-angle objectives[J]. Applied Laser, 1998, 18(5):201-203.
  王永仲,周金鹏,宫武鹏.超大空域凝视光学系统的光阑像差 [J].应用激光,1998,18(5):201-203.

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China (No. 11274223)