

doi: 10. 3788/gzxb20164511. 1106002

非 Kolmogorov 大气湍流对径向部分相干阵列光束瑞利区间和湍流距离的影响

柯熙政^{1,2}, 张雅¹, 陈炜²

(1 西安理工大学 自动化与信息工程学院, 西安 710048)

(2 江苏海虹电子有限公司, 江苏 扬州 225108)

摘要: 基于广义的 Huygens-Fresnel 原理和非 Kolmogorov 谱模型, 推导了无线光通信系统中径向分布部分相干高斯-谢尔模型阵列光束在非 Kolmogorov 大气湍流中传输时瑞利区间 z_R 和湍流距离 z_T 的解析表达式, 对瑞利区间和湍流距离随湍流参量和光束参量的变化情况进行了数值分析. 结果表明: 不论是相干还是非相干合成, 径向分布部分相干高斯-谢尔模型阵列光束的 z_R 和 z_T 均随湍流广义指数 α 的增大非单调变化, 当 $\alpha=3.11$ 时, z_R 和 z_T 取最小值, 此时阵列光束扩展最大; 相干合成比非相干合成的光束扩展要小, 但其受湍流的影响更大; 对于相干合成而言, 径向分布半径 r_0 越大, 合成光束的 z_R 和 z_T 就越大, 而非相干合成的 z_R 和 z_T 不受 r_0 的影响; 不论是相干还是非相干合成, 阵列子光束数目对合成光束的 z_R 和 z_T 没有影响; 当光束相干参量 β 足够小或波长 λ 足够大时, 大气湍流对阵列光束 z_R 的影响可以忽略.

关键词: 无线光通信; 径向部分相干阵列光束; 非 Kolmogorov 湍流; 相干和非相干合成; 瑞利区间; 湍流距离

中图分类号: TN929.12

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2016)11-1106002-8

Influence of Non-Kolmogorov Turbulence on the Rayleigh Range and Turbulence Distance of the Radial Partially Coherent Array Beams

KE Xi-zheng^{1,2}, ZHANG Ya¹, CHEN Wei²

(1 School of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

(2 Jiangsu Haihong Electronics Co., Ltd, Yangzhou, Jiangsu 225108, China)

Abstract: Based on the generalized Huygens-Fresnel principle and the non-Kolmogorov spectral model, the expressions for the Rayleigh range z_R and the turbulence distance z_T of radial partially coherent Gaussian-Schell model array beams of the free space optics system propagating through non-Kolmogorov turbulence were derived. And the expressions were used to analyze numerically the changes of the Rayleigh range and the turbulence distance with turbulence parameters and beams parameters. The results show that for both coherent and incoherent combinations, the dependence of z_R and z_T of the radial partially coherent Gaussian-Schell model array beams on generalized parameter α is not monotonic. When $\alpha=3.11$, z_R and z_T reach their minima, and this means that the beams spreading is largest. For the coherent combination of beams spreading is smaller than that for the incoherent combination, but it is larger affected by turbulence; For coherent combinations, the larger the radial distribution radius r_0 , the larger the Rayleigh range z_R and turbulence distance z_T of the combined beam, but incoherent combinations is not affected; for both coherent and incoherent combinations, the number of sub-beams has no influence on the Rayleigh range and the turbulent distance of the combined beam; When beams

基金项目: 国家自然科学基金(Nos. 61377080, 60977054)资助

第一作者: 柯熙政(1962-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为无线激光通信. Email: xzke@263.net

通讯作者: 张雅(1991-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为阵列光束在大气湍流中的传输特性. Email: yzsm523@163.com

收稿日期: 2016-05-11; 录用日期: 2016-06-28

<http://www.photon.ac.cn>

coherent parameter β is small enough and wavelength λ is large enough, the influence of turbulence on z_R can be ignored.

Key words: Wireless optical communication; Radial partially coherent array beams; Non-Kolmogorov turbulence; Coherent and incoherent combination; Rayleigh range; Turbulence distance

OCIS Codes: 060.2605; 140.3298; 010.1300

0 引言

光束合成技术作为获得大功率、高质量激光束输出的有效手段,引起了人们的广泛关注^[1-3].大气湍流是一个相当复杂的环境,阵列光束在传输过程中会发生光束扩展、光斑漂移等大气湍流效应,严重制约了其在大气激光通信和深空探测等方面的应用^[4].为此,学者们对典型阵列光束在大气湍流中的传输特性尤其是湍流对阵列光束扩展的影响^[5-6]进行了大量研究.为了对阵列光束扩展进行定量描述,人们引入瑞利区间、湍流距离等物理量.瑞利区间即准直范围,是用来描述激光束无明显扩展的传输距离;湍流距离则表示光束扩展开始明显受到大气湍流影响的光束传输距离.这两个物理量之间既有区别又有联系,从不同角度表征光束扩展^[7].

近年来,国内外学者采用瑞利区间和湍流距离对阵列光束在 Von Karman、Tatarskii 或海洋湍流谱模型中的光束扩展进行了定量分析^[8-13].研究发现,常用湍流模型的理论分析结果与大气湍流的实验数据存在较大的偏差^[14].Toselli 等^[15]采用湍流广义指数 α 和广义振幅因子来描述非 Kolmogorov(非 K)湍流功率谱.基于该模型人们对单激光束在非 K 湍流中的湍流距离和瑞利区间进行了大量研究^[16-21],但对阵列光束扩展的定量研究还不多.2013 年,Huang 等^[22-24]根据光束传输因子(M^2 因子)的定义式,推导了部分相干厄米-高斯阵列光束在非 K 湍流中的湍流距离和瑞利区间解析式,研究发现湍流距离和瑞利区间均随子光束数目的增加而增大,但没有考虑光束波长、束腰半径和湍流强度等因素对湍流距离的影响.2014 年,陆璐等^[7]对高斯阵列光束在非 K 湍流中的湍流距离和瑞利区间进行了研究,结果表明不论相干还是非相干合成高斯阵列光束,湍流距离和瑞利区间均随 α 的增大非单调变化,但研究的是完全相干阵列光束.以上文献研究的均是一维线型阵列,而对径向分布部分相干阵列光束在非 K 大气湍流中的湍流距离和瑞利区间还没有进行系统的分析.

本文以径向分布部分相干高斯-谢尔模型(Gaussian-Schell Model, GSM)阵列光束为研究对象,推导了其在非 K 大气湍流中传输时的瑞利区间和湍流距离解析表达式,对其随湍流广义指数 α 和光束参量(相干参量 β 、径向分布半径 r_0 、光束波长 λ 、子光束数目 N)的变化进行了数值分析.

1 理论分析

1.1 瑞利区间

在直角坐标系中,假设 N 束束腰半径均为 ω_0 的部分相干 GSM 光束均匀地分布在半径为 r_0 的圆上,相邻子光束的角间距均为 $\alpha_0 = 2\pi/N$.这 N 个子光束构成了一个径向分布阵列光束,如图 1.

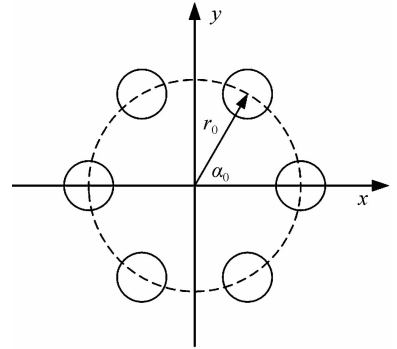


图 1 径向分布阵列光束示意图

Fig. 1 Radial distribution array beams schematic diagram

在相位锁定情况下,即径向分布部分相干 GSM 阵列光束为相干合成时,无线光通信(Free Space Optics, FSO)系统中的阵列光束在 $z=0$ 平面上的交叉谱密度函数表示为^[4]

$$W^0(\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}'_2; 0) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \exp \left[-\frac{(\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{r}_n)^2 + (\boldsymbol{\rho}'_2 - \boldsymbol{r}_m)^2}{\omega_0^2} \right] \exp \left[-\frac{[(\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{r}_n) - (\boldsymbol{\rho}'_2 - \boldsymbol{r}_m)]^2}{2\sigma_g^2} \right] \quad (1)$$

式中, $\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}'_2$ 分别为源平面两点的坐标矢量, $\boldsymbol{r}_n, \boldsymbol{r}_m$ 为矢量,分别表示第 n 和 m 个子光束的圆心位置. $\boldsymbol{r}_n = (r_0 \cos \alpha_n, r_0 \sin \alpha_n)$, $\alpha_n = n\alpha_0$ ($n=1, 2, \dots, N$), 参量 ω_0, σ_g 分别表示部分相干 GSM 光束的束腰宽度和相干长度,若 $\sigma_g \rightarrow \infty$ 时,式(1)表示径向分布完全相干阵列光束在 $z=0$ 处的交叉谱密度函数.

基于广义惠更斯-菲涅耳原理,经过大气湍流传输 z 后到达接收平面的交叉谱密度函数表示为^[25]

$$I(\boldsymbol{\rho}, z) = \frac{1}{(\lambda z)^2} \iint d^2 \boldsymbol{\rho}'_1 \iint d^2 \boldsymbol{\rho}'_2 W^0(\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}'_2; 0) \times \langle \exp [\psi(\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}, z) + \psi^*(\boldsymbol{\rho}'_2, \boldsymbol{\rho}, z)] \rangle \times \exp \left\{ -\frac{i\kappa}{2z} [(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'_1)^2 - (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'_2)^2] \right\} \quad (2)$$

式中, $\boldsymbol{\rho}$ 表示接收平面坐标系内的一点; $\psi(\boldsymbol{\rho}', \boldsymbol{\rho}, z)$ 为球面波在湍流大气中从点 $(\boldsymbol{\rho}', 0)$ 到点 $(\boldsymbol{\rho}, z)$ 过程中引入的复随机相位起伏; $*$ 表示复共轭; $\langle \cdot \rangle$ 表示对湍流介质的系综平均,且^[17]

$$\langle \exp [\psi(\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}_1, z) + \psi^*(\boldsymbol{\rho}'_2, \boldsymbol{\rho}_2, z)] \rangle = \exp \left[-4\pi^2 k^2 z \int_0^1 \int_0^\infty k \Phi_n(k, \alpha) \times [1 - J_0(k\xi |\boldsymbol{\rho}'_2 - \boldsymbol{\rho}'_1|)] dk d\xi \right] \quad (3)$$

式中, $J_0(\cdot)$ 为零阶贝塞尔函数, $\Phi_n(k)$ 为湍流介质的折射率起伏空间谱密度函数, 波数 $k = 2\pi/\lambda$ (λ 为波长).

由于本文大气湍流采用的是非 K 统计, 且功率谱函数具有 von Karman 形式, 即 $\Phi_n(k, \alpha)$ 可表示为^[15,19]

$$\Phi_n(k, \alpha) = H(\alpha) \bar{c}_n^2 \frac{\exp \left[-(\kappa^2 / \kappa_m^2) \right]}{(\kappa^2 + \kappa_0^2)^{\alpha/2}} \quad (4)$$

$$0 \leq \kappa < \infty, 3 < \alpha < 4$$

式中, $\kappa_0 = 2\pi/L_0$ (L_0 是湍流的外尺度), $\kappa_m = c(\alpha)/L_0$ (L_0 为湍流的内尺度), \bar{c}_n^2 为广义折射率结构常量, 单位为 m^{3-a} . 此外, $H(\alpha) = \Gamma(\alpha-1) \cos(\alpha\pi/2)/4\pi^2$, $c(\alpha) = [\Gamma(5-\alpha/2) \cdot H(\alpha) \cdot 2/(3\pi)]^{1/(\alpha-5)}$, 其中, $\Gamma(\cdot)$ 为伽玛函数, α 为湍流广义指数. 若 $\alpha = 11/3$, $H(11/3) = 0.033$, $\bar{c}_n^2 = c_n^2$, 则式(4)简化为常规 Kolmogorov 功率谱.

根据二阶矩束宽的定义式^[20]

$$\omega^2(z) = \frac{4 \iint \boldsymbol{\rho}^2 I(\boldsymbol{\rho}, z) d^2 \boldsymbol{\rho}}{\iint I(\boldsymbol{\rho}, z) d^2 \boldsymbol{\rho}} \quad (5)$$

将式(2)代入式(5), 可得径向分布部分相干 GSM 相干合成阵列光束通过非 K 大气湍流传输的二阶矩束宽表达式为

$$\omega^2(z) |_{\infty} = P + \frac{4}{\kappa^2} B z^2 + M z^3 \quad (6)$$

式中, 光束相干参量 $\beta = \sigma_g / \omega_0$

$$P = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \{ r_0^2 [1 + \cos[\alpha(n) - \alpha(m)]] + \omega_0^2 \} D/Q \quad (7)$$

$$B = \frac{1}{\omega_0^2} \left(1 + \frac{1}{\beta^2} \right) \times \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \left\{ 1 - \frac{r_0^2 [1 - \cos[\alpha(n) - \alpha(m)]]}{\omega_0^2} \cdot \left(1 + \frac{1}{\beta^2} \right) \right\} D/Q \quad (8)$$

$$D = \exp \left[-\frac{r_0^2 [1 - \cos[\alpha(n) - \alpha(m)]]}{2\omega_0^2} \left(1 + \frac{1}{\beta^2} \right) \right] \quad (9)$$

$$Q = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N D \quad (10)$$

$$M = \frac{8}{3} \pi^2 \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa, \alpha) d\kappa \quad (11)$$

当 $N=1$ 时, 式(6)表示部分相干单 GSM 光束在非 K 大气湍流中的二阶矩束宽表达式, 与文献[19]中的式(5)表述一致. 当 $\beta \rightarrow \infty$ 时, 式(6)化简为径向分布完全相干 GSM 阵列光束在非 K 大气湍流中的二阶矩束宽表达式, 这与文献[7]中的式(8)表述相似.

若阵列光束在自由空间中传输 ($M=0$), 则式(6)

化简为

$$\omega^2(z) |_{\text{free}} = P + \frac{4}{\kappa^2} B z^2 \quad (12)$$

式中, P, B 如式(7)、(8)所示.

光束的瑞利区间 z_R 定义为光束横截面积扩展到 $z=0$ 平面处的两倍时光束所传输的距离, 它表征光束的准直区间^[22-23]. 由式(12)可得径向分布部分相干 GSM 相干合成阵列光束在自由空间中的瑞利区间 $z_R |_{\text{free}}$ 满足

$$\omega^2(z_R |_{\text{free}}) = P + \frac{4}{\kappa^2} B z_R^2 |_{\text{free}} = 2P \quad (13)$$

求解式(13)可得, 径向分布部分相干 GSM 阵列光束通过自由空间传输时瑞利区间的解析表达式为

$$z_R |_{\text{free}} = \frac{k}{2} \sqrt{\frac{P}{B}} \quad (14)$$

同理可得, 径向分布部分相干 GSM 阵列光束在非 K 大气湍流中传输时瑞利区间的解析表达式为

$$z_R |_{\infty} = \frac{1}{3M} \left(C + \frac{16B^2}{\kappa^4 C} - \frac{4}{\kappa^2} B \right) \quad (15)$$

式中

$$C = \left[\frac{27}{2} M^2 P - \frac{64}{\kappa^6} B^3 + \frac{3}{2} M \left(81 M^2 P^2 - \frac{768 B^3 P}{\kappa^6} \right)^{1/2} \right]^{1/3}$$

在相位不锁定情况下, 径向分布部分相干 GSM 阵列光束为非相干合成, FSO 系统中的合成光束平均光强表示为^[5]

$$I(\boldsymbol{\rho}, z) = \sum_{i=1}^N I_i(\boldsymbol{\rho}, z) \quad (16)$$

式中, $I_i(\boldsymbol{\rho}, z)$ 表示径向分布部分相干阵列光束中的第 i 束 GSM 子光束传输距离 z 后在接收平面处的光强分布.

式(16)代入式(5)可得, 非相干合成径向分布部分相干 GSM 阵列光束在非 K 大气湍流中传输时的二阶矩束宽解析表达式为

$$\omega^2(z) |_{\text{inco}} = P' + \frac{4}{\kappa^2} B' z^2 + M z^3 \quad (17)$$

式中

$$P' = \omega_0^2 \quad (18)$$

$$B' = \frac{1}{\omega_0^2} \left(1 + \frac{1}{\beta^2} \right) \quad (19)$$

根据式(17)和瑞利区间的定义式, 可以得到非相干合成径向分布部分相干 GSM 阵列光束在非 K 大气湍流中传输时瑞利区间的解析式为

$$z_R |_{\text{inco}} = \frac{1}{3M} \left(C' + \frac{16B'^2}{\kappa^4 C'} - \frac{4}{\kappa^2} B' \right) \quad (20)$$

式中 C' 可由式(15)中 P, B 用 P', B' 代替得到.

同理可以得到, 非相干合成径向分布部分相干 GSM 阵列光束在自由空间中传输时瑞利区间的解析式为

$$z_R \Big|_{\text{free}}^{\text{inco}} = \frac{k}{2} \sqrt{\frac{P'}{B'}} \quad (21)$$

1.2 湍流距离

湍流距离 z_T 是用来定量描述湍流对光束扩展影响的物理量,定义为湍流导致光束横截面积扩展达 10% 时的光束传输距离,表示为^[20]

$$\frac{\omega^2(z_T) - \omega^2(z_T) \Big|_{\text{free}}}{\omega^2(z_T)} = 10\% \quad (22)$$

当 $z < z_T$ 时,认为光束扩展没有受到湍流影响;当 $z > z_T$ 时,则认为光束扩展受到了湍流的影响,即说明 z_T 越大,大气湍流对光束扩展的影响越小.

将式(6)、(12)代入式(22),化简可得 z_T 的三次方程式为

$$9Mz_T^3 - \frac{4}{\kappa^2} B z_T^2 - P = 0 \quad (23)$$

求解式(23),有唯一实解,得到相干合成径向分布部分相干 GSM 阵列光束在非 K 大气湍流中传输时的湍流距离解析式为

$$z_T \Big|_{\infty} = \frac{1}{27M} \left[\frac{1}{\sqrt[3]{2}} \left(Y^{1/3} + \frac{\sqrt[3]{4} \times 16B^2}{\kappa^4 Y^{1/3}} \right) + \frac{4}{\kappa^2} B \right] \quad (24)$$

式中, $Y = 27M \left(6561M^2 P^2 + \frac{768B^3 P}{\kappa^6} \right) + \frac{128B^3}{\kappa^6} + 2187M^2 P$.

同理可得,非相干合成径向分布部分相干 GSM 阵列光束在非 K 大气湍流中传输时的湍流距离解析式为

$$z_T \Big|_{\text{inco}} = \frac{1}{27M} \left[\frac{1}{\sqrt[3]{2}} \left(Y'^{1/3} + \frac{\sqrt[3]{4} \times 16B'^2}{\kappa^4 Y'^{1/3}} \right) + \frac{4}{\kappa^2} B' \right] \quad (25)$$

式中 Y' 可把式(24) Y 中 P, B 用 P', B' 代替得到.

结合式(4)和式(6)可以看出,径向分布部分相干 GSM 阵列光束在非 K 大气湍流中的湍流距离与湍流广义指数、光束相干参量、径向分布半径和光束波长等因素有关.

2 瑞利区间的数值分析

本文主要对径向分布部分相干 GSM 阵列光束在非 K 大气湍流中瑞利区间和湍流距离随各参量的变化情况进行数值计算.为了计算方便且在没有特别说明时,参量设置为: $\lambda = 650 \text{ nm}$; $\omega_0 = 0.03 \text{ m}$; $\beta = 0.5$; $l_0 = 0.01 \text{ m}$; $L_0 = 10 \text{ m}$; $r_0 = 0.02 \text{ m}$; $N = 16$; $\tilde{c}_n^2 = 1.0 \times 10^{-14} \text{ m}^{3-\alpha}$.

首先根据式(15)、(20)对径向分布部分相干 GSM 阵列光束在非 K 大气湍流中的瑞利区间随各参量的变化情况进行分析.图 2 和图 3 分别为径向分布部分相干 GSM 阵列光束的瑞利区间 z_R 和相对瑞利区间 $z_R/z_{R \text{ free}}$ 随湍流广义指数 α 的变化关系,其中 z_R 和 $z_{R \text{ free}}$ 分别表示在大气湍流和自由空间中对应的瑞利区间.从图 2 和图 3 可以看出,不论是相干还是非相干合

成,合成光束的 z_R 和 $z_R/z_{R \text{ free}}$ 均随 α 的增大非单调变化,即先减小后增大,在 $\alpha = 3.11$ 处存在最小值,此时光束准直范围最小,阵列光束扩展最快,受到非 K 大气湍流的影响也最大.从图 2 可以看出,当 $\alpha > 3.11$ 时,随着 α 的增加,相干与非相干合成径向部分相干 GSM 阵列光束瑞利区间的差距越来越大,且相干合成光束比非相干合成的瑞利区间 z_R 要大,但其受到湍流的影响也更大(见图 3).对比图 3 的两条曲线可以看出,两种合成方式下的相对瑞利区间 $z_R/z_{R \text{ free}}$ 都小于 1,且 $z_R/z_{R \text{ free}}$ 越接近 1 表示其受到湍流的影响越小,而非相干合成的 $z_R/z_{R \text{ free}}$ 大于相干合成,这是因为相干和非相干合成径向部分相干 GSM 阵列光束在自由空间的瑞利区间 $z_{R \text{ free}}$ 分别为 2673.6 m 和 1945.3 m.产生这一结果的物理原因是,光束在大气湍流中传输时光束扩展由两个因素决定:一是光在自由空间的衍射,二是湍流大气.物理上光在自由空间中的衍射扩展越强,大气湍流对光束扩展的影响越小^[7].因此,与非相干合成相比,相干合成受到非 K 大气湍流的影响更大.

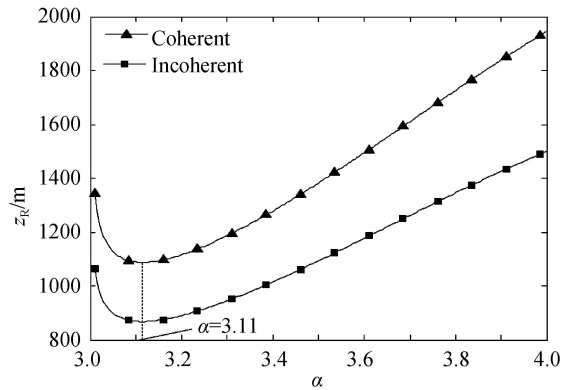


图 2 瑞利区间 z_R 随湍流广义指数 α 的变化

Fig. 2 Rayleigh range z_R versus generalized parameter α

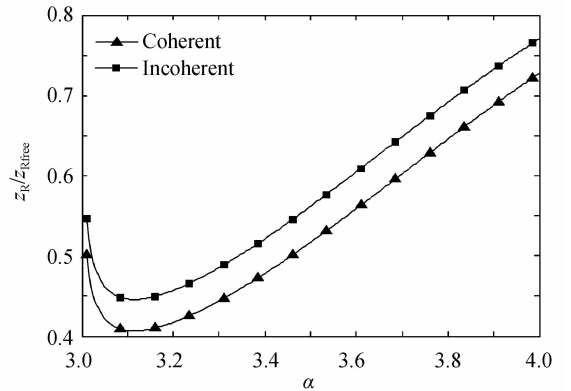
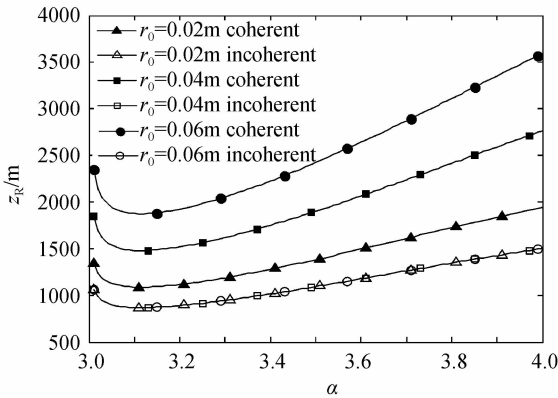


图 3 相对瑞利区间 $z_R/z_{R \text{ free}}$ 随湍流广义指数 α 的变化

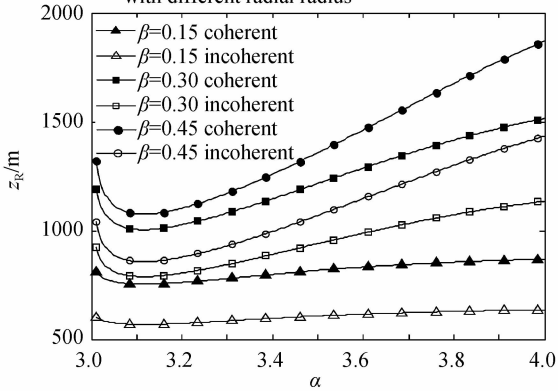
Fig. 3 Relative rayleigh range $z_R/z_{R \text{ free}}$ versus generalized parameter α

图 4 为不同径向分布半径 r_0 和光束相干参量 β 下径向分布部分相干 GSM 阵列光束的瑞利区间随湍流广义指数 α 的变化关系.从图 4(a)可以看出,对于相干合成而言,径向分布半径 r_0 越大,合成光束的瑞利区

间越大,这是因为式(7)中的 P 随着径向分布半径 r_0 的增大而增大,进而使瑞利区间也随之增大.然而,对于非相干合成而言, r_0 对瑞利区间没有影响,这从式(17)的瑞利区间表达式可以看出,非相干合成方式下的 z_R 与 r_0 没有关系,即 z_R 不随 r_0 的改变而变化,数值分析结果与理论推导结论是一致的.对比图 4(b)中相同合成方式下的曲线可以发现,不论是相干还是非相干合成,光束相干参量 β 越大,合成光束的瑞利区间就越大;而当 $\beta=0.15$ 时,阵列光束的瑞利区间随 α 的增加变化很小,当 β 足够小时,湍流对瑞利区间的影响很小,几乎可以忽略.由 β 的表达式可以看出, β 越大,径向分布部分相干 GSM 阵列光束的相干性就越好,其准直区间就越大,这与文献[26]所得结果一致.



(a) Rayleigh range z_R versus generalized parameter α with different radial radius



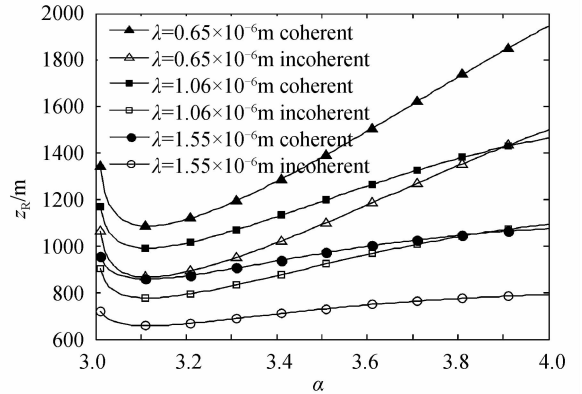
(b) Rayleigh range z_R versus generalized parameter α with different beam coherent parameter

图 4 不同径向分布半径和光束相干参量下瑞利区间 z_R 随湍流广义指数 α 的变化

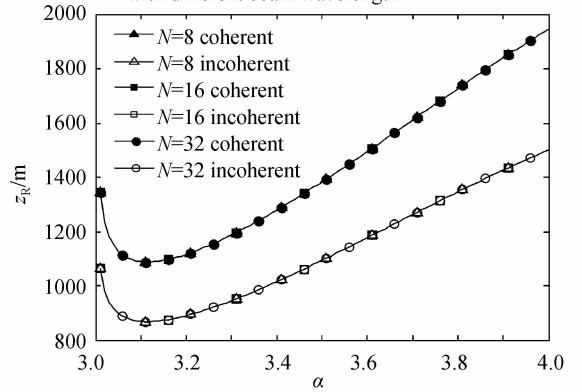
Fig. 4 Rayleigh range z_R versus generalized parameter α with different radial radius and beam coherent parameter

图 5 为不同波长和子光束数下瑞利区间 z_R 随湍流广义指数 α 的变化关系.对比图 5(a)中不同光束波长的曲线可以看出,相同合成方式下,径向分布部分相干 GSM 阵列光束的波长越小,合成光束的瑞利区间越大,这说明波长越小的阵列光束准直区间越长;从图中还可以看出,当阵列光束的波长为 1.55×10^{-6} m 时,不论是相干还是非相干合成,合成光束的瑞利区间 z_R

随 α 的增加变化很小,当阵列光束波长 λ 足够大时,大气湍流对合成光束瑞利区间的影响很小,几乎可以忽略.从图 5(b)可以看出,相同合成方式下,阵列光束的子光束数对瑞利区间 z_R 没有影响,这是由阵列光束的径向分布特性决定的.



(a) Rayleigh range z_R versus generalized parameter α with different beam wavelength



(b) Rayleigh range z_R versus generalized parameter α with different sub-beams number

图 5 不同光束波长和子光束数目下瑞利区间 z_R 随湍流广义指数 α 的变化

Fig. 5 Rayleigh range z_R versus generalized parameter α with different beam wavelength and sub-beams number

3 湍流距离的数值分析

湍流距离用来定量描述大气湍流对光束扩展的影响,湍流距离越短说明湍流对光束扩展的影响越大,湍流距离随径向分布半径和子光束数目的变化趋势与瑞利区间类似,在此不再进行分析.本节分析径向分布部分相干 GSM 阵列光束在非 K 大气湍流中的湍流距离随波长、光束相干参量等的变化情况.如果没有特别说明, $\omega_0=0.04$ m,其它参量如第 2 节所示.

图 6 为湍流距离 z_T 和瑞利区间 z_R 随湍流广义指数 α 的变化关系.从图中可以看出, z_T 随 α 的变化趋势与 z_R 类似,呈非单调变化,在 $\alpha=3.11$ 处存在最小值,且不论是相干还是非相干合成,相同传输条件下 z_R 比 z_T 要大,这说明此时非 K 大气湍流在瑞利区间范围内

对光束扩展产生了影响.从图中还可以看出,相同传输条件下,相干合成的湍流距离大于非相干合成,且随着 α 的增大,两种方式下的湍流距离差异越来越大.产生这一结果的物理原因是,在式(11)中的湍流项 M 是一个有关 α 的函数, M 随 α 的增加先增大后减小,在 $\alpha=3.11$ 处存在最大值,极大的湍流值导致极大的光束扩展,即出现极小的湍流距离.

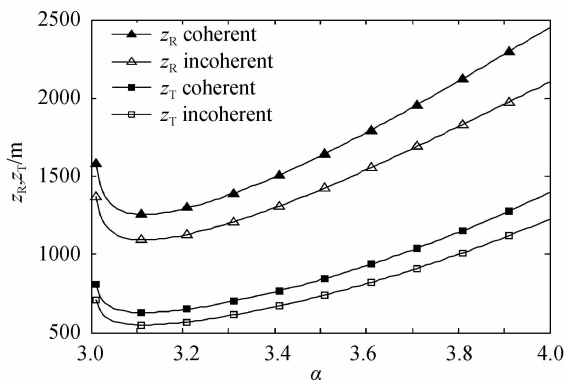
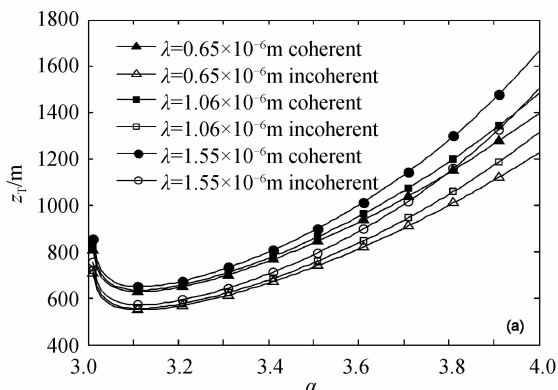


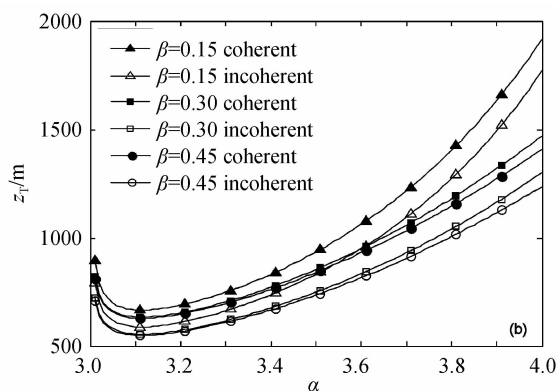
图6 湍流距离 z_T 和瑞利区间 z_R 随湍流广义指数 α 的变化关系

Fig. 6 Comparison of the turbulence distance z_T and the Rayleigh range z_R versus generalized parameter α

图7为不同光束波长和相干参量下湍流距离 z_T 随湍流广义指数 α 的变化关系.对比图7(a)可以看出,不论是相干还是非相干合成,阵列光束的波长越大,合成光束的湍流距离越大,这表明长波长阵列光束受非K大气湍流的影响要小,有利于在大气湍流中传输.从图7(b)可以看出,相同合成方式下,光束相干参量越大,合成光束的湍流距离就越小,这表明相干性越弱的阵列光束湍流距离越大,且当 $\alpha > 3.11$ 后,随着 α 的增大,不同光束相干参量的合成光束湍流距离差异越来越大,这与瑞利区间随 β 的变化情况不同.进一步分析图7(b)可知,径向分布部分相干GSM阵列光束在非K大气湍流中的湍流距离比径向分布完全相干GSM阵列光束的要大,这说明部分相干阵列光束比完全相



(a) Turbulence distance z_T versus generalized parameter α with different beam wavelength



(b) Turbulence distance z_T versus generalized parameter α with different coherent parameter

图7 不同光束波长和相干参量下湍流距离 z_T 随湍流广义指数 α 的变化

Fig. 7 Turbulence distance z_T versus generalized parameter α with different beam wavelength and coherent parameter

干阵列光束具有更强的抑制非K大气湍流特性,这与文献[17]所得结论一致.

图8为不同光束相干参量 β 下 z_T/z_R 随 α 的变化关系.从图中可以看出,不论是相干还是非相干合成,光束相干参量越大,阵列光束的 z_T/z_R 越小.当 $\beta=2$ 时,不论 α 取何值, z_T/z_R 始终小于1,这说明在瑞利区间范围内,非K大气湍流对光束扩展有影响.当 $\beta=0.6$ 时,对相干合成而言,若 $3 < \alpha < 3.71$,则 $z_T/z_R < 1$,即 $z_T < z_R$ 时,非K大气湍流在瑞利区间范围内对光束扩展产生了影响;若 $3.71 < \alpha < 4$ 时, $z_T > z_R$,这说明在瑞利区间范围内非K大气湍流对光束扩展没有影响;非相干合成的变化趋势与之类似.当 $\beta=0.4$ 时,对相干合成而言,曲线 z_T/z_R 被分成了三部分:当 $3 < \alpha < 3.02$ 时, $z_T > z_R$;当 $3.02 < \alpha < 3.33$ 时, $z_T < z_R$;当 $3.33 < \alpha < 4$ 时, $z_T > z_R$,这说明不同的湍流广义指数 α 决定了非K大气湍流能否在瑞利区间范围内对阵列光束扩展产生影响;而对于非相干合成而言,当 $\beta=0.4$ 时,不

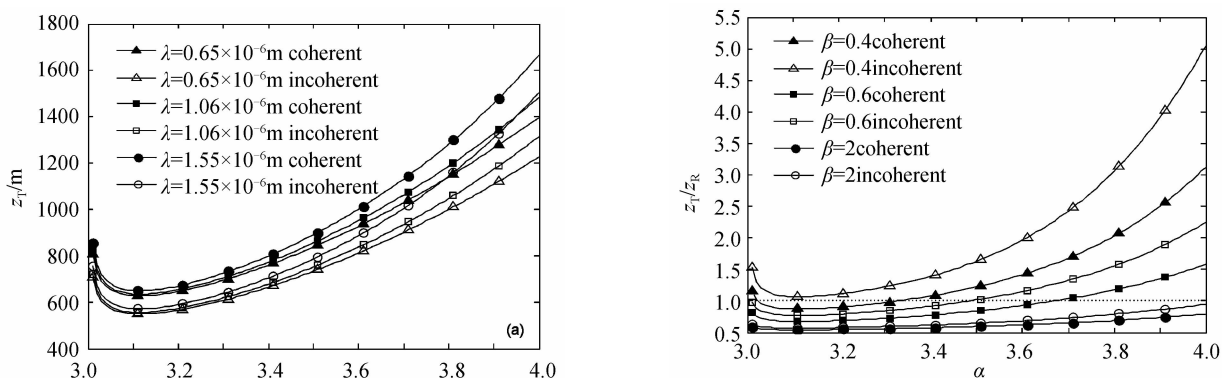


图8 光束相干参量 β 不同时 z_T/z_R 随 α 的变化曲线, $\omega_0=0.02$ m

Fig. 8 z_T/z_R versus generalized parameter α with different beam coherent parameter β , $\omega_0=0.02$ m

论 α 取何值, z_T/z_R 都始终大于 1, 这说明在瑞利区间范围内, 非 K 大气湍流对阵列光束扩展没有影响。

4 结论

本文推导了 FSO 系统中径向分布部分相干 GSM 阵列光束在非 K 大气湍流中传输的瑞利区间 z_R 和湍流距离 z_T 的解析表达式, 并对 z_R 和 z_T 随湍流广义指数和光束参量的变化进行了数值分析, 结果表明:

1) 不论是相干还是非相干合成, FSO 系统中径向分布部分相干 GSM 阵列光束的 z_R 和 z_T 均随湍流广义指数 α 的增加先减小后增大, 当 $\alpha=3.11$ 时, z_R 和 z_T 取最小值, 此时阵列光束扩展最快, 受到非 K 大气湍流的影响也最大; 且相干合成比非相干合成的光束扩展要小, 但受到湍流的影响更大;

2) 对于相干合成而言, 径向分布半径 r_0 越大, 合成光束的 z_R 和 z_T 越大, 而非相干合成的 z_R 和 z_T 不受 r_0 的影响; 不论是相干还是非相干合成, 阵列子光束数目对合成光束的 z_R 和 z_T 都没有影响;

3) 不论是相干还是非相干合成, 阵列光束的 λ 越小或 β 越大, 合成光束的 z_R 越大, 而湍流距离 z_T 随 λ 和 β 的变化与之相反; 且当 β 足够小或 λ 足够大时, 非 K 大气湍流对 z_R 的影响很小, 可以忽略; 部分相干阵列光束比完全相干阵列光束具有更强的抑制非 K 大气湍流特性。

另外, 在不同的光束相干参量 β 下, 对两种方式合成光束的 z_T/z_R 随湍流广义指数 α 的变化曲线进行比较。研究表明: 不论是相干还是非相干合成, β 较小时, 不论 α 取何值, 在瑞利区间范围内, 非 K 大气湍流对阵列光束扩展不产生影响; 当 β 取值较大时, 不论 α 取何值, 在瑞利区间范围内非 K 大气湍流会对阵列光束扩展产生明显的影响; 而当 β 取值在一定范围内时, 非 K 大气湍流能否在瑞利区间范围内对阵列光束扩展产生影响由湍流广义指数 α 决定。

本文采用瑞利区间和湍流距离对径向分布部分相干 GSM 阵列光束扩展进行了定量分析, 得到了一些有意义的结论, 这有利于人们在实际应用中更加合理地选择参量, 为进一步的实验验证提供理论指导, 具有实际参考价值。

参考文献

[1] JI Xiao-ling, LI Xiao-qing. Influence of turbulence on the coherent and incoherent combinations of off-axis Gaussian beams[J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, **57**(12): 7674-7679.
季小玲, 李晓庆. 湍流对离轴阵列高斯光束相干与非相干合成的影响[J]. *物理学报*, 2008, **57**(12): 7674-7679.

[2] ZHOU Pu, LIU Ze-jin, XU Xiao-jun. Influence of atmospheric turbulence on far-field beam quality of coherent and incoherent combined laser[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2009, **36**(5): 1042-1046.
周朴, 刘泽金, 许晓军. 湍流对相干合成与非相干合成远场光束质量的影响[J]. *中国激光*, 2009, **36**(5): 1042-1046.

[3] GENG Chao, ZHAO Bao-yin, ZHANG En-tao, *et al.* 1.5 kW incoherent beam combining of four fiber lasers using adaptive fiber-optics collimators [J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2013, **25**(13): 1286-1289.

[4] LU Fang, HAN Xiang-e. Spatial coherence properties of GSM array beams in turbulent atmosphere[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, **44**(1): 305-309.
卢芳, 韩香娥. 高斯-谢尔模型阵列光束在湍流大气中的空间相干性[J]. *红外与激光工程*, 2015, **44**(1): 305-309.

[5] JI Xiao-ling. Influence of atmospheric turbulence on the spreading and directionality of radial Gaussian array beams[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, **59**(1): 692-698.
季小玲. 大气湍流对径向分布高斯阵列光束扩展和方向性的影响[J]. *物理学报*, 2010, **59**(1): 692-698.

[6] ZHOU Pu, MA Yan-xing, WANG Xiao-lin, *et al.* Average spreading of a Gaussian beam array in non-Kolmogorov turbulence[J]. *Optics Letters*, 2010, **35**(7): 1043-1045.

[7] LU Lu, JI Xiao-ling, DENG Jin-ping, *et al.* Influence of non-Kolmogorov turbulence on the spreading of Gaussian array beams[J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, **63**(1): 014207.
陆璐, 季小玲, 邓金平, 等. 非 Kolmogorov 大气湍流对高斯阵列光束扩展的影响[J]. *物理学报*, 2014, **63**(1): 014207.

[8] LI X, JI X, EYYUBO GLU H T, *et al.* Turbulence distance of radial Gaussian Schell-model array beams [J]. *Applied Physics B*, 2010, **98**(2): 557-565.

[9] AI Yang-li, DAN You-quan. Range of turbulence-negligible propagation of Gaussian Schell-model array beams[J]. *Optics Communications*, 2011, **284**(13): 3216-3220.

[10] LIU Fei, JI Xiao-ling. Turbulence distance of partially coherent cosh-gaussian array beams[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2011, **38**(7): 225-230.
刘飞, 季小玲. 部分相干双曲余弦高斯阵列光束的湍流距离[J]. *中国激光*, 2011, **38**(7): 225-230.

[11] LU Lu, JI Xiao-ling, LI Xiao-qing, *et al.* Influence of oceanic turbulence on propagation characteristics of Gaussian array beams[J]. *Optik*, 2014, **125**(24): 7154-7161.

[12] JI Xiao-ling, PU Zheng-cai. Effective rayleigh range of gaussian array beams propagating through atmospheric turbulence[J]. *Optics Communications*, 2010, **283**(283): 3884-3890.

[13] TANG Miao-miao, ZHAO Dao-mu. Regions of spreading of Gaussian array beams propagating through oceanic turbulence [J]. *Applied Optics*, 2015, **54**(11): 3407-3411.

[14] WU Xiao-qing, Huang Yin-bo, MEI Hai-ping, *et al.* Measurement of non-kolmogorov turbulence characteristic parameter in atmospheric surface layer [J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, **34**(6): 0601001.
吴晓庆, 黄印博, 梅海平, 等. 近地面层大气非 Kolmogorov 湍流特征参量测量[J]. *光学学报*, 2014, **34**(6): 0601001.

[15] TOSELLI I, ANDREWS L C, PHILLIPS R L, *et al.* Angle of arrival fluctuations for free space laser beam propagation through non-Kolmogorov turbulence[C]. *SPIE*, 2007, **6551**: 65510E.

[16] DENG Jin-ping, JI Xiao-ling, PU Zheng-cai, *et al.* Influence of polychroism and deccentration on spreading of laser beams propagating in non-Kolmogorov turbulence [J]. *Optics Communications*, 2013, **301**(8): 19-28.

[17] HUANG Yong-ping, DUAN Zhi-chun, HE Ye-huan, *et al.* Change of turbulence distance for partially coherent flat-topped beams propagating through non-kolmogorov turbulence[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2014, **41**(9): 245-250.

- 黄永平, 段志春, 贺也洹, 等. 部分相干平顶光束在非Kolmogorov大气湍流中湍流距离的变化[J]. 中国激光, 2014, **41**(9): 245-250.
- [18] JI Xiao-ling, PU Zheng-cai, JI Guang-ming, *et al.* Regions of spreading of partially coherent beams propagating through non-Kolmogorov turbulence [J]. *Optics Communications*, 2014, **322**(322): 109-113.
- [19] TANG Ming-yue, LI Bin-zhong, WANG Yu-feng, *et al.* Influence of non-Kolmogorov turbulence on the Rayleigh range and turbulence distance of Gaussian-Schell beams[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2014, **41**(10): 222-227.
汤明玥, 李宾中, 王宇峰, 等. 非Kolmogorov湍流对高斯-谢尔光束的瑞利区间和湍流距离的影响[J]. 中国激光, 2014, **41**(10): 222-227.
- [20] CHEN Xiao-wen, LI Xiao-qing, LI Bin-zhong, *et al.* Turbulence distance of partially coherent flat-topped beams in non-Kolmogorov turbulence [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2015, **27**(1): 33-38.
陈晓文, 李晓庆, 李宾中. 部分相干平顶光束在非Kolmogorov湍流中的湍流距离[J]. 强激光与粒子束, 2015, **27**(1): 33-38.
- [21] YANG Ting, JI Xiao-ling. Regions of spreading of laser beams propagating through Non-Kolmogorov atmospheric turbulence[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, **35**(5): 0501001.
杨婷, 季小玲. 激光通过非Kolmogorov大气湍流传输光束扩展区间的研究[J]. 光学学报, 2015, **35**(5): 0501001.
- [22] HUANG Yong-ping, ZHANG Bin. Turbulence distance for laser beams propagating through non-Kolmogorov turbulence [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2013, **30**(11): 2339-2346.
- [23] WANG Rui. Simulation experiment of using multiple partially coherent beams to limit laser intensity scintillation effect[J]. *Chinese Journal of Luminescence*, 2014, **35**(7): 835-839.
王锐. 多束部分相干光抑制光强闪烁效应的仿真实验研究[J]. 发光学报, 2014, **35**(7): 835-839.
- [24] HUANG Yong-ping, GAO Zeng-hui, ZHANG Bin. Propagation properties based on second-order moments for correlated combination partially coherent Hermite-Gaussian linear array beams in non-Kolmogorov turbulence [J]. *Journal of Modern Optics*, 2013, **60**(10): 841-850.
- [25] KE Xi-zheng, WANG Jiao. Intensity of reflected wave from corner reflector illuminated by partially coherent beam in the atmospheric turbulence[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, **35**(10): 1001001.
柯熙政, 王姣. 大气湍流中部分相干光束角反射器的回波光强特性[J]. 光学学报, 2015, **35**(10): 1001001.
- [26] JI Xiao-ling. Influence of turbulence on the Rayleigh range of partially coherent cosh-Gaussian beams [J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, **60**(6): 064207.
季小玲. 湍流对部分相干双曲余弦高斯光束的瑞利区间的影响[J]. 物理学报, 2011, **60**(6): 064207.