

doi: 10.3788/gzxb20164511.1105002

# 夫琅和费衍射颗粒粒度测量中的改进 Chin-Shifrin 反演算法

陈泉<sup>1</sup>, 刘伟<sup>1</sup>, 窦智<sup>2</sup>, 杨林<sup>1</sup>, 申晋<sup>1</sup>

(1 山东理工大学 电气与电子工程学院, 山东 淄博 255049)

(2 天津大学 电子信息工程学院, 天津 300072)

**摘 要:** 在基于线阵 CCD 的夫琅和费衍射颗粒粒度测量中, 采用 Chin-Shifrin 积分变换反演算法使得反演的粒度分布出现假峰现象. 为解决此问题, 提出在该 Chin-Shifrin 积分变换反演算法中引入矩形窗函数, 并在分析颗粒粒径与衍射光强导数最小值之间关系的基础上, 确定矩形窗函数中心点位置及左右边界, 利用该矩形窗函数对粒度分布进行截断处理, 消除虚假峰, 提高反演颗粒粒度分布的准确性. 分别对两种标准颗粒进行了测量, 并对不同算法的反演结果进行了对比. 实验结果表明: 引入矩形窗函数的改进 Chin-Shifrin 算法, 能够有效排除粒度分布中的多假峰; 粒度分布测量相对误差小于 3%, 重复性小于 4%.

**关键词:** 夫琅和费衍射; 改进 Chin-Shifrin 反演算法; 矩形窗函数; 颗粒粒度分布; 线阵 CCD; 散射角度区间  
**中图分类号:** O433.1      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1004-4213(2016)11-1105002-6

## Improved Chin-Shifrin Algorithm in the Measurement of Particle Sizing Used by Fraunhofer Diffraction Method

CHEN Quan<sup>1</sup>, LIU Wei<sup>1</sup>, YANG Lin<sup>2</sup>, WANG Ya-jing<sup>1</sup>, SHEN Jin<sup>1</sup>

(1 School of Electrical and Electronic Engineering, Shandong University of Technology, Zibo, Shandong 255049, China)

(2 School of Electronic and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** In the measurement of particle size by Fraunhofer diffraction method based on a linear CCD, the Chin-Shifrin inversion algorithm can lead to false peaks in the inversion of Particle Size Distribution (PSD). To overcome this phenomenon of the algorithm, a rectangular window function was proposed and introduced in this algorithm. The midpoint and boundary of the window function were determined by analyzing the relationship between particle size and its minimum value of derivative of the diffraction light intensity. The inverted PSD was truncated by superposing the window function to remove the false peaks and enhance the accuracy of the inverted PSD. The results of the inverted PSDs obtained by using different algorithms were compared by measuring two types of standard materials respectively. Experimental results show that, the improved Chin-Shifrin algorithm can effectively eliminate the false peak distributions in the inverted PSD. The relative error of the measuring results is less than 3%, and the repeatability is no more than 4%.

**Key words:** Fraunhofer diffraction; Improved Chin-Shifrin inversion algorithm; Rectangular window function; Particle size distribution; Linear CCD; Scattering angle range

**OCIS Codes:** 050.1960; 050.1965; 050.1970

基金项目: 山东省自然科学基金(No. ZR2014FL027)资助

第一作者: 陈泉(1990—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为激光衍射数据反演算法. Email: chenquan202135@163.com

导师(通讯作者): 刘伟(1971—), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为颗粒测量技术. Email: weikey@sdu.edu.cn

收稿日期: 2016-05-03; 录用日期: 2016-07-26

<http://www.photon.ac.cn>

## 0 引言

夫琅和费衍射颗粒粒度测量技术具有自动化程度高、重复性好、对样品无接触等优点,广泛应用于食品、化工、医药和环保等领域,成为微米颗粒粒径分布测量的标准方法之一<sup>[1]</sup>. 早期激光衍射粒度测量技术采用二极管环形阵列探测器,使用矩阵迭代算法反演颗粒粒径,但环形阵列探测器至多 128 环,采集的散射光强数据少;此外,在反演计算中还需假定待测颗粒粒度分布模型<sup>[2]</sup>,这些缺点限制了该技术的应用.

线阵电荷耦合元件 (Charge-Coupled Device, CCD) 替代环形阵列探测器,接收的散射光强数据点数可以达到 4000 点以上,并采用 Chin-Shifrin (C-S) 积分变换算法反演颗粒粒度分布,可以克服传统测量方法的缺点<sup>[3]</sup>,但该算法要求积分角度范围为  $(0, +\infty)$ ,而测量装置只在前向小角度区间测量散射光信号,致使积分角度区间宽度有限,因此导致反演计算中存在较大误差,使得反演的颗粒粒度分布中出现多个虚假峰<sup>[4]</sup>.

为了解决反演算法中存在的多假峰问题, Yang F. G. 等提出在反演计算中去掉原积分变换反演公式的前项系数,来扩展测量粒径下限范围,优化反演结果<sup>[5]</sup>. DAI Bing 根据傅里叶变换中调节函数的作用原理,在反演计算中引入调节函数作用到测量衍射光强上,削弱了反演结果中的多假峰<sup>[6]</sup>. Zhang Cao 采用 Schlomilch 积分变换方法,减弱反演算法对测量噪声的敏感程度,降低反演粒度分布中假峰的幅值<sup>[7]</sup>. J. J. Liu 等利用最小散射角参数、最大散射角参数和散射角间隔,重建衍射颗粒粒径分布反演模型,解决了夫琅和费衍射理论中角度限制问题,抑制了反演粒度分布的假峰<sup>[8]</sup>. 虽然所述方法对 Chin-Shifrin 积分变换反演算法做了改进,但仍然没有完全消除粒度分布中假峰的存在.

本文针对所述问题,通过对衍射光强微分,依据不同颗粒衍射光强变化率最小值点的不同,提出引入矩形窗函数,改进 Chin-Shifrin 积分变换反演算法,提高了反演结果的准确性.

## 1 Chin-Shifrin 算法

### 1.1 夫琅和费衍射理论

当一束波长为  $\lambda$  的平行光束入射到各向同性球形颗粒时,若颗粒粒径参数满足  $x \gg 1$  ( $x = \pi d/\lambda$ ,  $d$  为颗粒的直径),那么夫琅和费衍射理论可以准确地描述颗粒的前向小角度散射光强信息,其单颗粒衍射光强可以表示为

$$I(\theta, x) = I_0 \frac{\pi^2 d^4}{16 F^2 \lambda^2} \left[ \frac{2J_1(x\theta)}{x\theta} \right]^2 \quad (1)$$

式中,  $I_0$  为平行入射光强度,  $\theta$  为衍射光散射角,  $J_1$  是第一类一阶 Bessel 函数,  $F$  为接收透镜焦距.

当被测样品是球形颗粒群时,通过调整待测颗粒溶液浓度,使其光学厚度  $\tau \ll 1$ ,满足单次散射条件. 设  $n(x)$  为粒径参数为  $x$  的颗粒数目,根据式(1),对散射在傅里叶透镜焦平面上的光强做积分运算,可得到颗粒群衍射光强角分布为<sup>[9]</sup>

$$I(\theta) = I_0 \int_0^\infty \frac{\pi^2 d^4}{16 F^2 \lambda^2} \left[ \frac{2J_1(x\theta)}{x\theta} \right]^2 n(x) dx = I_0 \int_0^\infty \frac{J_1^2(x\theta) x^2 n(x)}{F^2 k^2 \theta^2} dx \quad (2)$$

式中,  $k = 2\pi/\lambda$  为入射光的波数. 式(2)统称为第一类 Fredholm 积分方程<sup>[10]</sup>.

### 1.2 Chin-Shifrin 算法存在的问题

Chin 通过对第一类 Fredholm 积分方程研究<sup>[11]</sup>, 根据 Bateman-Titchmarsh-Fox<sup>[12]</sup> 积分变换公式得

$$\varphi(t) = 2\pi \int_0^\infty d/dt [t J_\beta^2(rt)] r \varphi(r) dr \quad (3)$$

$$\phi(s) = - \int_0^\infty J_\beta(st) Y_\beta(st) t \varphi(t) dt \quad (4)$$

通过求解式(2)得到粒径参数为  $x$  的颗粒数目为

$$n(x) = - \frac{2\pi k^2}{x^2} \int_0^\infty J_1(x\theta) Y_1(x\theta) x \theta \frac{d}{d\theta} [I(\theta) \theta^3] d\theta \quad (5)$$

进一步获得颗粒粒度体积分布  $f(x)$  为

$$f(x) = x^3 n(x) = - 2\pi x k^2 \int_0^\infty J_1(x\theta) Y_1(x\theta) x \theta \cdot \frac{d}{d\theta} [I(\theta) \theta^3] d\theta \quad (6)$$

式(6)为 Chin-Shifrin 积分变换反演公式, 式中  $Y_1$  为第二类一阶 Bessel 函数. 在满足夫琅和费衍射近似理论条件下,可根据式(6)获得待测颗粒的粒度分布. 为便于求解,将式(6)的内积分函数分成两部分<sup>[13]</sup>,即

$$H_{cs}(x\theta) = J_1(x\theta) Y_1(x\theta) x \theta \quad (7)$$

$$E_{cs}(x\theta) = \frac{d}{d\theta} [I(\theta) \theta^3] \quad (8)$$

式中,  $H_{cs}(x\theta)$  独立于测量数据,称为积分核函数;  $E_{cs}(x\theta)$  是衍射光强分布测量值的导数,称为微分函数. 为进行数值计算,对散射角  $\theta$  进行离散化,即

$$f(x) = x^3 n(x) = - 2\pi x k^2 \sum_{\theta=\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} H_{cs}(x\theta) E_{cs}(x\theta) \Delta\theta \quad (9)$$

式中,  $\theta_{\min}$  为最小衍射角,  $\theta_{\max}$  为最大衍射角,  $\Delta\theta$  为离散角间隔.

积分核函数与微分函数的模拟数据如图 1,当粒径相等时,  $H_{cs}(x\theta)$  与  $E_{cs}(x\theta)$  的曲线接近,相对误差小;当粒径不同时,积分核函数发生偏移,相对误差较大. 因此,Chin-shifrin 算法利用不同粒径参数的积分核函数拟合微分函数,来反演颗粒粒度分布.

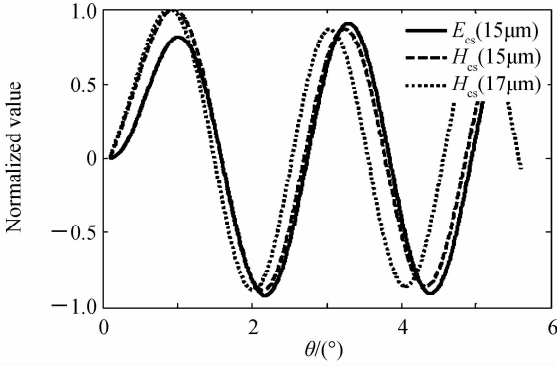


图1 积分核函数与微分函数

Fig. 1 Integral kernel function and differential function

如式(6),利用该算法反演颗粒粒度分布,要求积分角度范围为 $0\sim\infty$ ,而在实际测量中,由于实验装置限制,仅能够获得前向小角度区间内的散射光信号,使得反演角度区间无法满足算法要求,从而产生截断误差,导致反演结果中出现多个虚假峰。

取积分角度区间分别为 $0\sim 2.8^\circ$ 和 $0\sim 15^\circ$ ,进行数值模拟,反演结果如图2,可以看出积分角度区间越小,反演的粒度分布包含的假峰数量越多,且假峰幅值越大,严重影响颗粒粒度分布测量。

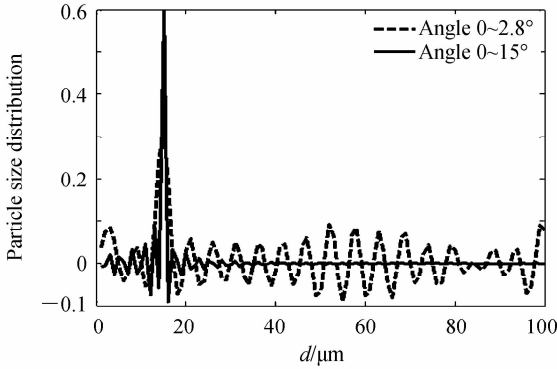


图2 不同角度范围反演的粒度分布

Fig. 2 Inverted PSD with different integral angles range

## 2 改进的 Chin-Shifrin 算法

为了消除反演粒度分布中的多假峰,引入矩形窗函数 $w(d)$ 对反演结果进行截断处理,即

$$w(d) = \begin{cases} 1 & d_1 < d < d_2 \\ 0 & \text{other} \end{cases} \quad (10)$$

式中, $d_1$ 、 $d_2$ 分别为窗函数的左右边界.为求得边界数值,对图3衍射光强函数求导,得到不同粒径对应光强导数的最小值.如图4,对数据进行多项式拟合得到颗粒粒径与衍射光强之间的关系表达式为

$$d = C \cdot v = C \times \min\left(\frac{dI(\theta)}{d\theta}\right) \quad (11)$$

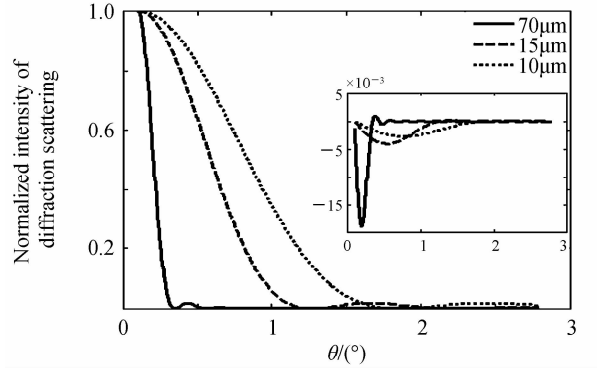


图3 不同粒径颗粒的衍射光强及其导数(插图)

Fig. 3 Diffraction intensity and its derivative(inset) of particle

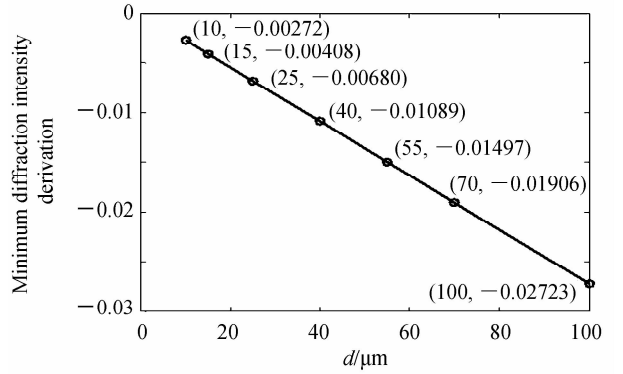


图4 不同粒径对应的衍射光强导数最小值

Fig. 4 Minimum derivative of the diffraction intensity of different samples

式中, $v$ 为光强导数的最小值, $C$ 为拟合直线的斜率.由衍射光强测量数据,根据式(11)计算出粒度分布曲线的峰值点 $d_0$ ,取其相邻拐点 $d'_1$ 、 $d'_2$ 作为窗函数的左右边界.因为测量数据是不连续的离散点,所以取 $d_1$ 、 $d_2$ 为其界点,满足

$$\begin{cases} f''(d)|_{d=d_0} \times f''(d)|_{d=d_0+d_{12}} < 0 \\ d_1 = \inf\{d_0 + d_{12}\}, \quad d_{12} \in N_+ \\ d_2 = \sup\{d_0 + d_{12}\}, \quad d_{12} \in N_- \end{cases} \quad (12)$$

式中, $d_0 + d_{12} \in d$ , $N_+$ 为正实数, $N_-$ 为负实数.改进的Chin-Shifrin算法步骤为:

1)对采集数据进行截断和光滑处理,获取散射光强分布 $I(\theta)$ ;

2)求散射光强的数值微分 $\frac{dI(\theta)}{d\theta}$ 、 $\frac{d^2I(\theta)}{d^2\theta}$ 、 $\frac{d}{d\theta} \cdot [I(\theta)\theta^3]$ ;

3)根据式(11),获取待测颗粒粒度分布峰值点对应的粒径位置 $d_0$ ;

4)根据式(12),求得窗函数的左右边界 $d_1$ 、 $d_2$ ,确定窗函数 $w(d)$ 的表达式;

5)由式(9)计算 $f(x)$ ,并进行坐标变换 $x \rightarrow \frac{\lambda}{\pi} x =$

$d$ , 得到颗粒粒度分布  $f'(d)$ ;

6) 利用矩形窗函数对粒度分布  $f'(d)$  进行截断处理, 消除假峰, 并做非负归一化处理, 得到最优的颗粒粒度分布  $f(d) = f'(d) \cdot w(d)$ .

### 3 实验

本文通过对衍射光强微分, 依据不同颗粒衍射光强变化率最小值点的不同, 引入矩形窗函数, 改进 Chin-Shifrin 积分变换反演算法, 提高反演结果的准确性. 为了验证改进 Chin-Shifrin 算法, 进行了两组对比实验. 实验样品为北京海岸鸿蒙公司的 1200 系列聚苯乙烯乳胶球标准颗粒, 型号为 GBW(E)120025 和 GBW(E)120027, 标称粒径分别为  $15\mu\text{m} \pm 0.3\mu\text{m}$  和  $70\mu\text{m} \pm 0.5\mu\text{m}$ , 样品分散剂为纯净水.

#### 3.1 实验装置

实验装置如图 5, 光源为固态激光器, 波长 532 nm, 输出光束直径为 2 mm, 通过扩束器得到直径为 10 mm 的平行光束, 照射到流动样品池里的待测样品上, 衍射光通过焦距为 300 mm 的傅里叶透镜和衰减度为 60%、30% 的滤光片, 在透镜的焦平面上形成被测样品的衍射图像, 利用线阵 CCD 将衍射图像转化为电信号输入到计算机中, 使用改进 Chin-Shifrin 算法反演被测样品的颗粒粒度分布. 线阵 CCD 型号为 BLU0708M30, 像元个数 7450 个, 单位像元长度为  $\Delta l = 4.7\mu\text{m}$ , 根据实验装置参数, 计算出像元间的角间隔为  $\Delta\theta = \Delta l / F = (1.57 \times 10^{-5})^\circ$ . 为了提高衍射光强数据的采集量, 利用黑色挡板将中心艾里斑遮挡住, 对于小角度区间内的光强信号, 由于其超出线阵 CCD 的测量范围, 采用滤光片对其进行滤光处理, 降低衍射光强强度, 使得线阵 CCD 能够测量小角度区间内的光强信息.

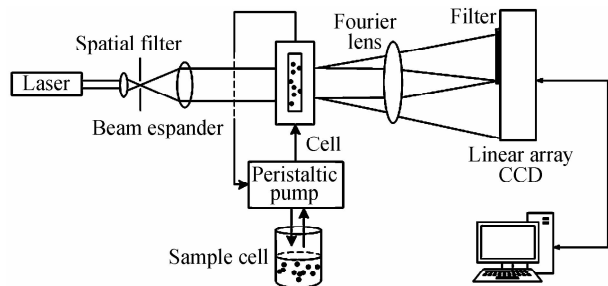


图 5 激光粒度仪示意图

Fig. 5 Schematic of laser particle size analyzer

#### 3.2 实验数据处理

标称粒径为  $15\mu\text{m}$  样品的衍射光强曲线如图 6. 为了获取有效衍射光信号, 排除光强饱和信号和无效零值信号, 对输出数据做截断处理, 取线阵 CCD 单元中 43~3233 点的数据作为实验数据, 并利用最小二乘法对测量数据进行拟合, 消除噪声干扰, 最后进行反演

运算. 设  $l_{\min}$  为 CCD 截断像元点距艾里斑中心点的最小距离,  $l_{\max}$  为截断像元点距艾里斑中心点的最大距离, 反演参数计算为

$$\begin{cases} l_{\min} = 43 \times 4.7\mu\text{m} = 0.204\text{ mm} \\ l_{\max} = l_{\min} + (3233 - 43) \times \Delta l = 15.197\text{ mm} \\ \theta_{\min} = \arctan(l_{\min} / F) = 0.039^\circ \\ \theta_{\max} = \arctan(l_{\max} / F) = 2.763^\circ \end{cases}$$

则积分角度区间为  $[0.039^\circ, 2.763^\circ]$ .

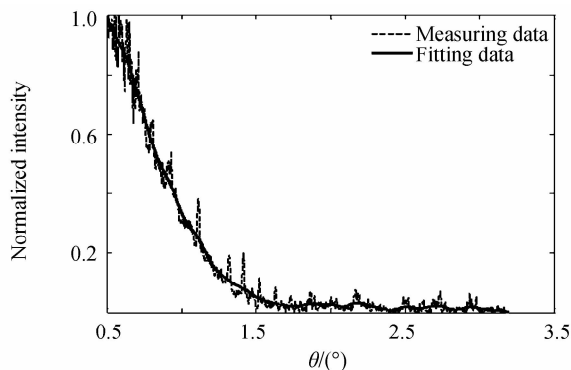


图 6  $15\mu\text{m}$  样品的衍射光强测量数据

Fig. 6 Diffraction scattering intensity of  $15\mu\text{m}$  sample

根据 Mie 散射理论可知, 粒径为  $70\mu\text{m}$  的样品, 其衍射光信号更加集中于前向小角度区间<sup>[14]</sup>, 如图 7, 因此取 66~2216 点的数据作为实验测量数据, 类似地得到相应积分角度区间为  $[0.059^\circ, 1.895^\circ]$ .

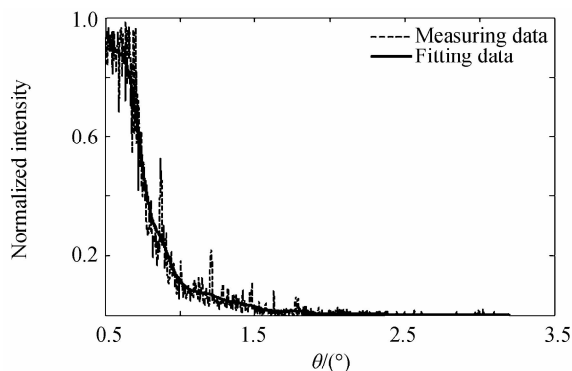


图 7  $70\mu\text{m}$  样品的衍射光强测量数据

Fig. 7 Diffraction scattering intensity of  $70\mu\text{m}$  sample

#### 3.3 实验结果分析

采用 Chin-Shifrin 积分变换算法反演的粒度分布  $f'(d)$  和矩形窗函数  $w(d)$  如图 8、图 10、图 9、图 11 中粗实线为改进 Chin-Shifrin (window Chin-Shifrin, wC-S) 反演算法获得的颗粒粒度分布, 粗虚线为文献[5]提出的改进算法 (regulate Chin-Shifrin, rC-S) 反演结果, 细虚线为文献[6]提出改进算法 (x-variable Chin-Shifrin, xC-S) 的反演粒度分布.

从图 8、图 10 的实验反演结果可以看出, 应用传统 Chin-Shifrin 算法对采集的衍射光信号进行反演计算, 由于积分角度区间限制, 导致反演颗粒粒度分布中含

有较多假峰分布,测量误差较大。

对比图 9、图 11 中不同改进算法的反演结果,采用 rC-S 算法和 xC-S 算法反演的粒度分布含有较多虚假峰,无法判断真实粒度分布. 而采用矩形窗函数的改进 Chin-Shifrin 反演算法,对颗粒粒度分布进行截断处理,能够有效排除反演粒度分布中的假峰干扰,获得准确颗粒粒度分布,提高了测量结果的准确性。

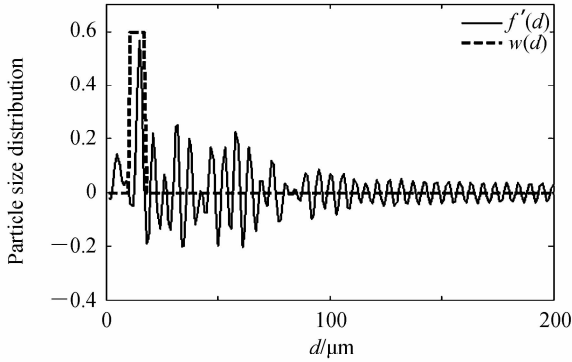


图 8 采用 Chin-Shifrin 算法反演的 15  $\mu\text{m}$  样品的粒度分布  
Fig. 8 PSD of 15  $\mu\text{m}$  sample was obtained by Chin-Shifrin algorithm

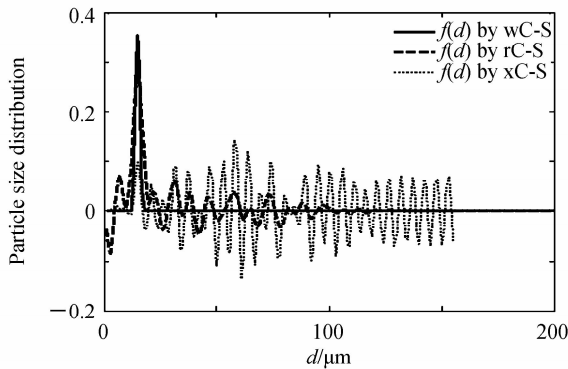


图 9 采用不同算法反演的 15  $\mu\text{m}$  样品的粒度分布  
Fig. 9 PSD of 15  $\mu\text{m}$  sample was obtained by different algorithms

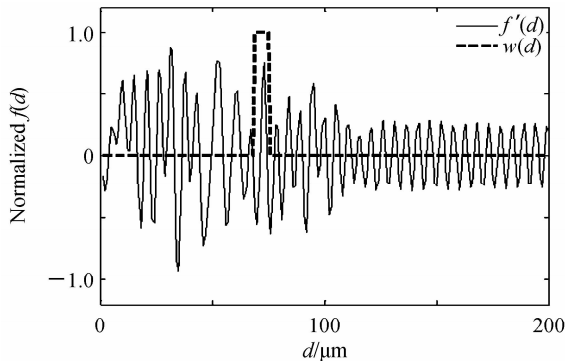


图 10 采用 Chin-Shifrin 算法反演的 70  $\mu\text{m}$  样品的粒度分布  
Fig. 10 PSD of 70  $\mu\text{m}$  sample was obtained by Chin-Shifrin algorithm

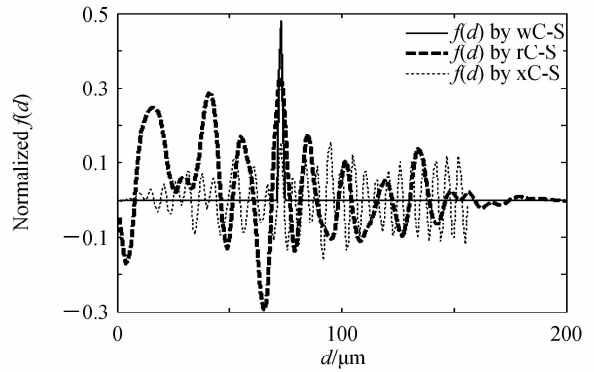


图 11 采用不同算法反演的 70  $\mu\text{m}$  样品的粒度分布  
Fig. 11 PSD of 70  $\mu\text{m}$  sample was obtained by different algorithms

在相同的实验条件下,对两种样品分别进行 6 次测量实验,测量结果见表 1,测量的相对误差小于 3%,测量结果的相对标准偏差,即重复性<sup>[15-16]</sup>小于 4%。因此使用矩形窗函数的改进 Chin-Shifrin 反演算法,可以获得准确可靠的测量结果。

表 1 改进 Chin-Shifrin 算法反演结果  
Table 1 Experimental results by improved Chin-Shifrin algorithm

Number	Standard material	
	120 025 (15 $\mu\text{m}$ )	120 027 (70 $\mu\text{m}$ )
1/ $\mu\text{m}$	14.3	74.5
2/ $\mu\text{m}$	14.6	72.1
3/ $\mu\text{m}$	15.1	69.6
4/ $\mu\text{m}$	14.2	70.4
5/ $\mu\text{m}$	15.3	69.2
6/ $\mu\text{m}$	14.7	70.8
Average/ $\mu\text{m}$	14.6	71.7
Relative error/%	3.0	2.3
Repeatability/%	3.4	2.9

## 4 结论

本文研究了 Chin-Shifrin 积分变换反演算法中的多假峰问题,解释了多假峰现象产生的原因,采用数值模拟方法,分析不同粒径颗粒衍射光强分布特点,引入矩形窗函数,对粒度分布进行截断处理,消除虚假峰对真实粒度分布的干扰. 利用 Chin-Shifrin 算法和改进 Chin-Shifrin 算法对粒径为 15  $\mu\text{m}$  和 70  $\mu\text{m}$  两种样品的测量数据进行了反演计算,反演结果表明:采用矩形窗函数的改进 Chin-Shifrin 算法,测量相对误差小于 3%,重复性小于 4%,能够获得准确的颗粒粒度分布. 但对于多峰粒度分布反演问题,由于信号采集单元的限制,使得光强测量值与真实值之间存在误差. 下一步采用区域衰减方法解决 CCD 低动态范围问题,以获得更加准确的光散射信号,进一步提高反演粒度分布精确度。

## 参考文献

- [1] International Organization for Standardization. Particle size analysis- laser diffraction methods [S]. ISO-13320: 2009, Switzerland, 2009.
- [2] KOO J H, HIRLEMAN E D. Synthesis of integral transform solutions for the reconstruction of particle-size distributions from forward-scattered light[J]. *Applied Optics*, 1992, **31**(12): 2130-40.
- [3] HOUMAIRI S, ASSID K, NASSIM A, *et al.* Digital optical particle sizing instrument based on Chin - Shifrin inversion [J]. *Optik- International Journal for Light and Electron Optics*, 2009, **120**(3): 141-145.
- [4] KNIGHT J C, BALL D, ROBERTSON G N. Analytical inversion for laser diffraction spectrometry giving improved resolution and accuracy in size distribution [J]. *Applied Optics*, 1991, **30**(33): 4795-9.
- [5] YANG F G, WANG A T, MING H, *et al.* Chin-Shifrin inversion algorithm for measuring of particle size distribution by laser diffraction method [J]. *Optics & Precision Engineering*, 2011, **19**(2): 323-331.
- [6] DAI Bing, YUAN Yin-nan, BAO Zhi-hua, *et al.* Improvement of test method for particle size distribution from scattering spectrum[J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2011, **31**(2): 539-542.  
戴兵, 袁银男, 包志华, 等. 从散射谱反演颗粒尺寸分布的测试方法改进[J]. *光谱学与光谱分析*, 2011, **31**(2): 539-542.
- [7] CAO Zhang, XU Li-jin, DING Jie. Integral inversion to Fraunhofer diffraction for particle sizing[J]. *Applied Optics*, 2009, **48**(25): 4842-50.
- [8] LIU J J. Essential parameters in particle sizing by integral transform inversions [J]. *Applied Optics*, 1997, **36**(22): 5535-45.
- [9] SHIFRIN K S, ZOLOTOV I G. Determination of the aerosol particle-size distribution from simultaneous data on spectral attenuation and the small-angle phase function[J]. *Applied Optics*, 1997, **36**(24): 6047-56.
- [10] KANWAL R P. Classical fredholm theory [M]. *Linear Integral Equations*. Springer New York, 2013: 41-60.
- [11] ABDELKARIM N, ASSID K, LAAMYEM A, *et al.* Optical particle sizing by Chin Shifrin inversion[C]. *Conseil Suprême des Sciences, Laser Science & Applications*, 2002.
- [12] COIL M A, FARRELL P V. Full-field diffraction particle sizing[J]. *Applied Optics*, 1995, **34**(33): 7771-86.
- [13] MAO Yi, ZHANG Y M. Application research of CCD technology in measuring particle size distribution by light scattering[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 1993, **20**(3): 50-57.  
毛义, 张以谟. CCD技术在光散射法测量微粒直径分布中的应用[J]. *光电工程*, 1993, **20**(3): 50-57.
- [14] GARET F, HOFMAN M, MEILHAN J, *et al.* Evidence of Mie scattering at terahertz frequencies in powder materials [J]. *Applied Physics Letters*, 2014, **105**(105): 031106.
- [15] LIU Wei, WANG Ya-jin, CHEN Wen-gang, *et al.* Evaluation index of dynamic light scattering inversion algorithm[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015(A01): 370-377.  
刘伟, 王雅静, 陈文刚, 等. 动态光散射反演算法的评价指标[J]. *光学学报*, 2015(A01): 370-377.
- [16] WANG Bi-ben, ZHU Man-kang, WANG Hao, *et al.* Structure and Photoluminescence properties of carbon particles synthesized by hydrothermal method[J]. *Chinese Journal of Luminescence*, 2015, **36**(2): 141-146.  
王必本, 朱满康, 汪浩, 等. 水热合成碳颗粒的结构和发光性能[J]. *发光学报*, 2015, **36**(2): 141-146.