

doi:10.3788/gzxb20164501.0110001

# 基于最大化 $N$ 维立体光谱角的高光谱端元提取

赵春晖<sup>1</sup>, 田明华<sup>1</sup>, 齐滨<sup>2</sup>

(1 哈尔滨工程大学 信息与通信工程学院, 哈尔滨 150001)

(2 哈尔滨工程大学 水声工程学院, 哈尔滨 150001)

**摘要:** 提出了一种基于最大化  $N$  维立体光谱角 (Maximum  $N$ -dimensional Solid Spectral Angle, MNSSA) 的端元提取方法。该方法通过计算  $N$  个光谱向量在高维欧几里得空间的光谱夹角, 定量衡量该  $N$  个光谱向量的独立性。在线性混合模型假设下, 端元光谱向量的欧几里得空间夹角大于混合像素构成的夹角。MNSSA 法不受待提取端元数目及波段数目的限制, 对光谱向量幅值变化不敏感, 能够克服阴影及光照因素对端元幅值的影响。使用模拟数据及 AVIRIS(Airborne Visible/Infrared Imaging Spectrometer) 获取的真实高光谱数据对 MNSSA 端元提取法及现有基于几何的端元提取法进行了对比评价。仿真结果表明, MNSSA 法能够克服阴影影响因子对端元幅值的影响, 端元提取准确率优于现有端元提取法, 且具有良好的抗噪声性能, 能显著降低高光谱数据的重构误差。

**关键词:** 遥感; 端元提取;  $N$  维立体光谱角; 高光谱数据; 幅值变化; 线性解混模型

中图分类号: TP751.1

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2016)01-0110001-9

## Hyperspectral Endmember Extraction Based on Maximum $N$ -dimensional Solid Spectral Angle

ZHAO Chun-hui<sup>1</sup>, TIAN Ming-hua<sup>1</sup>, QI Bin<sup>2</sup>

(1 College of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

(2 College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

**Abstract:** An endmember extraction method was proposed based on the maximum  $N$  dimensional solid spectral angle theory, which was termed as MNSSA (Maximum  $N$ -dimensional Solid Spectral Angle) in this paper. By using the ability of calculating the solid spectral angle which constructed by  $N$  spectral vectors in the high-dimensional Euclid space for the method, the independences of the  $N$  spectral vectors were measured. In the assumption of linear unmixing model, the solid spectral angle constitutes the maximum value for  $N$  endmember spectral vectors. The MNSSA method is not restricted by the numbers of endmembers or the numbers of bands. More importantly, the MNSSA method is not sensitive with the amplitude variations as well as robustness with effects from shadow strength and illumination intensity. Experiment results on synthetic and real hyperspectral data collected by AVIRIS (Airborne Visible/Infrared Imaging Spectrometer) indicate that the method of MNSSA is better than the current mainstream used endmember extraction methods. The influences on the amplitude of the endmembers caused by the shadow factor are overcomed by the method of MNSSA. The method is with good anti-noise performance. Furthermore, the reconstruction errors for real hyperspectral data were reduced remarkably.

**Key words:** Remote sensing; Endmember extraction;  $N$  dimensional solid spectral angle; Hyperspectral data; Amplitude variations; Linear unmixing model

**OCIS Codes:** 100.4145; 110.4234; 070.4790; 280.0280; 300.6170

**基金项目:** 国家自然科学基金(Nos. 61571145, 61405041)、中国博士后基金(No. 2014M551221)和黑龙江省博士后基金(No. LBH-Z13057)资助

**第一作者:** 赵春晖(1965—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为高光谱遥感数据处理. Email: zhaochunhui1965@126.com

**收稿日期:** 2015-08-14; **录用日期:** 2015-10-13

<http://www.photon.ac.cn>

## 0 引言

高光谱遥感技术能够同时获取地物的空间信息及光谱信息,被应用于军事目标检测、农业作物分类、矿物含量估算等领域<sup>[1]</sup>。然而,受空间分辨率及地物复杂性、多样性的制约,真实高光谱数据中通常存在着大量的混合像元,即当前像元的光谱特征由两种或两种以上地物线性或非线性混合而成。混合像元的进一步解译通常依赖于端元的获取。端元被定义为理想情况下仅含有单一地物光谱特征的纯净像元<sup>[2-3]</sup>。端元的数目通常被认为等于地物的类别数,其光谱特征具有较高的代表意义并直接影响高光谱图像的进一步解译。

几何上,高光谱数据被视为高维光谱特征空间的凸面单形体。端元位于凸面单形体的顶点,混合像元位于该凸面单形体的内部。基于几何的端元提取法旨在提取凸面单形体的顶点。其中,具有代表性的端元提取法有:内部最大体积(N-findr, N-FINDR)法<sup>[4]</sup>、迭代体积最大化(Alternating Volume Maximization, Avmax)法<sup>[5]</sup>、像素纯度指数(Pure Pixels Analysis, PPI)法<sup>[6]</sup>、迭代误差分析(Iterative Error Analysis, IEA)法<sup>[7]</sup>、顶点成分分析(Vertex Component Analysis, VCA)法<sup>[8]</sup>、正交子空间投影(Orthogonal Subspace Projection, OSP)法<sup>[9]</sup>等。然而,现有的端元提取法均基于理想凸体几何假设,未考虑实际获取的遥感图像中端元幅值存在变异性特点。

真实的高光谱图像受光照强度、地势高低、斜坡、阴影、植被结构和水分含量等因素的影响,导致直接从高光谱数据中提取出的端元光谱特征与实验室条件下测量的光谱特征通常存在差异<sup>[10]</sup>。对同种地物类别而言,这种由光照强度及阴影带来的差异一般表现为光谱特征的幅值差异,而对光谱特征的形状(吸收特征的位置、宽度及深度)影响并不明显。因而,挖掘不受光谱幅值大小影响的端元提取法具有较高的实用价值。本文提出了一种基于最大化N维立体光谱角的高光谱图像端元提取法。该方法不受光谱幅值影响,仅对光谱特征形状敏感,能够在一定程度上克服光照强度及阴影等对光谱曲线的影响。该方法迭代计算当前输入光谱向量集合的高维欧几里得空间夹角,旨在提取构成最大N维立体光谱角的光谱向量集合并将其提取作为端元。

## 1 光谱角方法分析

### 1.1 传统光谱角方法

传统光谱角<sup>[11]</sup>(Spectral Angle, SA)通过比较待测光谱向量 $\mathbf{x}$ 和参考光谱向量 $\mathbf{y}$ 的欧几里得空间夹角定量评价两个光谱向量的相似性,即

$$SA(x, y) = \arccos \frac{\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle}{\| \mathbf{x} \| \| \mathbf{y} \|} =$$

$$\arccos \frac{\langle \alpha \mathbf{x}, \beta \mathbf{y} \rangle}{\| \alpha \mathbf{x} \| \| \beta \mathbf{y} \|} \quad (1)$$

式中,  $\alpha$  与  $\beta$  为常量乘性因子。SA 值越小, 两个光谱向量的相似度越高。

当光谱向量  $\mathbf{x}$  与  $\mathbf{y}$  分别受乘性因子  $\alpha (0 < \alpha \leq 1)$  与  $\beta (0 < \beta \leq 1)$  影响时, SA 的值并不发生改变。几何上, 乘性因子仅改变了光谱向量在欧几里得空间幅值大小并不改变光谱向量的方向, 因而 SA 法能够克服来自地形、阴影等因素对实际获取的高光谱数据造成的影响<sup>[11]</sup>, 并被广泛应用于高光谱数据分析。

然而, SA 法仅提供了两个光谱向量的相似性定量比较问题。当处理  $N (N > 2)$  个光谱向量时, SA 法需要对光谱向量两两进行处理, 处理过程变得繁琐, 同时, 缺乏  $N$  个光谱向量之间光谱夹角的真实几何意义。

### 1.2 N 维立体光谱角方法

若  $N$  维欧几里得空间中存在  $N$  个独立的向量  $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_i, \dots, \mathbf{x}_N\}$ , 则数学上该  $N$  个向量在欧几里得空间构成的  $N$  维立体角被定义为由  $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_i, \dots, \mathbf{x}_N\}$  的所有可能的线性组合所构成的  $N$  维凸面锥  $C_N$  与相应的  $N-1$  维单位超球面  $S_{N-1}$  的交集<sup>[12]</sup>, 并可以通过多重积分求解<sup>[13]</sup>。将该定义推广于高光谱图像光谱向量间夹角计算, 设  $\mathbf{x}_i$  为  $L \times 1$  的光谱列向量,  $L$  为波段数目。 $N$  个光谱列向量构成的光谱矩阵为  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_i, \dots, \mathbf{x}_N]$ , 则其光谱角 NSSA( $\vartheta_N | \mathbf{X}$ ) ( $N$ -dimensional Spectral Solid Angle, NSSA) 计算公式为

$$NSSA(\vartheta_N | \mathbf{X}) = |\det(\mathbf{X})| \int_s \| \mathbf{X} \mathbf{V} \|^{-N} ds \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{V} = [v_1, v_2, v_3, \dots, v_i, \dots, v_N]^T$  为笛卡尔极坐标系中单位球面上的球面参量向量, 表示为

$$\left\{ \begin{array}{ll} v_1 = \cos \theta_1 & 0 \leq \theta_1 \leq \pi/2 \\ v_2 = \sin \theta_1 \cos \theta_2 & 0 \leq \theta_2 \leq \pi/2 \\ v_3 = \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 & 0 \leq \theta_3 \leq \pi/2 \\ \dots & \dots \\ v_{N-1} = \sin \theta_1 \sin \theta_2 \dots \sin \theta_{N-2} \cos \theta_{N-1} & 0 \leq \theta_{N-1} \leq \pi/2 \\ v_N = \sin \theta_1 \sin \theta_2 \dots \sin \theta_{N-2} \sin \theta_{N-1} & 0 \leq \theta_{N-1} \leq \pi/2 \end{array} \right. \quad (3)$$

$ds$  为  $N-1$  维单位超球  $S_{N-1}$  的面积微元, 表示为

$$ds = \sin^{N-2}(\theta_1) \sin^{N-3}(\theta_2) \dots \sin(\theta_{N-2}) d\theta_1 d\theta_2 \dots d\theta_{N-1} \quad (4)$$

由于  $\| \mathbf{V} \|^2 = \sum_{i=1}^N v_i^2 = 1$ , 式(2)进一步推导为

$$NSSA(\vartheta_N | \mathbf{X}) = |\det(\mathbf{X})| \int_s \| \mathbf{X} \mathbf{V} \|^{-N} ds = \sqrt{\det(\mathbf{X}^T \mathbf{X})} \int_s (1 + 2 \sum_{i < j} \langle x_i, x_j \rangle v_i v_j)^{-N/2} ds \quad (5)$$

式(5)给出了计算  $N$  个光谱向量在  $N$  维欧式空间立体光谱角的方法。

可以看出,  $N$  维欧式空间立体光谱角的计算不受输入光谱数目及波段数目的限制。需要指出的是该计

算结果为一标量数值(以弧度为单位). 几何上,该标量值描述了  $N$  个光谱向量在  $N$  维欧式空间的立体光谱角;物理上, NSSA( $\vartheta_N | \mathbf{X}$ )描述了  $N$  个光谱向量的联合相似度.

### 1.3 等分布序列的蒙特卡罗方法计算 $N$ 维立体光谱角

式(2)~(5)显示  $N$  维立体光谱角的计算本质属于数学上的多重积分. 等分布序列的蒙特卡罗法具有良好的收敛性及可预测的理论误差<sup>[14]</sup>,故在实际计算中本文采用等分布序列的蒙特卡罗法计算 NSSA 中的多重积分.

设随机向量  $\mathbf{G}=\{g_1, g_2, \dots, g_i, \dots, g_{N-1}\}$ , 其中,  $g_i(i=0, \dots, N-1)$  为线性独立于有理数的无理数元素, 即满足对任意的有理数  $\alpha_i$ , 存在

$$\alpha_1 g_1 + \dots + \alpha_i g_i + \dots + \alpha_{N-1} g_{N-1} \neq 0 \quad (6)$$

则  $N-1$  维欧几里得空间的等分布序列集合可表示为

$$\{F_v\}=\{(vg_1, \dots, vg_i, \dots, vg_{N-1})\}, v=0, \dots, M \quad (7)$$

式中, 参量  $v$  表示等分布序列集合中  $N-1$  维随机向量的个数, 总个数记为  $M$ . 对于有界的雷曼可积函数  $f(x)$  的多重积分, 可以用该函数等分布序列的均值逼近<sup>[14]</sup>表示为

$$\lim_{v \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_v^M f(vg_1, \dots, vg_i, \dots, vg_{N-1}) = \int_0^1 \cdots \int_0^1 f(x) dx_1 dx_2 \cdots dx_{N-1} \quad (8)$$

## 2 $N$ 维立体光谱角最大化的端元提取

### 2.1 高光谱数据线性混合模型

在线性混合模型假设中, 混合像元  $\mathbf{r}_h$  可表示为端元光谱矩阵  $\mathbf{E}=[\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_i, \dots, \mathbf{e}_P]$  ( $\mathbf{e}_i$  为第  $i$  个端元列向量, 端元数目为  $P$ ) 与对应的丰度系数向量  $\omega_h=[\omega_{h1}, \omega_{h2}, \dots, \omega_{hi}, \dots, \omega_{hP}]$  ( $\omega_{hi}$  为端元  $e_i$  在混合像元  $\mathbf{r}_h$  中所占的比例, 即丰度) 的乘积形式为

$$\mathbf{r}_h = \kappa_h \mathbf{E} \omega_h^T + \eta_h \quad (9)$$

式中,  $\kappa_h$  为混合像元  $\mathbf{r}_h$  的乘性阴影影响因子, 该阴影影响因子通常由光照不均匀、阴影遮蔽等因素引起,  $0 < \kappa_h \leq 1$ . 若  $\kappa_h = 1$  时,  $\mathbf{r}_h$  为理想情况中不受阴影影响的光谱反射特征向量. 若  $0 < \kappa_h < 1$  时,  $\mathbf{r}_h$  的光谱反射特征幅值被抑制, 光谱特征形状保持不变.  $\eta_h$  为误差项. 丰度系数向量  $\omega_h$  满足“和为 1”(Abundance Sum-to-one Constraint, ASC) 与“非负性”(Abundance Non-negativity Constraint, ANC) 约束<sup>[15]</sup> 表示为

$$\sum_{i=1}^P \omega_{hi} = 1, \omega_{hi} \geq 0 \quad (10)$$

### 2.2 基于最大化 $N$ 维立体光谱角的高光谱图像端元提取

设从高光谱图像数据中随机选取  $P$  个像元构成光

谱矩阵  $\mathbf{R}$ , 且  $\mathbf{R}=[\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_i, \dots, \mathbf{r}_P]$  并假设该光谱矩阵张成的光谱角达到  $N$  维立体光谱角的极大值. 由式(5)知, 其  $N$  维立体光谱角为

$$\begin{aligned} \{\text{NSSA}(\vartheta_N | \mathbf{R})\}_{\max} &= \max\{\sqrt{\det(\mathbf{R}^T \mathbf{R})} \cdot \\ &\int_s (1 + 2 \sum_{i < j} \langle \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j \rangle v_i v_j)^{-P/2} ds\} = \\ &\max\{\sqrt{\Theta} \int_s (1 + 2 \sum_{i < j} \langle \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j \rangle v_i v_j)^{-P/2} ds\} \end{aligned} \quad (11)$$

式中

$$\Theta = \det \begin{vmatrix} \langle \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1 \rangle & \langle \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 \rangle & \cdots & \langle \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_P \rangle \\ \langle \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1 \rangle & \langle \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2 \rangle & \cdots & \langle \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_P \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \mathbf{r}_P, \mathbf{r}_1 \rangle & \langle \mathbf{r}_P, \mathbf{r}_2 \rangle & \cdots & \langle \mathbf{r}_P, \mathbf{r}_P \rangle \end{vmatrix}$$

由于

$$\langle \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j \rangle = \langle \kappa_i \mathbf{E} \omega_i^T, \kappa_j \mathbf{E} \omega_j^T \rangle = \kappa_i \kappa_j \sum_{m=1}^P \omega_{mi} \omega_{mj} \langle \mathbf{e}_m, \mathbf{e}_m \rangle + \kappa_i \kappa_j \sum_{f \neq m} \omega_{fi} \omega_{mj} \langle \mathbf{e}_f, \mathbf{e}_m \rangle \quad (12)$$

端元矩阵  $\mathbf{E}=[\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_i, \dots, \mathbf{e}_P]$  为可测得的常量矩阵, 当  $\omega_i \omega_j^T |_{i \neq j} = 0$  时

$$\sum_{m=1}^P \omega_{mi} \omega_{mj} \langle \mathbf{e}_m, \mathbf{e}_m \rangle = 0 \quad (13)$$

故有

$$\begin{aligned} \{\text{NSSA}(\vartheta_N | \mathbf{R})\}_{\max} &= \kappa_1 \kappa_2 \cdots \kappa_P \sqrt{\Theta} \int_s \kappa_1^{-1} \kappa_2^{-1} \cdots \\ &\kappa_P^{-1} (1 + 2 \sum_{i < j} \langle \mathbf{e}_i, \mathbf{e}_j \rangle v_i v_j)^{-P/2} ds = \\ &\text{NSSA}(\vartheta_N | \mathbf{E}) \end{aligned} \quad (14)$$

在线性混合模型(设理想情况中, 误差项  $\eta_h = 0$ ) 中, 由端元向量集合张成的光谱角大于混合像元张成的光谱角, 且光谱角大小不受幅值乘性因子(阴影影响因子  $\kappa$ ) 影响.

### 2.3 MNSSA 端元提取算法步骤

基于最大化  $N$  维立体光谱角 (Maximum  $n$ -dimensional Solid Spectral Angle, MNSSA) 端元提取方法的步骤为:

输入: 高光谱数据集矩阵  $\mathbf{X}_{L \times Q}$ . 其中, 总波段数目记为  $L$ , 总像元数记为  $Q$ .

输出: 端元集合矩阵  $\mathbf{R}=[\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_i, \dots, \mathbf{r}_P]$ . 其中,  $\mathbf{r}_i$  表示第  $i$  ( $1 \leq i \leq P$ ) 个端元向量, 大小为  $L \times 1$ .  $P$  为端元总数目.

步骤一, 估计端元数目  $P$ . 对输入高光谱数据集矩阵  $\mathbf{X}_{L \times Q}$  进行端元数目估计. 本文采用虚拟维数法估计端元数目  $P$ ;

步骤二, 初始化端元集合  $\mathbf{R}=[\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_i, \dots, \mathbf{r}_P]$  并设置参量  $k=1, h=1$ . 本文采用随机初始化方法;

步骤三, 采用逐像元替换法搜索候选端元. 具体实施方法为: 选取  $\mathbf{X}_{L \times Q}$  中第  $k$  列像元作为测试像元, 记为  $t_k$ . 使用  $t_k$  替换端元集合  $\mathbf{R}$  中的第  $h$  个端元  $\mathbf{r}_h$ . 替换前后的端元集合分别记为  $\mathbf{R}_{\text{ori}}$  和  $\mathbf{R}_{\text{new}}$ . 计算并存储以

上两个端元集合的  $P$  维立体光谱角, 分别记为 NSSA( $\vartheta_p | \mathbf{R}_{\text{ori}}$ ) 和 NSSA( $\vartheta_p | \mathbf{R}_{\text{new}}$ );

步骤四, 判断测试像元  $t_k$  是否为候选端元。判断是否满足  $\text{NSSA}(\vartheta_p | \mathbf{R}_{\text{new}}) - \text{NSSA}(\vartheta_p | \mathbf{R}_{\text{ori}}) > 0$ . 若“是”, 则用测试像元  $t_k$  更新端元  $r_h$ , 参量  $k$  以步长为“1”完成自更新, 即更新为  $k+1$ , 转到步骤六; 若“否”, 则参量  $h$  以步长为“1”完成自更新, 即更新为  $h+1$ ;

步骤五, 判断是否完成当前端元集合搜索。判断是否满足  $h \leq P$ . 若“是”, 则转到步骤三; 若“否”, 则参量  $k$  更新为  $k+1$ ;

步骤六, 判断是否完成数据集矩阵搜索。判断是否满足  $k \leq Q$ . 若“是”, 则转到步骤三,  $h$  重置为数值“1”; 若“否”, 则结束搜索, 输出端元集合  $\mathbf{R}$ .

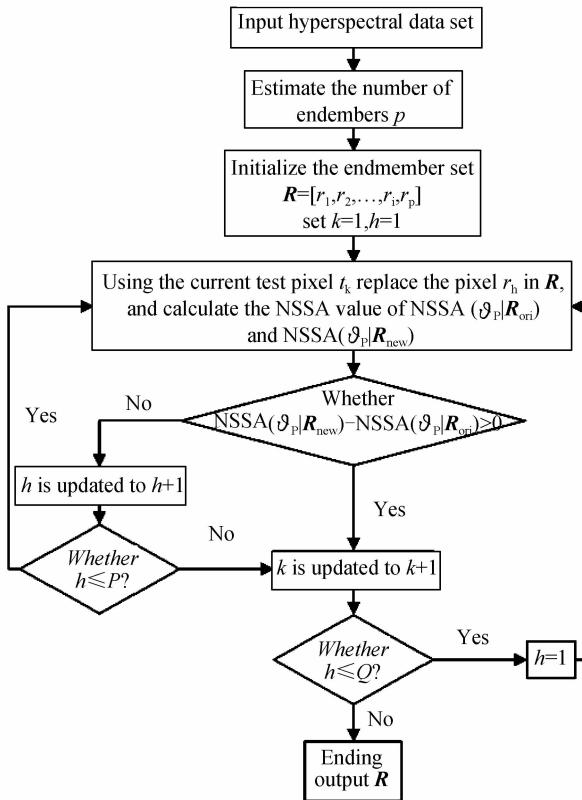


图 1 MNSSA 端元提取算法流程图

Fig. 1 The flowchart of the MNSSA endmember extraction method

## 2.4 误差分析

MNSSA 端元提取算法的误差主要来源于两个方面: 1) 线性混合模型假设引起的理论误差; 2) 等分布序列的蒙特卡罗法逼近多重积分时引起的估计误差。

线性混合模型忽略微观尺度下物质之间的多次散射, 即假设式(9)中对应于混合像元  $r_h$  的误差项  $\eta_h$  为零。然而, 非线性混合模型通常认为  $\eta_h$  与端元矩阵  $\mathbf{E}$  和新的系数项  $\varphi$  的非线性形式有关, 即  $\eta_h = f(\mathbf{E}, \varphi)$ 。由式(9)和式(11)知, NSSA 方法的误差阶数为  $O((\kappa\mathbf{E})^P)$ <sup>[16]</sup>。

等分布序列的蒙特卡罗法逼近多重积分的误差<sup>[14]</sup>与式(7)中等分布序列集合中随机向量的总个数有关, 即  $O(1/\sqrt{M})$ 。显然, 较大的  $M$  值能够得到较高的逼近准确度。然而, 参量  $M$  可以根据需求适当降低以提高计算效率。

## 3 仿真实验与结果分析

### 3.1 模拟数据实验结果与分析

模拟数据能够提供端元及其对应丰度的先验信息, 从而能够准确地评价端元提取法的有效性。本质上, MNSSA 法是一种基于几何的端元提取法。因此本文首先采用一组模拟数据, 将 MNSSA 法与当前已发表的且具有代表性的基于几何的端元提取法(VCA、N-FINDR、Avmax、PPI 和 OSP 法)的端元提取性能进行比较。

本文采用一种较为常用的遥感模拟数据制作方法<sup>[17-18]</sup>。图 2 表示了本文采用的模拟数据第 114 波段及端元光谱特征曲线。5 个端元的光谱名称分别为: Dolomite COD2005, Gibbsite WS214, Kaolinite CM5, Clinoptilolite GDS2 和 Calcite CO2004。该 5 个端元为随机从美国地质勘探局(United States Geological

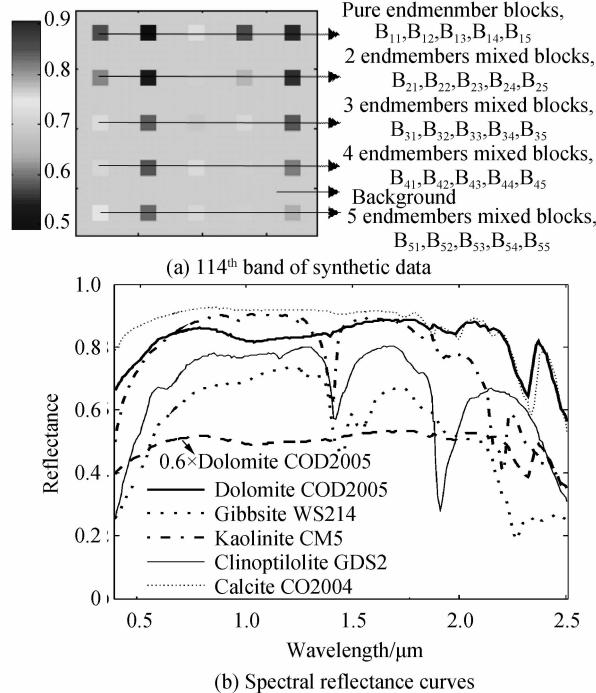


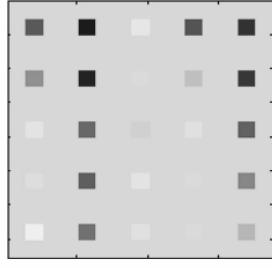
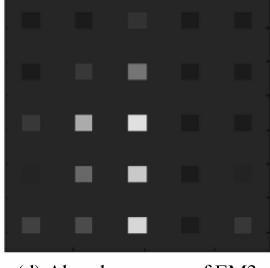
图 2 模拟数据第 114 波段及 5 个端元光谱曲线

Fig. 2 The 114<sup>th</sup> band of synthetic data and spectral reflectance curves of 5 endmembers

Survey, USGS) 光谱库<sup>[19]</sup>抽取的 5 种不同类别物质, 光谱反射特征互不相同。波段数目为 224, 波长范围为  $0.38 \mu\text{m} \sim 2.51 \mu\text{m}$ 。图 2(b) 中显示了 USGS 光谱库中抽取的理想情况下 5 种端元的标准光谱反射特征, 及 Dolomite COD2005 物质在阴影影响因子  $\kappa$  值为 0.6 时

的光谱反射特征,可以看出,受阴影影响的 Dolomite COD2005 幅值发生了改变,光谱形状特征不发生变化。

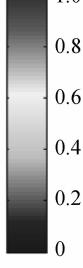
模拟数据空间大小为  $75 \times 75$  像素。如图 2(a),每行均有 5 个大小为  $5 \times 5$  的矩形方块。 $5 \times 5$  的矩形方块内嵌在  $75 \times 75$  大小的数据内部,其余像素为背景像素。如图 2(a)中箭头:第一行的 5 个矩形块分别为 5 个端元对应的纯像元区域,大小为  $5 \times 5$  像素并分别记为  $B_{11}, B_{12}, B_{13}, B_{14}$  及  $B_{15}$ 。其中,  $B_{ij}$  表示该矩形区域为由  $i$  个端元混合而成的第  $j$  个矩形块。类似地,第 2 至 5 行每行各有 5 个小矩形块区域,分别为 2 个端元至 5 个端元混合而成的混合像元区域。在矩形混合区域  $B_{ij}$  ( $i=1, 2, \dots, 5, j=1, 2, \dots, 5$ ) 内,端元类型随机抽取且

(a) The 114<sup>th</sup> band

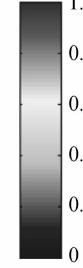
(d) Abundance map of EM3



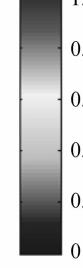
(b) Abundance map of EM1



(e) Abundance map of EM4



(c) Abundance map of EM2



(f) Abundance map of EM5

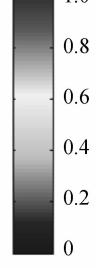
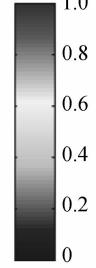


图 3 端元真实丰度分布图

Fig. 3 True abundance maps of the endmembers

在该模拟数据中,分别设定纯像元受不同程度的阴影影响,其阴影影响因子  $\kappa$  分别为 1.0、0.8、0.6、0.4 和 0.2,并对数据进行无噪声,以及添加信噪比(Signal Noise Ratio, SNR)大小为 50dB、30dB、15dB 的加性高斯噪声情况下进行测试。信噪比的计算为

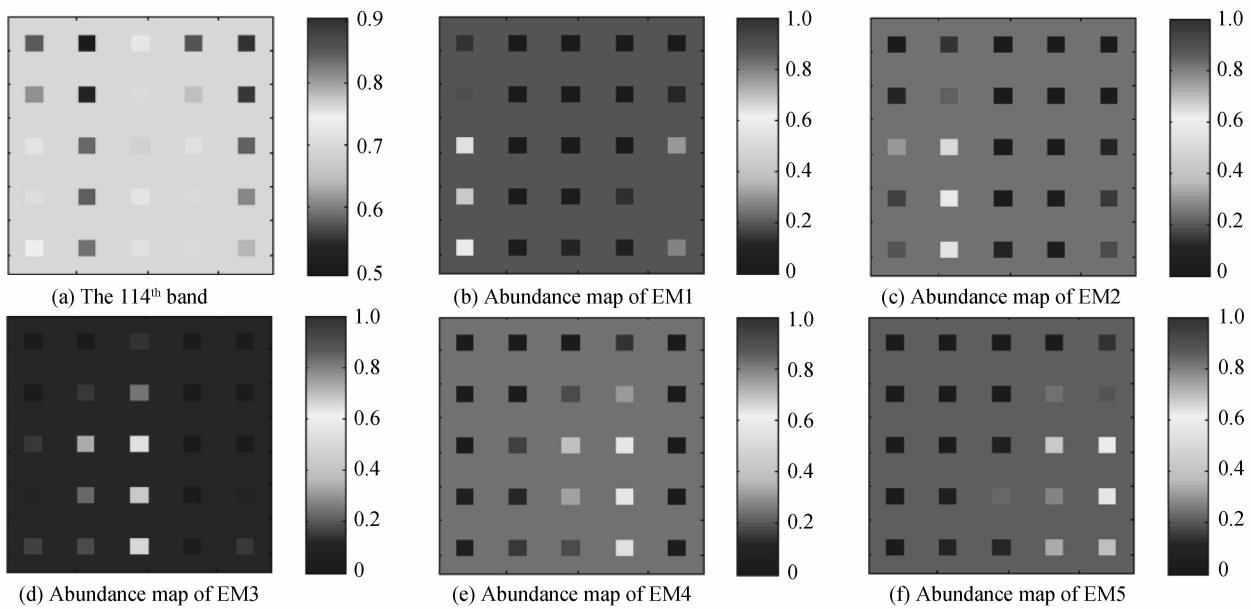
$$\text{SNR} = 10 \log_{10} \frac{\mathbb{E}[s^T s]}{\mathbb{E}[n^T n]} \quad (15)$$

式中,  $s$  为信号矩阵;  $n$  为噪声矩阵。

图 4 显示了 MNSSA 法及 VCA 等方法的端元提取结果。在实验中,若纯像元区域(如图 2(a)中箭头所示第一行)中的像素被提取,则认定该像元为端元,记为准确提取到的端元。反之,若背景或混合像元区域的像素被提取则视该像元为误提取像元。图 4 统计了 MNSSA 法及 VCA 等方法的端元提取结果。

如图 4(a),在无噪声情况下,VCA 法与 MNSSA 法均能准确提取 5 种端元且不受阴影影响因子  $\kappa$  的影响。N-FINDR、Avmax、PPI 和 OSP 方法仅在阴影影响

各端元的丰度随机生成,丰度满足式(10)所述的“ASC”、“ANC”的约束。例如,2 端元第一个矩形混合区域  $B_{21}$  为随机从 5 个端元中抽取 2 个光谱类别作为合成端元,相应的丰度随机生成,且满足式(10)所述的“ASC”与“ANC”约束。依次地,2 端元第二个矩形混合区域  $B_{22}$  仿照第一个矩形区域生成步骤。类似地,可得到 3 端元、4 端元及 5 端元混合矩形区域。背景部分(如图 2 中箭头表示的浅绿色区域)由 5 个端元同时混合而成,且丰度满足式(10)所述的约束条件,5 个端元对应的丰度分别为 0.1882、0.2445、0.1120、0.2387 和 0.2166。5 个端元的真实丰度分布如图 3。



因子  $\kappa=1.0$  时,即无阴影影响,能够准确提取 5 类端元光谱。随着  $\kappa$  值从 0.8 变化到 0.2,其端元提取数目逐渐减少。当  $\kappa=0.6$  时,N-FINDR、Avmax 和 OSP 方法提取的端元数目为零,即 N-FINDR、Avmax 和 OSP 方法在端元受阴影影响因子  $\kappa=0.6$  时,已不能准确识别端元。当信噪比为 50 dB 时,如图 4(b),MNSSA 与 VCA 法的端元提取性能保持一致,且优于其它方法,始终能够准确提取 5 种类别端元。N-FINDR 等方法的端元提取数目随着  $\kappa$  值减小而减小。当信噪比下降到 30dB 时,如图 4(c),MNSSA 法与实验中测试的对比方法的端元提取效果均随阴影影响因子的降低而下降。然而,MNSSA 法的端元提取数目多于其它方法的端元提取数目且在此时,MNSSA 的端元提取效果优于 VCA 法。类似地,当信噪比为 15 dB 时,如图 4(d),MNSSA 法仍然是测试端元提取方法中提取端元数目最多的。

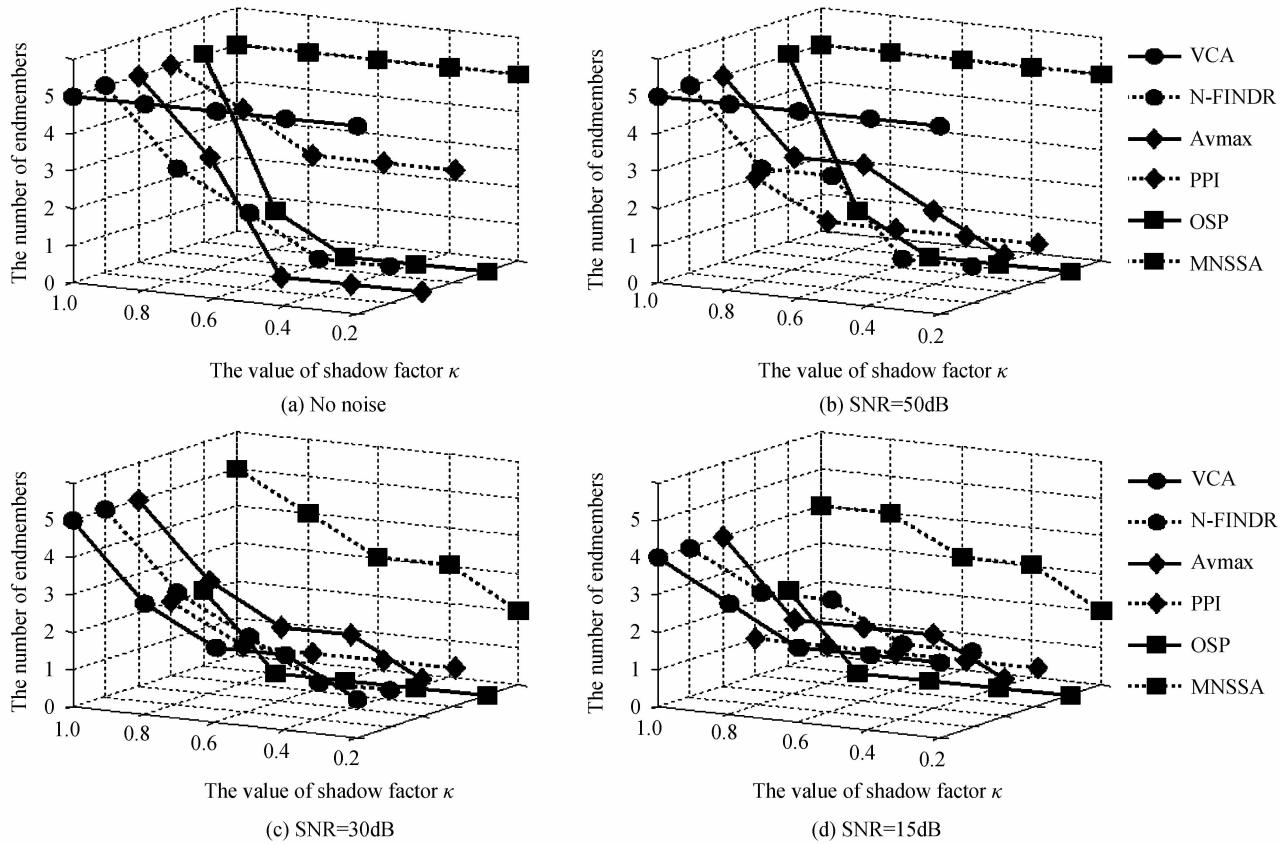


图 4 各种端元提取方法在不同信噪比下端元提取数目比较

Fig. 4 Comparison results of different endmember extraction methods with various SNR

可以看出,在本文对比的基于几何的端元提取法中,PPI 端元提取法的抗噪性能及抗阴影影响效果较差。这是由于 PPI 端元提取法的原理为将混合像元投影到大量随机生成的指针向量中,通过提取极值投影指数较高的像元作为端元。该极值投影本质上与光谱幅值大小相关。因而 PPI 法的端元提取效果较易受噪声及阴影影响。

VCA 端元提取法与 MNSSA 端元提取法在无噪声和信噪比较高的情况下,端元提取效果基本一致。仅当信噪比较低(SNR = 30 dB 或 SNR = 15 dB)时,VCA 法的端元提取效果较差于 MNSSA 法。在较高信噪比及实时性要求较高的条件下,VCA 法仍然是一种优秀的可供选取的端元提取法。这是因为,VCA 法引

入了尺度因子<sup>[8]</sup>,该尺度因子在一定程度上反映了由地表起伏、光照不均匀等因素引起的端元变异性,因而 VCA 法具有一定的抗噪声和阴影影响能力。

表 1 给出了 6 种端元提取方法的处理时间。该数值为统计信噪比为 15 dB,  $\kappa=1.0$  时,5 次运行的均值时间。其中,MNSSA 法中使用的等分布序列的蒙特卡罗随机向量  $M=200$ 。可以看出,VCA 等方法的处理时间均在 2 s 左右或小于 2 s。然而,MNSSA 法的处理时间远远长于其他方法。这是由于,一方面 MNSSA 法在使用等分布序列的蒙特卡罗逼近多重积分时需要执行大量随机数运算;另一方面,MNSSA 法需要不断迭代计算当前端元集合的光谱角并搜索整个高光谱数据集,因而处理时间较长。

表 1 端元提取方法处理时间比较

Table 1 Time consuming of test endmember extraction methods

Endmember Extraction Methods	VCA	N-FINDR	Avmax	PPI	OSP	MNSSA
Time Consuming/s	2.05	2.25	0.30	1.24	1.29	8 516.12

该模拟数据实验表明,在线性混合模型假设下,MNSSA 端元提取法在一定程度上能够克服阴影对端元幅值的影响,其端元提取结果优于 VCA 等基于几何的端元提取方法,且 MNSSA 法具有良好的抗噪声性能。然而 MNSSA 法的处理时间远远长于对比方法的端元提取处理时间。

### 3.2 真实数据实验结果与分析

实验采用的真实数据为 1997 年由 AVIRIS 获取的美国内华达州 Cuprite 矿物区数据<sup>[20]</sup>。

图 5 为 Cuprite 数据的伪彩色图像。该数据包含东部与西部两个主要矿物区,数据大小为  $350 \times 350$  像素。空间分辨率为 18 m,光谱分辨率为 10 nm,波长范

围  $0.37 \mu\text{m} \sim 2.51 \mu\text{m}$ . 本实验截取东部矿物区, 子图像大小为  $210 \times 160$  像素, 低信噪比波段 1~2, 105~115, 150~170, 223~224 被移除, 本实验中总计使用 188 个波段.

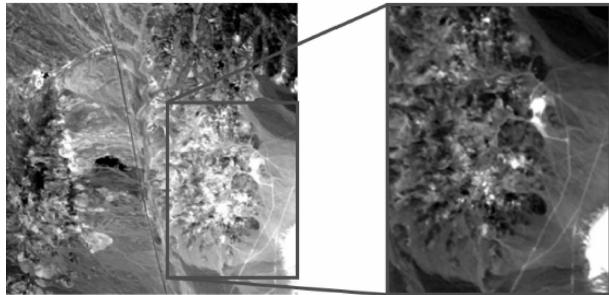


图 5 Cuprite 数据伪彩色图像(R:  $2.10 \mu\text{m}$ , G:  $2.20 \mu\text{m}$ , B:  $2.34 \mu\text{m}$ )

Fig. 5 Pseudo-color image of Cuprite data set with R:  $2.10 \mu\text{m}$ , G:  $2.20 \mu\text{m}$ , B:  $2.34 \mu\text{m}$

图 6 为 1995 年获取的 Cuprite 地区主要矿物分布图. 相比于模拟高光谱数据实验, 真实遥感数据实验

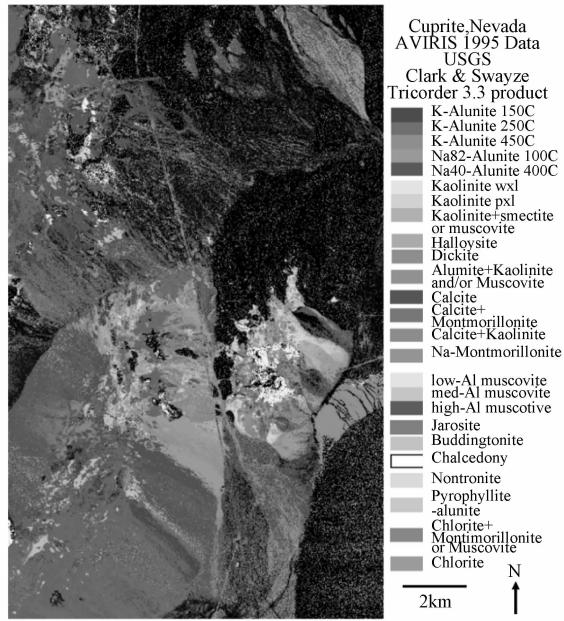
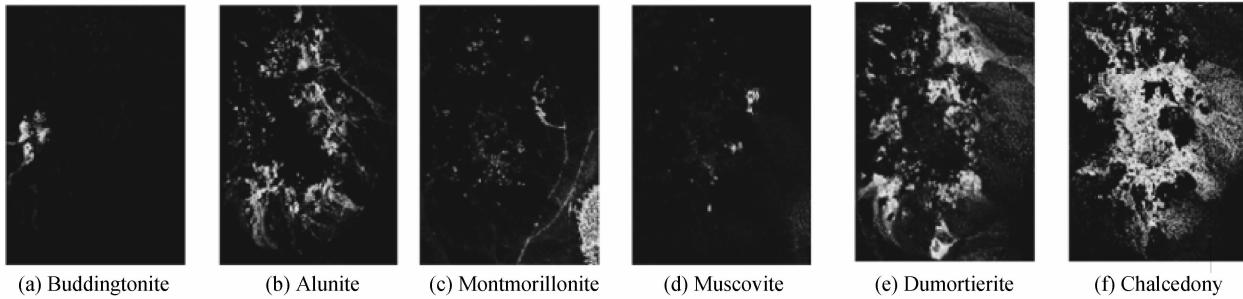


图 6 Cuprite 数据 1995 年矿物分布图(由 Tricorder 3.3 软件制图得到)

Fig. 6 The Cuprite mineral map in 1995 produced by Tricorder 3.3



(a) Buddingtonite

(b) Alunite

(c) Montmorillonite

(d) Muscovite

(e) Dumortierite

(f) Chalcedony

难以提供精确定量评价的真实地物丰度图, 故在定量评价方面存在较大难度. 值得指出的是, USGS 提供的 Cuprite 地区于 1995 年的大致矿物分布图<sup>[21]</sup>(图 6) 为使用 Tricoder 3.3 通过分类方法成图. 由于分类方法仅完成对像元所属类别标定, 不同于解混方法对像元中各物质的含量进行估计, 故难以直接将解混结果丰度图与图 6 进行对比. 然而, 图 6 仍然能够提供定性的矿物分布参考.

对 Cuprite 数据分别用 MNSSA 及 VCA 等对比算法进行端元提取并进行全约束解混. 图 7 显示了 MNSSA 法提取的端元丰度反演图像, 其中包括(a) 水铵长石, (b) 明矾石, (c) 蒙脱土, (d) 白云母, (e) 蓝线石, (f) 玉髓, (g) 楔石, (h) 二重高岭土, (i) 水铵长石+白云母/高岭石, (j) 绿脱石, (k) 纤维钾明矾, (l) 镁铝榴石. 对比图 6 与图 7, 可以看出, 经 MNSSA 法提取出的端元对应的主要的矿物分布如: 玉髓(Chalcedony)、水铵长石(Buddingtunite)、水铵长石+白云母/高岭石(Alumite+Muscovite/Kaolinite)、明矾石(Alunite)与图 6 相应类别的矿物分布基本相似.

为了进一步定量评价 MNSSA 端元提取法的有效性, 本文计算了 Cuprite 数据的重构误差. 图 8 显示了 MNSSA 法及对比方法的重构误差图像, 重构误差的计算公式为

$$\varphi_{r_{m,q}} = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L (r_{m,q}^l - r'_{m,q}^l)^2} \quad (16)$$

式中,  $\varphi_{r_{m,q}}$  为像素  $r_{m,q}$  的重构误差;  $m, q$  分别为像素  $r_{m,q}$  的行位置和列位置;  $r_{m,q}^l$  及  $r'_{m,q}^l$  分别为光谱像元  $r_{m,q}$  第  $l$  波段的光谱反射率的测量值和重构值. 可以看出, 重构误差较高的是 PPI 方法, 其重构误差分布图中存在大面积的橘色和红色区域, 该部分区域误差数量级在 2000 左右; 重构误差较低的是 VCA、N-FINDR 及 MNSSA 方法.

对于图 8, 图 9 显示了其相应的重构断自助误差的直方图, 红线标识为重构误差图像的均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)为

$$\text{RMSE} = \frac{1}{Q} \varphi_{r_{m,q}} \quad (17)$$

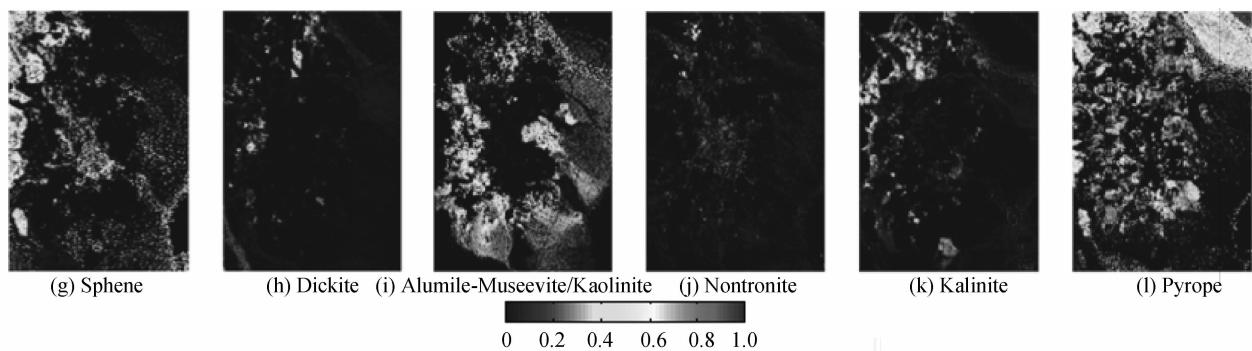


图 7 MNSSA 方法提取端元丰度图  
Fig. 7 Abundance maps of endmembers

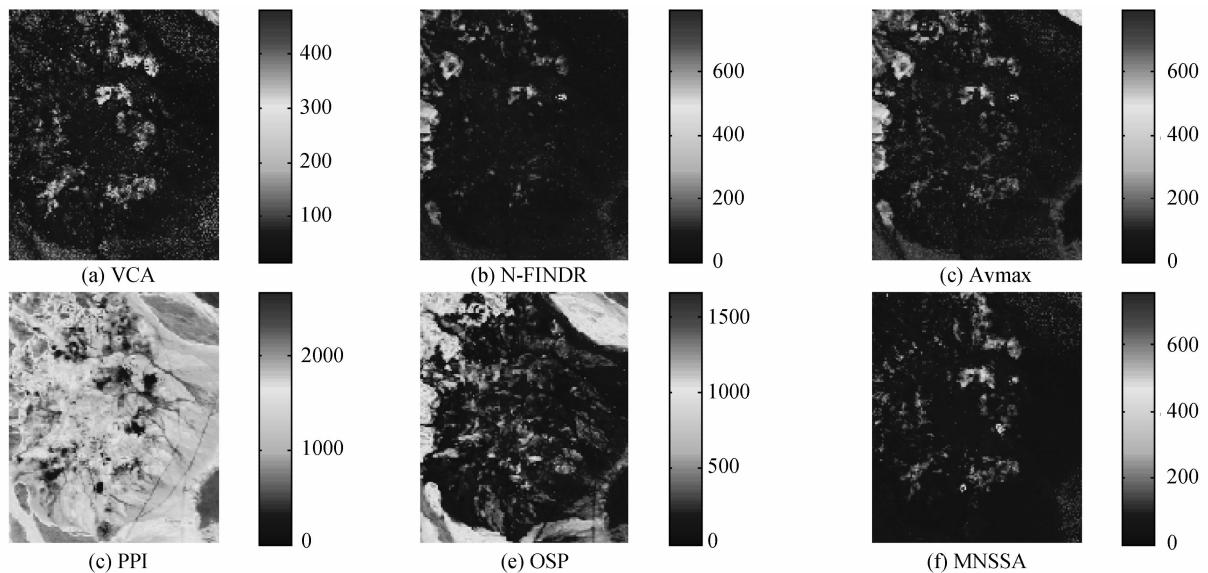


图 8 重构误差图像  
Fig. 8 Reconstruction error maps

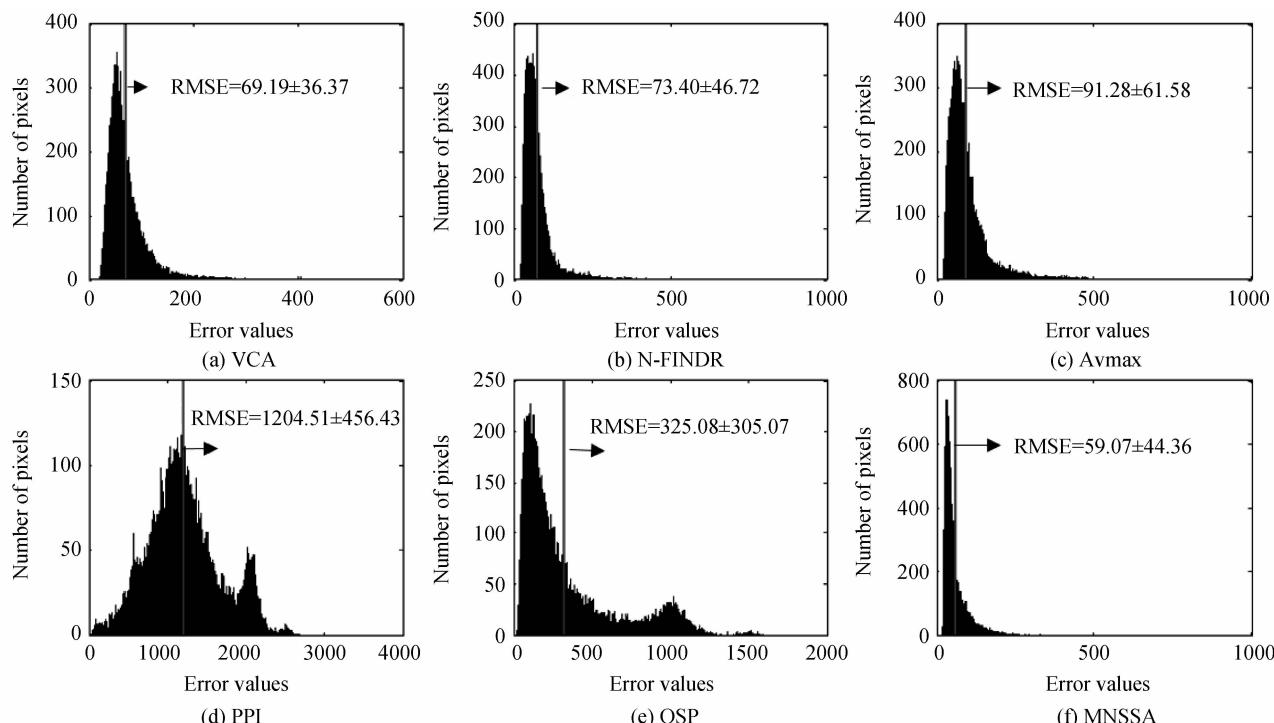


图 9 重构误差分布直方图  
Fig. 9 Histogram maps of reconstruction errors

式中,  $Q$  为遥感数据集的光谱向量总个数。

从图 9 可以看出, 重构图像的均方根误差 RMSE 最小的是 MNSSA 法, 其  $\text{RMSE} = 59.07 \pm 44.36$ . VCA 法是所测试的对比算法中重构效果较好的, 其  $\text{RMSE} = 69.19 \pm 36.37$ . 相比于 VCA 法, MNSSA 的重构均方根误差 RMSE 降低了 14.63%. PPI 方法的重构均方根误差较大, 即  $\text{RMSE} = 1204.51 \pm 456.43$ .

这一实验结果与 3.1 节中模拟数据实验结果一致。可以看出, VCA 法由于在一定程度上考虑了端元变异性, 该方法是目前基于几何的端元提取法中端元提取效果较好的端元提取方法。PPI 法通过计算高光谱像元在大量随机向量上的投影值并统计投影极值指数进行端元提取, 该方法难以提取光谱幅值发生变化的端元, 重构误差较大。该实验表明, 运用 MNSSA 法能够有效降低真实数据的重构均方根误差。

## 4 结论

本文提出了一种基于最大化  $N$  维立体光谱角 (MNSSA) 的高光谱端元提取方法, 该方法通过计算高维欧几里得空间多元光谱向量的夹角, 定量地评价该多元光谱向量的联合相似度。在线性混合模型假设条件下, 由端元构成的  $N$  维立体光谱角大于混合像元构成的  $N$  维立体光谱角。MNSSA 法通过不断迭代计算光谱向量集合的光谱夹角, 挖掘光谱夹角达到极值时的光谱向量集合。该方法不受输入端元数目及波段数目的限制。实验仿真结果表明, MNSSA 法对光谱幅值变化不敏感, 能够有效克服来自阴影、光照不均匀等因素对光谱反射特征的影响, 在信噪比为 50 dB、30 dB、15 dB 的条件下, 端元提取性能均优于当前经典并被广泛使用的 VCA、N-FINDR 等方法。对真实 AVIRIS 数据的测试结果显示, MNSSA 法提取到的端元使重构误差大大降低。MNSSA 法作为一种能够克服阴影及光照强度影响的端元提取方法具有潜在的应用价值。然而, MNSSA 法的计算核心是数学上的多重积分, 算法复杂度较高, 时间损耗较大。因而, 寻找该方法的加速算法或缩小端元搜索空间是下一步研究的内容。

## 参考文献

- [1] BIOUCAS-DIAS J M, PLAZA A, DOBIGEON N, et al. Hyperspectral unmixing overview: geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2012, **5**(2): 354-379.
- [2] CHANG C I. Hyperspectral data processing: algorithm design and analysis[M]. US: John Wiley and Sons, 2013.
- [3] 张兵, 高连如. 高光谱图像分类与目标探测[M]. 北京: 科学出版社, 2011.
- [4] WINTER M E. N-FINDR: an algorithm for fast autonomous spectral end-member determination in hyperspectral data[C]. SPIE, 1999, **3753**: 266-275.
- [5] AMBIKAPATHI A M, CHAN T-H, MA W-K, et al. A robust alternating volume maximization algorithm for endmember extraction in hyperspectral images [C]. WHISPERS, 2010, 4244: 1-4.
- [6] BOARDMAN J W, KRUSE F A, GREEN R O. Mapping target signatures via partial unmixing of AVIRIS data[C]. JPL-AESWH, 1995, **95**: 23-26
- [7] NEVILLE R A, STAENZ K, SZEREDI T, et al. Automatic endmember extraction from hyperspectral data for mineral exploration[C]. IARSC, 1999, **2593**: 21 - 24.
- [8] NASCIMENTO J M P, DIAS J M B. Vertex component analysis: a fast algorithm to unmix hyperspectral data[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2005, **43**(4): 898-910.
- [9] HARSANYI J C, CHANG C I. Hyperspectral image classification and dimensionality reduction: an orthogonal subspace projection[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1994, **32**(4): 799-785.
- [10] BATESON C A, ASNER G P, WEISSMAN C A. Endmember bundles: a new approach to incorporating endmember variability into spectral mixture analysis [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2002, **38**(2): 1083-1094.
- [11] SOHN Y, REBELLO N S. Supervised and unsupervised spectral angle classifiers[J]. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 2002, **68**(12): 1271-1282.
- [12] ROCKAFELLAR R T. Convex analysis[M]. US: Princeton university press, 1997.
- [13] HAJJA M, WALKER P. The measure of solid angles in n-dimensional Euclidean space[J]. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 2002, **33**(5): 725-729.
- [14] DAVIS P J, RABINOWITZ P. Numerical integration[M]. UK: Blaisdell Publishing Company London, 1967.
- [15] KESHAVA N, MUSTARD J F. Spectral unmixing [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2002, **19**(1): 44-57.
- [16] LI C K, MATHIAS R. The determinant of the sum of two matrices [J]. *Bulletin of the Australian Mathematical Society*, 1995, **52**: 425-429.
- [17] IORDACHE M D, BIOUCAS-DIAS J M, PLAZA A. Total variation spatial regularization for sparse hyperspectral unmixing[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2012, **50**(11): 4484-4502.
- [18] IORDACHE M D, BIOUCAS-DIAS J M, PLAZA A. Sparse unmixing of hyperspectral data[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2011, **49**(6): 2014-2039.
- [19] CLARK R N, SWAYZE G A, WISE R, et al. USGS digital spectral library splib06a[J/OL]. U. S. Geological Survey Digital Data Series, 2013. <http://speclab.cr.usgs.gov/spectral.lib06>.
- [20] CLARK R N, SWAYZE G A. Imaging spectroscopy material maps: cuprite introduction[J/OL]. Summaries of the 6<sup>th</sup> Annual JPL Airborne Earth Science Workshop, 1996: <http://speclab.cr.usgs.gov/map.intro.html>
- [21] CLARK R N, SWAYZE G A, GALLAGHER A. Mapping minerals with imaging spectroscopy[J/OL]. U. S. Geological Survey Digital Data Series, 1998. [http://speclab.cr.usgs.gov/cuprite95.tgif.2.2um\\_map.gif](http://speclab.cr.usgs.gov/cuprite95.tgif.2.2um_map.gif).