

doi:10.3788/gzxb20154409.0927001

# 耦合到马尔科夫和非马尔科夫环境下两相互作用原子系统纠缠动力学特性的研究

廖庆洪, 许娟, 鄢秋荣, 刘晔, 陈桢

(南昌大学 电子信息工程系, 南昌 330031)

**摘 要:**通过计算线性熵研究了两相互作用量子比特在马尔科夫和非马尔科夫环境下的纠缠随时间的演化特性, 讨论了偶极相互作用强度和原子与库中心频率失谐量对纠缠的影响. 结果表明线性熵随着偶极相互作用强度以及原子与库中心频率失谐量的增大而减小, 在马尔科夫环境下线性熵在短时间内趋于稳态值, 而在非马尔科夫环境下线性熵随时间的演化呈现振荡行为.

**关键词:**量子光学; 量子信息; 量子纠缠; 线性熵; 失谐量; 马尔科夫环境; 非马尔科夫环境

**中图分类号:** O431.2

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1004-4213(2015)09-0927001-6

## The Study of Dynamics Properties of Entanglement of Two Interacting Atoms Coupled to Markovian and Non-Markovian Environment

LIAO Qing-hong, XU Juan, YAN Qiu-rong, LIU Ye, CHEN An

(Department of Electronic Information Engineering, Nanchang University, Nanchang 330031, China)

**Abstract:** The entanglement dynamics of two interacting qubits under the influence of Markovian environment and non-Markovian environment was examined by making use of the linear entropy. The effect of the strength of the dipole-dipole interaction and the detuning between the transition frequency of the atom and the center frequency of the reservoir on the time evolution of entanglement was discussed. It is shown that linear entropy decreases with the increase of the strength of the dipole-dipole interaction and the detuning between the transition frequency of the atom and the center frequency of the reservoir. Linear entropy tends to steady state within a short time in the Markovian environment, but in the non-Markovian environment linear entropy shows oscillatory behavior with the time evolution.

**Key words:** Quantum optics; Quantum information; Quantum entanglement; Linear entropy; Detuning; Markovian environment; Non-Markovian environment

**OCIS Codes:** 270.0270; 270.5565; 270.5580; 270.5585

## 0 引言

量子纠缠被广泛应用于量子态的隐形传送<sup>[1]</sup>、密集编码<sup>[2]</sup>以及基于量子纠缠的密钥传送方案等量子信息处理中<sup>[3]</sup>. 纠缠时间长和关联度高的量子纠缠态在大范围量子网络工作和量子中继站的应用中起着重要作用. 但是在实际应用中, 原子体系不可避免地与周围环境发生相互作用, 从而减弱甚至消除体系的纠缠. 表

现在它与环境交换能量和信息, 从而导致相干性和纠缠的破坏, 这被称为量子退相干效应. 这些效应会导致系统的纠缠减弱甚至消除, 因此对与环境耦合的两相互作用原子纠缠的研究具有重大意义.

王菊霞研究了多模光场与两能级原子相互作用系统中保真度与纠缠度的关联<sup>[4]</sup>, 结果表明原子初始处于分离态, 原子保真度与原子纠缠度始终存在相互反相的振荡现象. 文献[5-6]研究了扩散过程中弱相干光

**基金项目:**国家自然科学基金(Nos. 11247213, 61368002, 11304010, 11264030, 61168001)、中国博士后科学基金(No. 2013M531558)、江西省博士后科研择优项目(No. 2013KY33)、江西省自然科学基金(No. 20142BAB217001)、江西省青年科学家(井冈之星)培养对象计划项目(No. 20122BCB23002)和江西省教育厅科技项目(Nos. GJJ13051, GJJ13057)资助

**第一作者:**廖庆洪(1982-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为量子光学与量子信息. Email: nculqh@163.com

**收稿日期:** 2015-05-05; **录用日期:** 2015-06-17

<http://www.photon.ac.cn>

场以及光子增加混沌场的退相干效应,结果显示随着扩散过程的进行,弱相干场的压缩深度在减小以及随着光子数的增加,光子增加混沌场的非经典效应减弱.石名俊等考虑了量子纯态在时间反演变换下的行为以及相应的密度矩阵在 Hilbert-Schmidt 空间中的表示,并由此对纠缠度给出了较为直观的几何解释<sup>[7]</sup>.张登玉研究了二能级原子与多模场的相互作用,其中两能级原子置于热库环境中,结果表明外加驱动场满足一定条件时可以保持原子的相干性<sup>[8]</sup>.文献[9]在 Milburn 方程的支持下,研究了在偶极相互作用存在的前提下克尔介质对两原子系统纠缠度的影响.通过并发度计算了系统的纠缠度,讨论了并发度随时间的振荡情况,结果表明在偶极相互作用存在的前提下,通过适当选取克尔介质的耦合常量,可以更好地提高系统的纠缠度,从而有效地抑制内禀消相干的作用.文献[10]研究了两量子比特耦合在共同的热库环境中,结果表明两量子比特间会产生纠缠,并且纠缠维持时间的长短与系统的环境和量子比特间的耦合系数有关. Kim 等研究了两原子和一个高混沌环境相互作用的系统,研究发现两原子在这个环境中会产生纠缠<sup>[11]</sup>.文献[12]研究了两能级偶极相互作用的原子耦合到一个共同电磁库的系统.环境关联函数的时间尺度比退相干时间长时称为非马尔科夫环境.非马尔科夫环境有记忆效应可用于高纠缠的腔系统<sup>[13]</sup>、光子的带隙材料<sup>[14]</sup>及长时间纠缠态<sup>[15-18]</sup>.在文献[19-20]中两原子的偶极相互作用忽略不计,只考虑两量子比特耦合到共同的环境库中.文献[21]研究了两能级原子非共振的耦合到一个共同的非马尔科夫环境中,结果显示由非马尔科夫环境引起的纠缠明显大于马尔科夫环境,并且纠缠的最大值依赖于原子与库中心频率失谐量以及原子与库相互作用的强度.

线性熵能很好地用于测量量子态的纯度,其研究有利于各量子态的纯度分析.另一方面由于线性熵更容易计算,可以作为一种纠缠的度量方式很好地用于描述光场与物质相互作用过程中系统的纠缠动力学特性.本文主要考虑两相互作用量子比特耦合到马尔科夫环境和非马尔科夫环境中,通过计算线性熵随时间的演化来度量两相互作用的量子比特与环境纠缠,研究偶极相互作用强度和原子与库中心频率失谐量对纠缠动力学特性的影响.

## 1 物理模型及演化方程

当两个原子之间的距离小于腔的波长时,两原子之间的相互作用是不可忽略的,本文研究的物理模型包含两个相互作用的量子比特,量子比特为一个两能级原子系统,其中激发态为 $|e\rangle$ ,基态为 $|g\rangle$ ,两量子比特耦合到共同的环境中,物理模型如图 1 所示,系统的

哈密顿量(取  $\hbar=1$ )为<sup>[21]</sup>

$$H = H_0 + H_{dd} + H_{int} \quad (1)$$

式中

$$H_0 = \omega_1 \sigma_+^{(1)} \sigma_-^{(1)} + \omega_2 \sigma_-^{(2)} + \sigma_+^{(2)} + \sum_k \omega_k a_k^\dagger a_k \quad (2)$$

$$H_{dd} = \Omega (\sigma_+^{(1)} \sigma_-^{(2)} + \sigma_+^{(2)} \sigma_-^{(1)}) \quad (3)$$

$$H_{int} = \sum_k (\alpha_1 g_k \sigma_+^{(1)} a_k + \alpha_2 g_k \sigma_+^{(2)} a_k) + \text{h. c.} \quad (4)$$

式中  $\omega_j$  ( $j=1,2$ ) 为原子  $j$  的跃迁频率,为了简单起见,假定两原子的跃迁频率相等 ( $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$ ),  $\omega_k$  为环境第  $k$  个模式频率.  $\sigma_\pm^{(j)}$  为原子  $j$  的升降算符,  $\Omega$  为两原子的偶极相互作用强度.  $a_k^\dagger$  ( $a_k$ ) 为环境第  $k$  个模的产生(湮灭)算符,  $\alpha_j g_k$  ( $j=1,2$ ) 为第  $j$  ( $j=1,2$ ) 个原子与环境第  $k$  个模式之间的耦合强度,  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  是表征耦合强度的无量纲常量,一般地,  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  可以各自独立变化,表示每个原子和环境第  $k$  个模式之间耦合强度不一样,实验上可以通过改变原子在腔中的位置来实现.

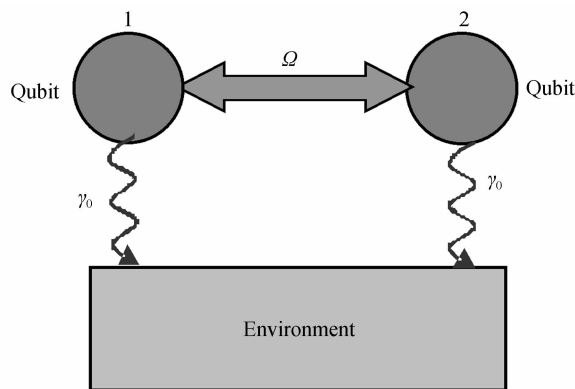


图 1 物理模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the physical model

设两量子比特初始处于  $|e\rangle_1 |g\rangle_2$ , 环境处于真空态,则系统的初态为

$$|\Psi(0)\rangle = |e\rangle_1 |g\rangle_2 |0\rangle_e \quad (5)$$

式中,  $|0\rangle_e = \bigotimes_{k=1}^N |0_k\rangle_e$ .

在  $t > 0$  的任意时刻,由于原子与环境的相互作用,系统的态矢量演变为

$$|\Psi(t)\rangle = M_1(t) |e\rangle_1 |g\rangle_2 |0\rangle_e + M_2(t) |e\rangle_2 |g\rangle_1 |0\rangle_e + \sum_k c_k(t) |g\rangle_1 |g\rangle_2 |1_k\rangle_e \quad (6)$$

式中,  $|1_k\rangle_e$  表示环境第  $k$  模处于单光子数态.

将式(6)代入到薛定谔方程中得到

$$\begin{cases} \dot{M}_1(t) = \alpha_1 \sum_k g_k c_k(t) \exp[-i(\omega_k - \omega_0)t] + \Omega M_2(t) \\ \dot{M}_2(t) = \alpha_2 \sum_k g_k c_k(t) \exp[-i(\omega_k - \omega_0)t] + \Omega M_1(t) \\ \dot{c}_k(t) = [\alpha_1 M_1(t) + \alpha_2 M_2(t)] g_k^* \exp[i(\omega_k - \omega_0)t] \end{cases} \quad (7)$$

求解式(7)中第三个方程并代入到第一个和第二个

个方程,得到  $M_1(t)$  和  $M_2(t)$  的表达式为

$$\begin{cases} \dot{M}_1(t) = -i\Omega M_2(t) - \alpha_1 \sum_k \int_0^t dt_1 |g_k|^2 [\alpha_1 M_1(t_1) + \alpha_2 M_2(t_1)] \exp[-i(\omega_k - \omega_0)(t - t_1)] \\ \dot{M}_2(t) = -i\Omega M_1(t) - \alpha_2 \sum_k \int_0^t dt_1 |g_k|^2 [\alpha_1 M_1(t_1) + \alpha_2 M_2(t_1)] \exp[-i(\omega_k - \omega_0)(t - t_1)] \end{cases} \quad (8)$$

令  $f(t-t_1) = \sum_k |g_k|^2 \exp[-i(\omega_k - \omega_0)(t-t_1)]$ , 则式(8)变为

$$\begin{cases} \dot{M}_1(t) = -i\Omega M_2(t) - \alpha_1 \int_0^t dt_1 f(t-t_1) \cdot [\alpha_1 M_1(t_1) + \alpha_2 M_2(t_1)] \\ \dot{M}_2(t) = -i\Omega M_1(t) - \alpha_2 \int_0^t dt_1 f(t-t_1) \cdot [\alpha_1 M_1(t_1) + \alpha_2 M_2(t_1)] \end{cases} \quad (9)$$

本文考虑洛伦兹谱分布,具体的谱分布形式为

$$J(\omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{\gamma_0 \lambda^2}{(\omega_0 - \omega - \Delta)^2 + \lambda^2} \quad (10)$$

式中,  $\gamma_0$  为量子比特激发态的衰减率,  $\omega_0$  为原子和库的中心频率,  $\Delta$  为原子和库中心频率失谐量,  $\lambda$  为谱宽.

而  $f(t-t_1)$  与  $J(\omega)$  之间的关系表达式为

$$f(t-t_1) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega J(\omega) \exp[-i(\omega - \omega_0) \cdot (t-t_1)] \quad (11)$$

把式(10)代入式(11),利用留数定理可得  $f(t-t_1)$  的表达式为

$$f(t-t_1) = \frac{1}{2\pi} \gamma_0 \lambda \exp[-(\lambda - i\Delta)(t-t_1)] \quad (12)$$

当  $\lambda > 2\gamma_0$  和  $\lambda < 2\gamma_0$  时,分别表示马尔科夫区域和非马尔科夫区域.对于马尔科夫过程,系统的能量和信息只能单向地流向环境,并很快地弥散在环境中,这些丢失的信息和能量再也不可能反作用于系统,因而马尔科夫过程是一个无记忆的不可逆过程.相反,对于非马尔科夫过程,环境将表现出一定的记忆效应,此时流到环境中的信息和能量会部分地返流到系统,从而使得系统现在的状态演化依赖于其历史,表现出不同于马尔科夫过程的新特性.

对式(9)进行拉普拉斯变换,设  $\gamma = \gamma_0(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)$ , 相对耦合强度  $r_j = \alpha_j(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{-1/2}$  ( $j=1,2$ ), 得

$$\begin{cases} L[M_1(t)] = \frac{2[M_2(0)\Omega + iM_1(0)s](is + \Delta) + [2iM_2(0) - 2M_1(0)s - \gamma M_1(0)r_2^2 + \gamma M_2(0)r_1 r_2]\lambda}{2(\Omega^2 + s^2)(s - i\Delta) + [2\Omega^2 - 2i\Omega r_1 r_2 \gamma + 2s^2 + s\gamma]} \\ L[M_2(t)] = \frac{2[M_1(0)\Omega + iM_2(0)s](is + \Delta) + [2iM_1(0) - 2M_2(0)s - \gamma M_2(0)r_2^2 + \gamma M_1(0)r_1 r_2]\lambda}{2(\Omega^2 + s^2)(s - i\Delta) + [2\Omega^2 - 2i\Omega r_1 r_2 \gamma + 2s^2 + s\gamma]} \end{cases} \quad (13)$$

式中,  $M_1(0)$  和  $M_2(0)$  分别为  $M_1(t)$  和  $M_2(t)$  的初始值,当相对耦合强度  $r_1 = r_2$  时,利用拉普拉斯逆变换,可得系数  $M_1(t)$  和  $M_2(t)$  解析表达式为<sup>[21]</sup>

$$\begin{cases} M_1(t) = \frac{1}{4} \left\{ -2e^{i\Omega t} + \frac{e^{-1/2t(i(-\Delta+\Omega)+\lambda)} \left[ -2Q \cosh\left(\frac{Qt}{2}\right) + 2i(\Delta+\Omega+i\lambda) \sinh\left(\frac{Qt}{2}\right) \right]}{Q} \right\} \\ M_2(t) = \frac{1}{4} \left\{ 2e^{i\Omega t} + \frac{e^{-1/2t(i(-\Delta+\Omega)+\lambda)} \left[ -2Q \cosh\left(\frac{Qt}{2}\right) + 2i(\Delta+\Omega+i\lambda) \sinh\left(\frac{Qt}{2}\right) \right]}{Q} \right\} \end{cases} \quad (14)$$

式中:  $Q = \sqrt{-(\Delta+\Omega)^2 - 2i(-2i\gamma_0 + \Delta+\Omega)\lambda + \lambda^2}$ .

在标准基  $|e_1 e_2\rangle, |e_1 g_2\rangle, |g_1 e_2\rangle$  和  $|g_1 g_2\rangle$  下,可得两个原子的约化密度矩阵为

$$\rho = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{22} & \rho_{23} & 0 \\ 0 & \rho_{32} & \rho_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho_{44} \end{pmatrix} \quad (15)$$

式中

$$\begin{cases} \rho_{22} = |M_1(t)|^2, \rho_{23} = M_1(t)M_2^*(t) \\ \rho_{32} = M_2(t)M_1^*(t), \rho_{33} = |M_2(t)|^2 \\ \rho_{44} = 1 - |M_1(t)|^2 - |M_2(t)|^2 \end{cases} \quad (16)$$

线性熵是基于态的纯度(Purity)基础上定义的,态的纯度定义为<sup>[22-23]</sup>

$$P \equiv \text{Tr}(\rho^2) \quad (17)$$

$P$  的取值范围是  $1/N \leq P \leq 1$ ,  $N$  为态的维数,  $P=1$  对应纯态,  $P=1/N$  对应完全混态.线性熵的定义为<sup>[22-23]</sup>

$$S_L = 1 - \text{Tr}(\rho^2) \quad (18)$$

$S_L$  的取值范围是  $0 \leq S_L \leq 1 - 1/N$ ,  $S_L=0$  对应为非纠缠态,  $S_L=1-1/N$  为最大纠缠态.本文利用线性熵来度量两量子比特子系统和环境子系统之间的纠缠,得到两量子比特的线性熵为<sup>[24-26]</sup>

$$S(t) = 1 - \text{Tr}(\rho^2) = 1 - [\rho_{22}^2 + \rho_{33}^2 + \rho_{44}^2 + 2\rho_{23}\rho_{32}] \quad (19)$$

## 2 结果与讨论

在这部分详细讨论两量子比特线性熵在不同参量影响下的动力学特性,图 2~8 中分别讨论了偶极相互作用强度和原子与库中心频率失谐量在马尔科夫和非马尔科夫环境下纠缠随时间的演化特性.

图2和图3展示了两量子比特在马尔科夫和非马尔科夫环境下纠缠的演化行为. 其中图2原子与库中心频率失谐量  $\Delta=0$  和谱宽  $\lambda=3\gamma_0$ , 当偶极相互作用强度取不同值时, 线性熵随时间的演化特性. 图中实线对应参量  $\Omega=0$ , 点线对应参量  $\Omega=0.5\gamma_0$ , 点虚线对应参量  $\Omega=0.75\gamma_0$ . 从图2可以看出, 随着量子比特相互作用时间的增加, 量子比特线性熵随时间的演化逐渐增大, 直到达到稳态值. 而且在达到稳态值之前, 比较图2插图中的实线、点线和点虚线可知, 偶极相互作用强度  $\Omega=0$  所获得的线性熵最大, 表示此时两原子子系统和环境子系统间纠缠最大. 图3原子与库中心频率失谐量  $\Delta=0$  和谱宽  $\lambda=0.025\gamma_0$ , 图中实线对应参量  $\Omega=0$ , 点线对应参量  $\Omega=0.5\gamma_0$ , 点虚线对应参量  $\Omega=0.75\gamma_0$ . 从图3可以看出, 量子比特的偶极相互作用强度取不同值时, 量子比特线性熵随时间演化获得的最

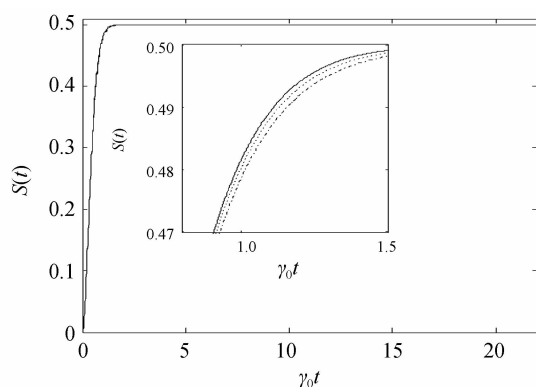


图2 线性熵随时间的演化规律,  $\Delta=0, \lambda=3\gamma_0$ , 实线, 点线和点虚线分别对应参量  $\Omega=0, 0.5\gamma_0, 0.75\gamma_0$

Fig. 2 The time evolution of linear entropy,  $\Delta=0, \lambda=3\gamma_0$ . The solid line, dotted line and the dash-dotted lines correspond to the parameters  $\Omega=0, 0.5\gamma_0, 0.75\gamma_0$  respectively

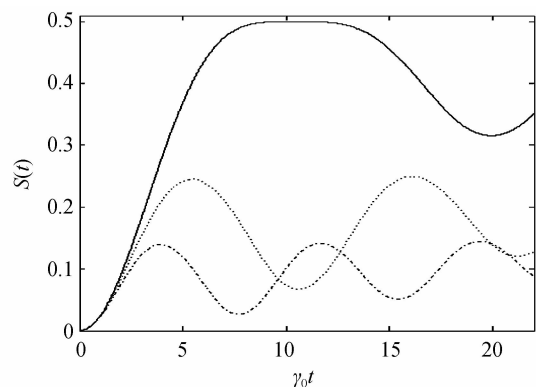


图3 线性熵随时间的演化规律,  $\Delta=0, \lambda=0.025\gamma_0$ , 实线, 点线和点虚线分别对应参量  $\Omega=0, 0.5\gamma_0, 0.75\gamma_0$

Fig. 3 The time evolution of linear entropy,  $\Delta=0, \lambda=0.025\gamma_0$ . The solid line, dotted line and the dash-dotted lines correspond to the parameters  $\Omega=0, 0.5\gamma_0, 0.75\gamma_0$  respectively

大值不一样. 从图3的实线可知, 当偶极相互作用强度  $\Omega=0$  时, 线性熵可以获得最大值 0.5, 此时两量子比特子系统和环境子系统之间纠缠达到最大. 随着两原子的偶极相互作用强度的增加, 线性熵逐渐减小, 两量子比特子系统和环境子系统之间的纠缠越小, 主要由于量子比特与库的有效耦合作用强度减小, 原子和库之间交换信息更少.

为了展示马尔科夫环境和非马尔科夫环境对两原子线性熵的动力学特性影响, 图4给出了偶极相互作用强度  $\Omega=0$  和原子与库中心频率失谐量  $\Delta=0$  时, 在不同的环境下线性熵随时间的演化特性. 实线对应的参量是  $\lambda=3\gamma_0$ , 虚线对应的参量是  $\lambda=0.025\gamma_0$ . 从图中可以看出, 在马尔科夫环境下, 线性熵在很短的时间内达到最大值并且之后一直处于稳态值, 量子比特与环境的信息交换很迅速. 在非马尔科夫环境下, 由图4中的点线可知, 随着相互作用的开始, 线性熵逐渐增加, 量子比特子系统和环境子系统之间的纠缠增大, 达到最大值后, 线性熵呈现减小趋势, 随之纠缠也减小. 在非马尔科夫环境下, 线性熵随时间演化呈现振荡行为, 由于非马尔科夫的记忆效应, 量子比特与环境之间的信息来回不断的交换.

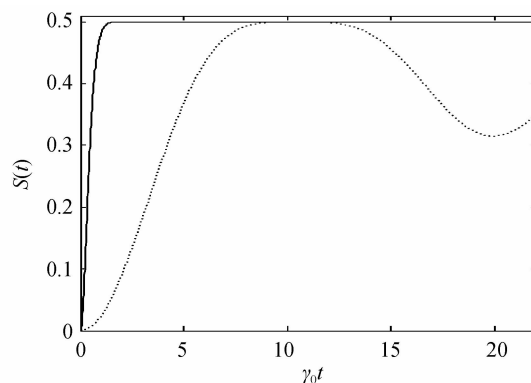


图4 线性熵随时间的演化规律,  $\Delta=0, \Omega=0$ , 实线和点线分别对应参量  $\lambda=3\gamma_0, \lambda=0.025\gamma_0$

Fig. 4 The time evolution of linear entropy,  $\Delta=0, \Omega=0$ . The solid line, dotted line correspond to the parameters  $\lambda=3\gamma_0, \lambda=0.025\gamma_0$  respectively

为了更好地解释马尔科夫环境和非马尔科夫环境对两原子线性熵的动力学特性影响, 画出量子比特布局数  $\rho_{22}, \rho_{33}$  和  $\rho_{44}$  在这两个环境下的时间演化特性, 如图5和6所示. 图5展示了两量子比特在马尔科夫环境下量子比特布局数的变化. 由图可知, 在很短的时间内, 这些布局数都将达到稳态值. 这就表示量子比特与环境的信息迅速交换. 图6展示了两量子比特在非马尔科夫环境下量子比特布局数的变化. 由图6可知, 量子比特与环境的信息来回不断地交换, 最终量子比特布局数  $\rho_{22}, \rho_{33}$  和  $\rho_{44}$  都达到稳态值.

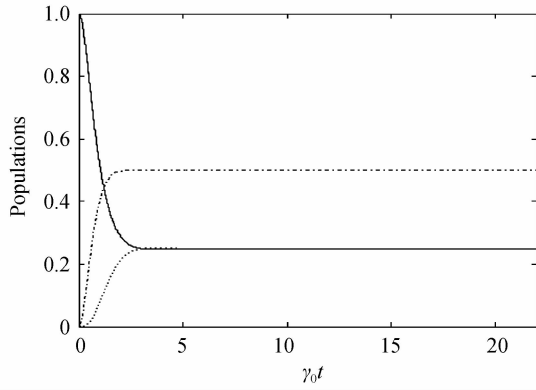


图 5 布局数随时间的演化规律,  $\Delta=0, \lambda=3\gamma_0, \Omega=0$ , 实线, 点线和点虚线分别表示  $\rho_{22}, \rho_{33}, \rho_{44}$

Fig. 5 The time evolution of the populations,  $\Delta=0, \lambda=3\gamma_0, \Omega=0$ . The solid line, dotted line and the dotted lines correspond to  $\rho_{22}, \rho_{33}, \rho_{44}$  respectively

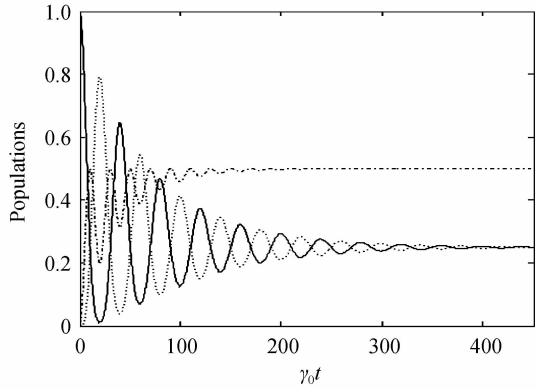


图 6 布局数随时间的演化规律,  $\Delta=0, \lambda=0.025\gamma_0, \Omega=0$ , 实线, 点线和点虚线分别表示  $\rho_{22}, \rho_{33}, \rho_{44}$

Fig. 6 The time evolution of the populations,  $\Delta=0, \lambda=0.025\gamma_0, \Omega=0$ . The solid line, dotted line and the dotted lines correspond to  $\rho_{22}, \rho_{33}, \rho_{44}$  respectively

图 7 展示了两量子比特在马尔科夫环境下原子与库中心频率失谐量对纠缠的影响. 其中固定偶极相互作用强度  $\Omega=0$  和谱宽  $\lambda=3\gamma_0$ , 当原子与库中心频率失

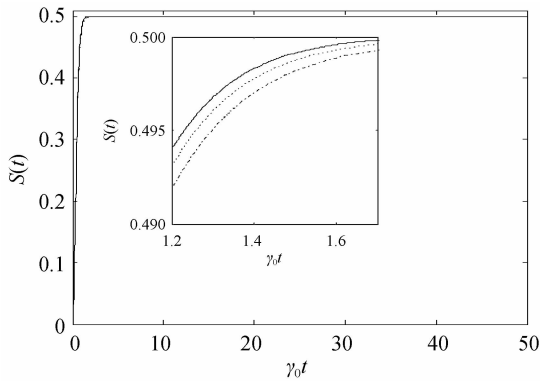


图 7 线性熵随时间的演化规律,  $\Omega=0, \lambda=3\gamma_0$ , 实线, 点线和点虚线分别对应失谐量  $\Delta=0, 0.2\gamma_0, \gamma_0$

Fig. 7 The time evolution of linear entropy,  $\Omega=0, \lambda=3\gamma_0$ . The solid line, dotted line and the dotted lines correspond to the detuning  $\Delta=0, 0.2\gamma_0, \gamma_0$  respectively

谐量取不同值时, 线性熵随时间的演化特性. 图中实线对应参量  $\Delta=0$ , 点线对应参量  $\Delta=0.2\gamma_0$ , 点虚线对应参量  $\Delta=\gamma_0$ . 从图 7 中可以看出, 随着量子比特与环境相互作用时间的增加, 量子比特线性熵随时间的演化逐渐增加, 直到达到稳态值. 在达到稳态值之前, 比较图 7 插图中的实线、点线和点虚线可知, 原子与库中心频率失谐量为零 ( $\Delta=0$ ) 时所获得的线性熵最大, 表示此时两原子子系统和环境子系统间纠缠最大.

图 8 展示了两量子比特在非马尔科夫环境下原子与库中心频率失谐量对纠缠的影响. 其中固定偶极相互作用强度  $\Omega=0$  和谱宽  $\lambda=0.025\gamma_0$ , 当原子与库中心频率失谐量取不同值时, 线性熵随时间的演化特性. 图中实线对应参量  $\Delta=0$ , 点线对应参量  $\Delta=0.2\gamma_0$ , 点虚线对应参量  $\Delta=\gamma_0$ . 从图 8 可以看出, 原子与库中心频率失谐量取不同值时, 量子比特线性熵随时间演化获得的最大值不一样, 从图 8 的实线可知, 当原子与库中心频率失谐量  $\Delta=0$  时, 线性熵可以获得最大值 0.5, 此时两量子比特子系统和环境子系统之间纠缠达到最大. 随着原子和库中心频率失谐量的增加, 两量子比特子系统和环境子系统之间的纠缠越小, 主要原因为量子比特与库的有效耦合作用强度减小.

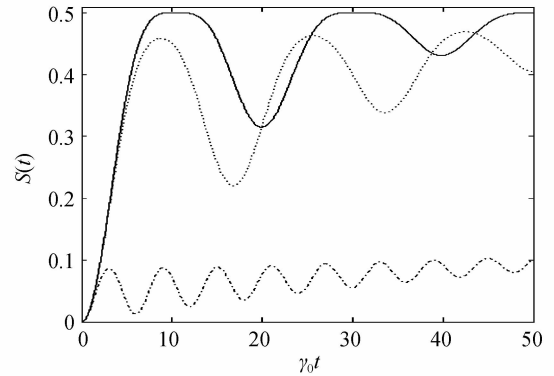


图 8 线性熵随时间的演化规律,  $\Omega=0, \lambda=0.025\gamma_0$ , 实线, 点线和点虚线分别对应失谐量  $\Delta=0, 0.2\gamma_0, \gamma_0$

Fig. 8 The time evolution of linear entropy,  $\Omega=0, \lambda=0.025\gamma_0$ . The solid line, dotted line and the dotted lines correspond to the detuning  $\Delta=0, 0.2\gamma_0, \gamma_0$  respectively

### 3 结论

本文以线性熵作为纠缠的度量研究了两相互作用量子比特在马尔科夫环境和非马尔科夫环境下纠缠的动力学特性. 分析了偶极相互作用强度以及原子与库中心频率失谐量对纠缠的影响, 结果表明: 1) 在马尔科夫和非马尔科夫环境下, 偶极相互作用强度为零时, 两量子比特子系统和环境子系统的纠缠最大, 并且随着偶极相互作用强度越大, 两量子比特子系统和环境子系统的纠缠越小, 物理机理主要由于量子比特与库的有效耦合作用强度减小, 原子和库之间交换信息更

少;2)在马尔科夫环境下线性熵在短时间内趋于稳态值,而在非马尔科夫环境下线性熵随时间的演化呈现振荡行为;3)在马尔科夫和非马尔科夫环境下,当原子与库中心频率失谐量为零时,两量子比特子系统和环境子系统的纠缠最大,并且随着原子与库中心频率失谐量逐渐增大,两量子比特子系统和环境子系统的纠缠越小,主要物理原因为随着原子和库中心频率失谐量的增大,量子比特与库的有效耦合作用强度减小. 本文的研究结果对开放系统中量子纠缠的制备和操控以及量子通讯具有一定的指导意义.

## 参考文献

- [1] BENNETT C H, BRASSARD G, CRÉPEAU C, *et al.* Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels [J]. *Physical Review Letters*, 1993, **70**(13): 1895-1899.
- [2] BENNETT C H, WIESNER S J. Communication via one-and two-particle operators on Einstein-Podolsky-Rosen states[J]. *Physical Review Letters*, 1992, **69**(20): 2881-2884.
- [3] EKERT A K. Quantum cryptography based on Bell's theorem [J]. *Physical Review Letters*, 1991, **67**(6): 661-663.
- [4] WANG Ju-xia. Relevance between fidelity and degree of entanglement in the system of two-level atoms interacting with multi-mode fields[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, **43**(3): 0327002.  
王菊霞. 多模光场与两能级原子相互作用系统中保真度与纠缠度的关联[J]. 光子学报, 2014, **43**(3): 0327002.
- [5] QIU Chang-dong, LU Dao-ming. Decoherence of weak coherent state in the diffusion process [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2015, **44**(2): 0227002.  
邱昌东, 卢道明. 扩散过程中弱相干光场的退相干[J]. 光子学报, 2015, **44**(2): 0227002.
- [6] LU Dao-ming. Nonclassical property and decoherence of photon-added chaotic field[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, **43**(9): 0927001.  
卢道明. 光子增加混沌场的退相干和非经典效应[J]. 光子学报, 2014, **43**(9): 0927001.
- [7] SHI Ming-jun, DU Jiang-feng, ZHU Dong-pei. Entanglement of quantum pure states[J]. *Acta Physica Sinica*, 2000, **49**(5): 825-829.  
石名俊, 杜江峰, 朱栋培. 量子纯态的纠缠度[J]. 物理学报, 2000, **49**(5): 825-829.
- [8] 张登玉. 量子逻辑门与量子退相干[M]. 北京: 科学出版社, 2013.
- [9] QI Lin-na, ZHANG Shou. The influence of Kerr medium on the intrinsic decoherence under the condition of existence of dipole-dipole interaction[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(7): 4630-4634.  
齐琳娜, 张寿. 偶极相互作用存在的前提下 Kerr 介质对系统纠缠度的影响[J]. 物理学报, 2009, **58**(7): 4630-4634.
- [10] BRAUN D. Creation of entanglement by interaction with a common heat bath[J]. *Physical Review Letters*, 2002, **89**(27): 277901.
- [11] KIM M S, LEE J, AHN D, *et al.* Entanglement induced by a single-mode heat environment [J]. *Physical Review A*, 2002, **65**(4): 040101.
- [12] NICOLOSI S, NAPOLI A, MESSINA A, *et al.* Dissipation-induced stationary entanglement in dipole-dipole interacting atomic samples [J]. *Physical Review A*, 2004, **70**(2): 022511.
- [13] DUBLIN F, ROTTER D, MUKHERJEE M, *et al.* Photon correlation versus interference of single-atom fluorescence in a half-cavity [J]. *Physical Review Letters*, 2007, **98**(18): 183003.
- [14] LAMBROPOULOS P, NIKOLOPOULOS G M, NIELSEN T R, *et al.* Fundamental quantum optics in structured reservoirs [J]. *Reports on Progress in Physics*, 2000, **63**(4): 455-503.
- [15] BELLOMO B, LO FRANCO R, MANISCALCO S, *et al.* Entanglement trapping in structured environments [J]. *Physical Review A*, 2008, **78**(6): 060302.
- [16] XIAO Xing, FANG Mou-fa, LI Yan-ling, *et al.* Robust entanglement preserving by detuning in non-Markovian regime [J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2009, **42**(23): 235502.
- [17] TAN J, KYAW T H, YEO Y. Non-Markovian environments and entanglement preservation [J]. *Physical Review A*, 2010, **81**(6): 062119.
- [18] TONG Qing-jun, AN Jun-hong, LUO Hong-gang, *et al.* Mechanism of entanglement preservation [J]. *Physical Review A*, 2010, **81**(5): 052330.
- [19] LI Yan-ling, FANG Mou-fa. High entanglement generation and high fidelity quantum state transfer in a non-Markovian environment [J]. *Chinese Physics B*, 2011, **20**(10): 100312.
- [20] LI Jun-qi, LIU Jian, LIANG J Q. Environment-induced quantum correlations in a driven two-qubit system [J]. *Physica Scripta*, 2012, **85**(6): 065008.
- [21] XIAO Rui-lin, XIAO Xing, ZHONG Wo-jun. High degree entanglement generation of two atoms in a common non-markovian reservoir with dipole-dipole interaction [J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2013, **52**(2): 458-464.
- [22] BOSE S, VEDRAL V. Mixedness and teleportation [J]. *Physical Review A*, 2000, **61**(4): 040101-1-2.
- [23] JAEGER G, SERGIENKO A V, SALEH B E A, *et al.* Entanglement, mixedness, and spin-flip symmetry in multiple-qubit systems [J]. *Physical Review A*, 2003, **68**(2): 022318-1-5.
- [24] MUNRO W J, JAMES D F V, WHITE A G, *et al.* Maximizing the entanglement of two mixed qubits [J]. *Physical Review A*, 2001, **64**(3): 030302-1-4.
- [25] BERRY D W, SANDERS B C. Bounds on general entropy measures [J]. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 2003, **36**(49): 12255-12265.
- [26] EL-ORANY F A A. Relationship between the linear entropy, the von Neumann entropy and the atomic Wehrl entropy for the Jaynes-Cummings model. 2007, Preprint quant-ph/07054.

**Foundation item:** The National Natural Science Foundation of China (Nos. 11247213, 61368002, 11304010, 11264030, 61168001), the China Postdoctoral Science Foundation (No. 2013M531558), the Jiangxi Postdoctoral Research Project (No. 2013KY33), the Natural Science Foundation of Jiangxi Province (No. 20142BAB217001), the Foundation for Young Scientists of Jiangxi Province (Jinggang Star) (No. 20122BCB23002) and the Research Foundation of the Education Department of Jiangxi Province (Nos. GJJ13051, GJJ13057)