

doi:10.3788/gzxb20154409.0912002

两相干平面波照射球体的远场干涉及直径测量

李建民, 牛振凤, 王延峰, 邵雪辉, 陈方, 张晓攀, 罗静, 杨富

(河北北方学院 理学院 现代光学研究所, 河北 张家口 075000)

摘 要:提出一种球远场干涉理论模型,即两相干平面波以任意夹角照射表面光滑球体,其反射波在远场发生干涉.推出两反射波在远场的光程差公式,并用远场干涉准确测量球直径,给出了测量球直径的公式.用分光仪、CCD 照相机、氦氖激光器、光学平台和电脑等组成测量系统,给出使用原始激光束测量球直径的方法.将远场干涉法测量结果与阿贝比较仪测量结果进行比较,相对差为 0.2%;使用高斯光束所产生的测量误差为 5×10^{-5} mm 且可略.此测量方法还可对相机镜头畸变实现自校正.结果表明理论和测量方法正确,用高斯激光束测量球直径可行.

关键词:测量和计量;干涉;直径测量;高斯光束;畸变校正

中图分类号:O436.1

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2015)09-0912002-6

Far-field Interference and Diameter Measurement on Two Coherent Plane Waves Irradiating Sphere

LI Jian-min, NIU Zhen-feng, WANG Yan-feng, SHAO Xue-hui, CHEN Fang,
ZHANG Xiao-pan, LUO Jing, YANG Fu

(Institute of Modern Optics, School of Science, Hebei North University, Zhangjiakou, Hebei 075000, China)

Abstract: A theoretical model of the sphere far-field interference was given. When two coherent plane waves are irradiating the smooth sphere at any included angle, the reflected waves interfere in the far-field. A formula on optical path difference of reflected waves is derived in the far field. The sphere diameter can be accurately measured with far field interference and a formula on measuring the diameter is given. The measurement system contains spectrometer, CCD camera, helium-neon laser, optical platform and computer. The method is given to measure the diameter of the sphere with original laser beam. The measured results of diameter by far-field interference are compared with that by the Abbe comparator, the relative difference of which is 0.2%. The measurement error generated by Gaussian beam is 5×10^{-5} mm and can be negligible. This measurement method can achieve self-camera lens distortion correction. It shows that the theory and method of measurement is accurate. Gaussian laser beams is possible to measure the diameter of the sphere.

Key words: Measurement and metrology; Interference; Diameter measurement; Gaussian beam; Distortion correction

OCIS Codes: 120.0120; 120.3180; 080.0080; 140.3295; 080.1005

0 引言

远场波动光学的夫琅禾费衍射小直径检测技术^[1-4],可对丝径作静态或动态测量.当激光照射气液两相流中的雾滴时,经液滴表面的反射光与折射光在聚焦于无限远的相机焦平面上干涉产生干涉条纹,可

对液滴直径进行测量^[5-9].曾被称为米散射干涉(Mie Scattering Interference, MSI)、干涉粒子成像(Interferometric Particle Imaging, IPI)、干涉激光成像粒子尺寸测量(Interometric Laser Imaging for Droplet Sizing, ILIDS)等.当激光照射到流体中的气泡时,经气泡表面的全反射光与折射光亦在聚焦于无限远的相

基金项目:河北省自然科学基金项目(No. F2015405011)和河北省科技支撑计划项目(No. 14277778D)资助

第一作者:李建民(1956-),男,教授,主要研究方向为光学、物理测量技术. Email: lijianmin318@sina.com

收稿日期:2015-02-15;录用日期:2015-07-02

<http://www.photon.ac.cn>

机焦平面上干涉产生干涉条纹,可对气泡直径进行测量^[9-11]. Masanobu Maeda等^[9]使用脉冲激光并用几何光学方法对干涉条纹进行压缩,用远场干涉法实现了粒径和粒速分布的同时测量,固定测量条件则粒子直径与干涉条纹数成正比;S. Dehaeck等^[12]用远场干涉装置研究了经气泡表面反射光与多次折反射光干涉条纹的强度谱. 李建民等^[13-14]用远场干涉测量了规则形状透明固体中的气泡直径.

本文采用两平行激光束照射光滑小球,建立两任意夹角相干平行光照射下球面反射光的远场干涉模型,推出准确的光程差公式和球直径测量公式,通过对CCD数码相机记录的干涉条纹及相机光轴角位置等进行测量,进而计算出球直径.使非透明球直径也得以用远场干涉方法测量.

1 两平面波照射小球的远场干涉模型及光程差公式

1.1 两平面波照射小球的远场干涉模型

当平面波照射有限大小光滑球体时,若观察距离为无限远,则过球心的所有方向都有反射光存在.用两相干平面波照射光滑球体时其反射光必然在所有方向都干涉并存在干涉条纹.这就是球远场干涉理论模型.

上述理论有实际意义,当两相干平行激光束照射光滑球体时,若光束直径明显大于球直径,即可用远场干涉理论来处理,此理论可用于球直径的计量,亦可用于光滑圆柱体直径计量.据此目的推求由两平面波和球心所决定的平面内两反射光场的干涉规律,进而给出球直径测量公式.

图1为两相干平面波照射球体的远场干涉理论模型图,两任意方向相干平面波照射到光滑球体表面上,因反射在球表面形成两个亮点,可认为是两相干光源,随着观察方向的改变两相干光源的位置将改变,两反射光波必将相互干涉.由图1可推导出两反射光场的

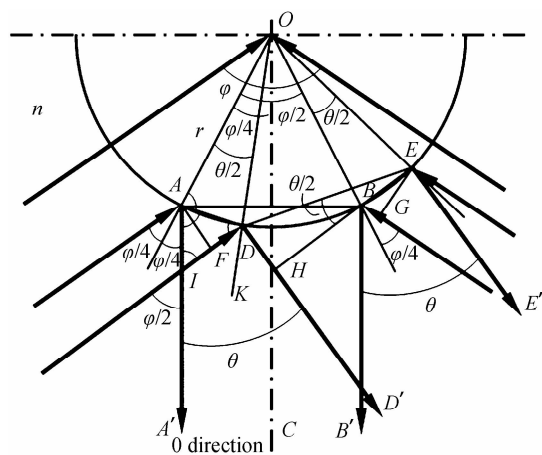


图1 球远场干涉光程差

Fig. 1 Sphere far-field interference optical path difference

光程差式(1)和球直径测量式(2),由光波长和干涉条纹数及条纹角位置可求得球直径.

与用夫琅禾费衍射法测球直径^[15]相比,夫琅禾费衍射将球视为圆屏,据巴比涅原理在远场的圆屏衍射规律等同于圆孔衍射,其条纹的间距与光强均匀性较差,可观察条纹区域在激光直射方向附近,另外球表面的反射光与衍射条纹叠加又会使问题复杂化.球远场干涉条纹其疏密和光强变化缓慢,可测量空间范围大.与杨氏干涉法测球直径相比,杨氏干涉属于准远场,认为两相干光源固定不动,其光程差和直径测量公式为近似所得^[15],其测量应属于近似测量.球远场干涉模型为准确理论,使利用激光远场干涉对球直径进行准确测量和相关研究成为可能.

1.2 光程差公式

由图1任意夹角为 φ 两平面波照射半径为 r 的小球,球外介质折射率为 n ,直线 OC 为两入射平面波过球心的对称线.

两平面波在球面 A 、 B 两点的反射光线 AA' 和 BB' 平行,与直线 OC 夹角为 θ ,设光线 AA' 和 BB' 的光程差为 δ ,故称 OC 方向为“0方向”.

当远场观察方向逆时针旋转任意角 θ 时,两反射平行光线 DD' 与 EE' 之间的光程差

$$\delta = n(FD + BG + DH)$$

式中

$$DH = DE \sin \frac{\theta}{2} = AB \sin \frac{\theta}{2} = 2r \sin \frac{\varphi}{4} \sin \frac{\theta}{2},$$

$$FD = AD \sin \angle DAF = 2r \sin \frac{\theta}{4} \sin \left(\frac{\theta + \varphi}{4} \right),$$

$$BG = BE \sin \angle BEG = 2r \sin \frac{\theta}{4} \sin \left(\frac{\varphi - \theta}{4} \right).$$

代入上式得光程差公式

$$\delta = 4r \cdot n \sin \frac{\varphi}{4} \sin \frac{\theta}{2} \quad (1)$$

2 测量装置和方法

2.1 测量公式

由于远场干涉具有测量空间范围大的特点,测量并不限定在0方向附近,由式(1)分别取 θ_1 和 θ_2 两方向,两方向之间光程差变化 N 条干涉条纹,球直径为

$$d = 2r = \frac{N\lambda}{2n \sin \frac{\varphi}{4} \left(\sin \frac{\theta_2}{2} - \sin \frac{\theta_1}{2} \right)} \quad (2)$$

式中 λ 为光源波长,空气中折射率 $n \approx 1$.

2.2 测量装置

图2为测量装置图,由波长为632.8 nm的氦氖激光束经半反半透镜变为两相干光束,再经两平面反射镜反射,两激光束以夹角 φ 照射位于分光仪(分度值 $30''$)载物台中心的小球(圆珠笔钢珠).图下方的数码

照相机原本应为分光仪的望远镜,条纹较为细密时直接使用望远镜不易准确读取 θ_1 和 θ_2 两方向之间的条纹数 N ,故用聚焦于无限远的数码相机(镜头焦距 48.5 mm,相对孔径 1/2.4,传感器横向尺寸 8.8 mm,像素间距 0.003 48 mm)代替望远镜并连接电脑,通过相机焦平面干涉条纹所对应的像素可准确测量条纹数 N 并计算出 θ_1 和 θ_2 。

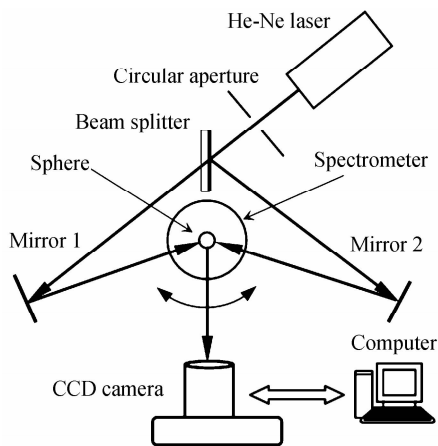


图 2 测量装置

Fig. 2 Measurement device

2.3 测量方法

由图 2 放置小球前先用分光仪和数码相机测量 φ 角并计算 OC 方向,其它测量角关系见图 3, O 点为小球球心, OF' 为照相机镜头光轴, OF' 与 0 方向夹角 θ 由分光仪读取. 距离 $HF' = f = 48.5$ mm 为焦距,在镜头焦平面上 L 与 S 之间有 N 条干涉条纹,由传到电脑上的干涉图可读出 L, F', S 这三个点的 CCD 像素序号,由像素间距求得像高 LF' 和 $F'S$,由此可求得

$$\begin{cases} \beta_L = \arctan \frac{LF'}{f} \\ \beta_S = \arctan \frac{F'S}{f} \end{cases} \quad (3)$$

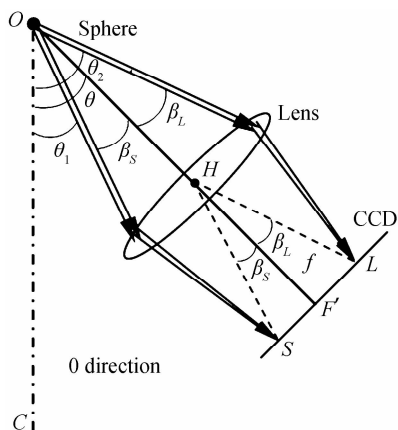


图 3 各测量角之间的关系

Fig. 3 Relation among all measurement angles

由图知

$$\begin{cases} \theta_1 = \theta - \beta_S \\ \theta_2 = \theta + \beta_L \end{cases} \quad (4)$$

将 $\theta_1, \theta_2, \varphi, N$ 和 λ 等代入式(2)可得球直径。

3 测量

图 3 相机焦平面上获得的干涉图见图 4,为略显弯曲的线状干涉条纹,此图为表 1 中 18 号图,这里以此图为例说明测量过程。

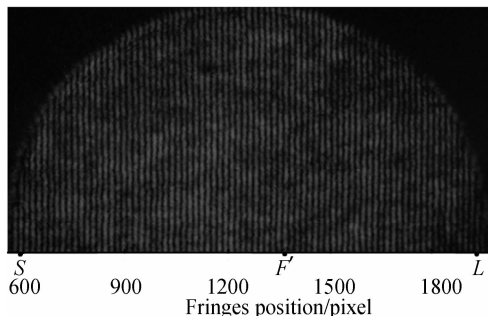


图 4 相机焦平面上远场干涉图(取图的一半)

Fig. 4 Far field interference pattern in the camera take half pattern

3.1 φ 角测量和 0 方向确定

由图 2 用分光仪和数码相机测得来自 Mirror 1 平行光束方向为 $62.617^\circ (62^\circ 37' 0'')$,来自 Mirror 2 平行光束方向为 $265.075^\circ (265^\circ 4' 30'')$,它们小于 180° 的夹角等于 φ 角,有

$$\begin{aligned} \varphi &= 62.617^\circ + 360^\circ - 265.075^\circ = 157.542^\circ \\ 0 \text{ 方向} &= 265.075^\circ - 180^\circ + \varphi/2 = 163.846^\circ \end{aligned}$$

3.2 θ_1 和 θ_2 及条纹数测量

图 3 中相机光轴方向可由分光仪读出为 $143.558^\circ (143^\circ 33' 30'')$,则相机光轴与 0 方向夹角 $\theta = 20.288^\circ$,相机光轴焦点 F' 对应 CCD 像素序号为 1373,镜头焦距 $f = 48.5$ mm,相邻像素间距为 0.003 48 mm,2 mW 氦氖激光器波长 $\lambda = 632.8$ nm.选 F' 左侧 S 点像素序号 596 且两点之间条纹数 44,选 F' 右侧 L 点像素序号 1937 且两点之间条纹数 32,由式(3)得

$$\begin{aligned} \beta_L &= \arctan \frac{LF'}{f} = \arctan \frac{(1937 - 1373) \times 0.00348}{48.5} = \\ &2.317^\circ, \\ \beta_S &= \arctan \frac{F'S}{f} = \arctan \frac{(1373 - 596) \times 0.00348}{48.5} = \\ &3.191^\circ. \end{aligned}$$

由(4)式有

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \theta - \beta_S = 20.288^\circ - 3.191^\circ = 17.097^\circ, \\ \theta_2 &= \theta + \beta_L = 20.288^\circ + 2.317^\circ = 22.605^\circ. \end{aligned}$$

条纹数 $N = N_{SF} + N_{FL} = 44 + 32 = 76$.

3.3 计算及结果

将 N 、 λ 、 φ 、 θ_1 和 θ_2 代入式(2), 球直径 $d =$

0.800 mm. 表1为对该球进行23次测量的原始数据及计算结果, 其平均值 $\bar{d} = 0.799$ mm.

表1 球直径的测量数据和结果

Table 1 Measured data and results of sphere diameter

Pattern number	S(pixel)	N_{SF} (fringes)	L(pixel)	N_{FL} (fringes)	$\theta/(^\circ)$	$\varphi/(^\circ)$	d/mm
1	635	30	1917	22	-0.992	106.458	0.799
2	656	29	1937	23	11.054	106.458	0.803
3	625	30	1899	21	21.013	106.458	0.802
4	614	30	1922	22	24.121	106.458	0.800
5	652	29	1945	23	-9.563	106.458	0.795
6	651	29	1896	21	-19.213	106.458	0.803
7	638	29	1907	21	-26.004	106.458	0.797
8	670	34	1913	26	-5.000	129.158	0.798
9	693	33	1912	26	5.029	129.158	0.800
10	667	34	1895	25	15.154	129.158	0.800
11	671	33	1923	26	25.146	129.158	0.797
12	610	35	1914	25	35.729	129.158	0.798
13	622	36	1917	26	-15.275	129.158	0.799
14	637	35	1880	24	-20.279	129.158	0.797
15	634	34	1918	25	-36.196	129.158	0.800
16	622	43	1946	33	0.000	157.542	0.799
17	617	43	1935	32	10.338	157.542	0.795
18	596	44	1937	32	20.288	157.542	0.800
19	596	43	1929	31	30.354	157.542	0.799
20	609	41	1909	29	40.529	157.542	0.797
21	613	43	1924	31	-19.663	157.542	0.797
22	618	42	1952	32	-29.688	157.542	0.799
23	649	38	1934	29	-50.004	157.542	0.801

$\bar{d} = 0.799$ mm

4 理论与测量方法的可信性及相关讨论

4.1 与阿贝比较仪测量结果的对比

为验证本文理论和测量方法的可信性, 用W6型阿贝比较仪(分度值0.001 mm)对此小球直径进行20次测量, 其平均值 $\bar{d}_A = 0.8012$ mm, 两种方法测量结果的相对差为0.2%. 由此知两方法测量之结果吻合较好, 可以断定由远场干涉理论推出的光程差公式和球直径测量公式是正确的.

4.2 引起测量误差的因素

表1中23组数据所计算的直径值在0.795~0.803 mm之间, 即表1显示对球直径作多次测量测得值不确定范围在 μm 位, 包括了所有测量因素的影响.

4.2.1 由读数引入的误差

测量式(2)中 N 、 θ_1 和 θ_2 、 φ 都需要测量, 其中 N 、 θ_1 和 θ_2 涉及像素读取, θ_1 和 θ_2 还涉及 θ 读取.

1) 读条纹数 N 引入的误差: 由表1中18号图条纹数 $N = 76$, 由图4用photoshop软件分别提取 S 和 L 点像素序号为596和1937, 对应的像素数为 $1937 - 596 = 1341$, 每个点读数可精准到一个像素, 则读条纹

数 N 所对应的最大读取误差应为两个像素, 得 $\Delta N = 0.11$, 由2式传递得 $\Delta d_N = 0.001$ mm.

2) 读 θ_1 和 θ_2 由像素读取引入的误差: 由式(3)、(4)和图3知获取 θ_1 和 θ_2 值需读 L 和 S 两点像素序号, 两点判读误差各为一个像素, 由此经式(4、3、2)传递产生的最大误差 $\Delta d_x = 0.001$ mm.

3) 读 φ 和 θ 由角度读取引入的误差: 用分光仪读取 φ 值引入读数误差应取 $1'$, 由式(2)传递得 $\Delta d_\varphi = 0.00007$ mm. 同理用分光仪读取 θ 值引入读数误差亦应取 $1'$, 由式(2)传递得 $\Delta d_\theta = 0.00002$ mm. Δd_φ 与 Δd_θ 数量级小于 Δd_N 和 Δd_x 可略.

4.2.2 高斯光束对测量的影响

氦氖激光束为高斯光束, 不是理想的平面波其等相面可视为球面, 使用高斯光束进行测量必然引入误差, 波面上考察点离开高斯光束轴线距离为 r 时, 两种波之间有光程差^[16]为 $\Delta\delta = r^2/(2R)$, 式中 r 在这里应取待测球半径为0.400 mm, R 取高斯光束束腰即激光器平凹谐振腔出光镜到待测球心的光程1500 mm, 则 $\Delta\delta = 0.00005$ mm, 不失一般性取式(2)中 $d = 0.800$ mm, $\varphi = 180^\circ$, $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 90^\circ$, 可算得使用高斯

光束测量小球直径引入的误差为 $\Delta d_G = 0.000\ 05\ \text{mm}$, 数量级亦小于 Δd_N 和 Δd_x , 由此知用原始激光束测量小球直径可行。

4.2.3 数码相机用于测量时减小畸变影响的建议——畸变自校

将数码相机用于精密测量其镜头像差不可忽视, 最主要的像差为畸变。

实践中数码相机镜头已电子化不一定都能拆解下来测畸变, 镜头光轴一般不保证与 CCD 像素阵列中心重合, 同型号相机其镜头焦距未必严格相等, 像素准确尺寸未知等条件的存在, 准确测量畸变有一定的困难, 但焦距和像素尺寸因测量需要必须已知或测得。如能严格按工程测量时的条件状态(光圈值和像素使用区域, 焦平面处像高用像素数和像素尺寸计量)提前或过后用放大率法测得焦距或像素尺寸^[17]用于式(3)的计算, 可实现畸变自校。

因畸变表现为垂轴放大率是变量, 以镜头存在枕形畸变且焦距已知求像素尺寸为例, 因枕形畸变实际像高大于理论像高 y' , 则实际像高覆盖的像素数应多于 y' 覆盖的像素数, y' 被实际像高覆盖的像素数除得到的像素尺寸必小于真实像素尺寸。图 3 中像高 LF' 和 $F'S$ 所覆盖的像素数因枕形畸变而变大, 但这里用的像素尺寸小于真实值, 这样变大的像素数乘小于真实值的像素尺寸得到的 LF' 和 $F'S$ 是理论值, 畸变已得到校正。本文在于推证球远场干涉理论及直径测量方法, 表 1 中 23 组测量数据其像素使用范围各不相同且大于先前用放大率法测量像素尺寸时像素使用范围, 畸变并未得到完全校正。

4.2.4 干涉条纹测量区的选择

图 3 焦平面上的干涉图即为图 4, S 、 L 两点的距离大, 则条纹数多, 同时 θ_1 和 θ_2 的差值也大, 保证测量式(2)中分母的括号部分和条纹数 N 有足够的有效数字; 光束经过镜头有效光阑时会发生衍射, L 和 S 点应适当避让干涉图边沿; 由此需选择相对孔径大的长焦镜头, 同时镜头距离载物台应近。

由图 1 和图 3 知: 球面上两个点 (A 、 B 或 D 、 E) 的反射光在无限远即相机焦平面上一点相遇干涉, 或者说干涉图上的一个点对应着球面上两个点, 即便是球面上一个点的光学或几何性能变化都会影响干涉条纹质量而影响测量, 实践中应保证球面不被划伤或污染, 必要时可旋转载物台选择好的干涉条纹区域进行测量。

4.3 测量装置和方法在应用中的简化

当 φ 选择 120° 、 180° 或某固定值时, 可使测量公式(2)中的 φ 因子简化为一个常数; 如将 φ 和 θ 值准确标定, 光路可固化, 用于测角的分光仪不再需要; 镜头光圈和像素使用区域再固定下来, 这样可使计算公式、装

置、读测和计算等都得到简化更适于工程中应用。

5 结论

为使球直径得到准确计量, 用两相干平面波以任意夹角照射表面光滑球体, 反射波在远场发生干涉, 通过对光程差公式的推导进而推出球直径测量公式。可对球直径进行测量计算。用聚焦无限远的数码照相机连接电脑对干涉条纹进行记录和测量。因为测量公式源自严谨准确理论, 故所测直径应为准确值, 且处于两人射光束之间的干涉条纹都可用于测量选择。单横模氦氖气体激光束可直接使用, 其高斯光束引入的测量误差可略。若所用相机焦距或像素尺寸用放大率法提前测出并用于测量直径的计算可实现畸变自校。远场干涉法测量球直径与阿贝比较仪测量值对比说明远场干涉理论和测量方法正确可行。此测量理论及方法适用于光滑圆柱体, 还适用于非可见光波段。

参考文献

- [1] SANCHEZ-BREA L M. Diameter estimation of cylinders by the rigorous diffraction model[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2005, **22**(7): 1402-1407.
- [2] SORAYA A K. Measurement of wire diameter by optical diffraction[J]. *Optics and Laser Technology*, 2004, **36**(1): 63-67.
- [3] ZHANG Zhi-feng, JIANG Feng-chun, YANG Kun, et al. A novel method to assess cotton fiber fineness and maturity based on optoelectronic measurement[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(3): 397-400.
张志峰, 蒋逢春, 杨坤, 等. 基于光电检测技术棉花成熟度快速评估方法的研究[J]. *光子学报*, 2011, **40**(3): 397-400.
- [4] CUI Jian-wen, ZHANG Jun, TANG Wen-yan, et al. Uncertainty of thin cylinder diameter measured by means of optical diffraction[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2005, **32**(7): 55-58.
崔建文, 张军, 唐文彦, 等. 光学衍射法细圆柱体直径测量的不确定度[J]. *光电工程*, 2005, **32**(7): 55-58.
- [5] GOLOMBOK M, MORINA V, MOUNAIM-ROUSSELLE C. Droplet diameter and the interference fringes between reflected and refracted light [J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 1998, **31**(18): 59-62.
- [6] MAEDA M, AKASAKA Y, KAWAGUCHI T. Improvements of the interferometric technique for simultaneous measurement of droplet size and velocity vector field and its application to a transient spray[J]. *Experiments in Fluids*, 2002, **33**(1): 125-134.
- [7] PU Xing-guo, PU Shi-liang, YUAN Zhen-fu, et al. Measurement method for gas-liquid flow size and velocity based on laser interferometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(10): 1334-1338.
浦兴国, 浦世亮, 袁镇福, 等. 气液两相流速度及粒径分布激光干涉测量方法的研究[J]. *光学学报*, 2005, **25**(10): 1334-1338.
- [8] LU Qie-ni, GE Bao-zhen, CHEN Yi-liang, et al. Particle sizing and size distribution measurement of alcohol spray by interferometric Particle Imaging [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2011, **38**(3): 0308003.
吕且妮, 葛宝臻, 陈益亮, 等. 激光干涉粒子成像乙醇喷雾场粒子尺寸和粒度分布测量[J]. *中国激光*, 2011, **38**(3):

- 0308003.
- [9] MAEDA M, KAWAGUCHI T, HISHIDA K. Novel interferometric measurement of size and velocity distributions of spherical particles in fluid flows[J]. *Measurement Science and Technology*, 2000, **11**: 13-18.
- [10] LI Jian-min, SONG Yuan-jun, WANG Yun-fen, *et al.* Measurement of dynamic bubble diameter with method of distant field interference[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(6):1229-1232.
李建民,宋元军,王蕴芬,等. 动态气泡直径的远场干涉测量方法[J]. *光子学报*, 2008, **37**(6):1229-1232.
- [11] LI Jian-min, YANG Fu, WEI Jian-yu, *et al.* Far-field interferometric analysis and application of bubble[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(7):1301-1304.
李建民,杨富,魏建宇,等. 气泡的远场干涉分析和应用[J]. *光学学报*, 2007, **27**(7):1301-1304.
- [12] DEHAECK S, VAN BEECK J. P. A. J. Multifrequency interferometric particle imaging for gas bubble sizing [J]. *Experiments in Fluids*, 2008, **45**:823-831.
- [13] LI Jian-min, WANG Yun-fen, FENG Tian-bao, *et al.* Measurement of bubble diameter in flat glass based on far-field interference[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2009, **36**(6):1508-1511.
李建民,王蕴芬,冯天宝,等. 基于远场干涉测量平板玻璃内的气泡直径[J]. *中国激光*, 2009, **36**(6):1508-1511.
- [14] LI Jian-min, WANG Yun-fen, TIAN Ye, *et al.* Measurement of bubble diameter in a prism based on far-field interference [J]. *Lasers Technology*, 2010, **34**(1):67-70.
李建民,王蕴芬,田野,等. 基于远场干涉测量棱镜内气泡直径[J]. *激光技术*, 2010, **34**(1):67-70.
- [15] BORN M, WOLF E. Principles of optics[M]. YANG Jia-sun transl. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2009. 242-368.
BORN M, WOLF E. 光学原理[M]. 杨葭孙译. 北京:电子工业出版社, 2009. 242-368.
- [16] 吕百达. 激光光学:光束描述、传输变换与光腔技术物理[M]. 北京:高等教育出版社, 2003. 101.
- [17] 李景镇. 光学手册[M]. 西安:陕西科学技术出版社, 2010. 2721.