

doi:10.3788/gzxb20154409.0906002

光纤 Fabry-Perot 传感器的 Fibonacci-MMSE 联合解调算法

尹嘉笛^{1,2}, 周次明², 欧艺文^{1,2}, 李蒙蒙^{1,2}

(1 武汉理工大学 光纤传感技术国家工程实验室, 武汉 430070)

(2 武汉理工大学 光纤传感技术与信息处理教育部重点实验室, 武汉 430070)

摘要:提出一种基于 Fibonacci 与最小均方差联合解调光纤法布里-珀罗传感器腔长的算法. 利用 Fibonacci 搜索方法, 在一系列估计值中快速搜索到对应的最小均方差的数值, 并作为腔长解调结果. 仿真分析了算法迭代次数与解调准确度之间的关系并进行温度测量实验. 结果表明, 该算法的理论平均解调误差小于 2×10^{-5} pm, 与实际腔长的拟合度优于 0.9999, 解调动态范围可达 2.5 mm; 实验中, 该算法腔长解调分辨率为 0.15 nm, 对应的温度分辨率达 0.03 °C, 解调时间少于 0.03 s, 具有解调准确度高和运算速度快等优点.

关键词: 光纤法布里-珀罗传感器; 解调; 均方差; Fibonacci 搜索方法; 分辨率; 误差; 快速度

中图分类号: TN253

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2015)09-0906002-6

Combined Algorithm of Fibonacci-MMSE for Optical Fiber Fabry - Perot Sensor

YIN Jia-di^{1,2}, ZHOU Ci-ming^{1,2}, OU Yi-wen^{1,2}, LI Meng-meng^{1,2}

(1 National Engineering Laboratory of Fiber Sensing Technology, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

(2 Key Laboratory of Fiber Optic Sensing Technology and Information Processing (Wuhan University of Technology), The Ministry of Education, Wuhan 430070, China)

Abstract: A combined algorithm of minimum mean square error estimation and Fibonacci method for fiber Fabry-Perot interferometer was proposed. This united algorithm uses the Fibonacci method to quickly search a series of cavity length estimators and finds the one as demodulation gap which corresponds to the minimum mean square error value. The relationship between iteration number and demodulation accuracy was analyzed by simulation, and a temperature measurement experiment was carried out. The results show that, the average error of this algorithm is less than 2×10^{-5} pm theoretically, linear fit of actual cavity length is above 0.9999, and dynamic range is up to 2.5 mm. In the experiment, the resolution of algorithm is 0.15 nm, corresponding to a temperature resolution of 0.03 °C with quick demodulation time 0.03 s, both high resolution and fast demodulation speed can be achieved.

Key words: Fabry-Perot interferometers; Demodulation; Mean square error; Fibonacci search technique; Resolution; Error analysis; High speed

OCIS Codes: 060.2370; 060.2380; 070.4790; 070.2025

0 引言

光纤法布里-珀罗 (Fabry-Perot, F-P) 传感器具有

体积小, 灵敏度高, 不受电磁干扰的优点, 适用于恶劣环境, 已获得广泛应用^[1]. F-P 传感器对外界参量例如温度, 应力和折射率等敏感^[2-4], 因而可通过腔长监测

基金项目: 国家自然科学基金 (Nos. 61377091, 61475044, 61290311) 和中央高校基本科研业务费专项资金 (No. 2014-zy-115) 资助

第一作者: 尹嘉笛 (1990-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为光纤 F-P 传感器制作与腔长解调. Email: yinjiadi@126.com

导师 (通讯作者): 周次明 (1973-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为光纤传感. Email: zcm@whut.edu.cn

收稿日期: 2015-03-23; 录用日期: 2015-06-05

<http://www.photon.ac.cn>

周围物理量的变化. 近年来, 新工艺的进步和研究的投入, 使得 F-P 传感器的应用领域得到进一步扩展, 而 F-P 腔长的解调性能关系着 F-P 传感器的灵敏度和适用性, 直接影响监测结果, 因此提高 F-P 腔长的解调效果, 对得到更有效的监测数据很有必要.

已有的主要解调方法分为强度解调法和光谱解调法^[5]. 强度解调法利用小半个周期内波长与强度之间近乎线性的关系进行解调^[6], 成本低, 信号处理简单, 但易受光源波动与传输损耗影响. 光谱解调法利用采集的干涉光谱获取腔长信息, 对实验设备要求不高, 又可分为条纹计数法, 傅里叶变换法, 互相关解调法, 最小均方差算法等. 条纹计数法的计算公式简单, 易于实现, 但峰值点定位模糊, 误差在 μm 级^[7]; 傅里叶变换法(Fast Fourier Transform, FFT)可以快速提取到腔长信息^[8], 腔长动态范围大, 但准确度有限制. 基于快速傅里叶变换法, 2008 年提出的利用三次样条插值, 可使从光波长域转换到光频率域的信号采样均匀, 解调误差控制在 $0.06 \mu\text{m}$ 以内^[9]; 傅里叶变换法也可以用于法珀传感器复用解调中, 利用最小二乘法或线性回归法估计瞬时相位, 解调准确度可以提高到 3 nm ^[10]; 互相关解调算法利用互相关公式计算, 乘积最大时对应的腔长估计值作为解调结果, 解调分辨率可达到 0.25 nm ^[11-12], 但是存在动态范围和准确度相互制约的问题; 基于最小均方差(Minimum Mean Square Error, MMSE)的腔长解调算法, 利用具有最小均方差的估计值描述实际腔长可信用度最高的数学意义完成解调, 分辨率可达 0.18 nm ^[13], 但动态范围小, 在实际传感器解调应用中受限; 也曾有人提出傅里叶变换和最小均方差的联合算法, 在设定区间内利用腔长估计值逐个求取均方差值, 只会出现单谷点, 算法可以达到 0.084 nm 高分辨率和 3 mm 的解调范围^[14], 但是一系列腔长估计值逐个模拟干涉光谱与原始信号计算均方差, 运算量庞大, 完成一次光谱解调需要二十几秒, 不适合实时监测解调.

本文提出 Fibonacci-最小均方差(Fibonacci-MMSE)的联合算法, 利用 Fibonacci 搜索方法按比例快速搜索极值点, 克服了原始最小均方差算法中计算量大, 解调慢的问题. 仿真分析了联合算法用于 F-P 传感器解调的可行性, 温度实验结果表明联合算法可用于绝对腔长解调, 分辨率为 0.15 nm , 解调速度快.

1 Fibonacci-MMSE 联合算法解调原理

假设光纤法珀腔两个端面的反射率均为 r , 入射光的波长为 λ , 介质折射率 n 为 1, F-P 腔长为 L , 则干涉光强信号表示为^[15]

$$I_r(\lambda) = \frac{2r\left(1 - \cos\left(\frac{4\pi nL}{\lambda}\right)\right)}{1 + r^2 - 2r\cos\left(\frac{4\pi nL}{\lambda}\right)} \quad (1)$$

Fibonacci 搜索方法是用于寻找单峰函数极大值或单谷函数极小值的经典方法, 通过不断的缩小搜索范围, 找到包含在函数区间内的极值点, 准确高效. Fibonacci 搜索方法的模型^[16]如式(2), n 是迭代次数. 在第 k 次迭代中, x_1^k 和 x_2^k 分别表示在计算区间内的实验点

$$\begin{cases} x_1^k = b_{k-1} - \frac{F_{n-k+1}}{F_{n+1}}(b_0 - a_0) \\ x_2^k = b_{k-1} - \frac{F_{n-k}}{F_{n+1}}(b_0 - a_0) \end{cases} \quad (2)$$

当进行到 $k=n$ 时, 取 $L = \frac{1}{2}(a_{n-1} + b_{n-1})$ 作为结果输出.

Fibonacci 搜索方法的准确度与迭代次数 n 有关, 从计算量和准确度考虑, 一般为两位数^[16]. 式(2)中 $(b_0 - a_0)/F_{n+1}$ 为定值, F_{n-k+1}, F_{n-k} 随计算次数的增加而减小, 因而越接近于单谷区间内的极值点, 则修正步长越小, 具有更高的准确度.

在每一次计算区间内, 利用式(2)可获得两个实验点, 计算并比较实验点均方差值的大小, 从而完成缩小搜索区间的判断. 如图 1, 在每一次的判断中, 选择具有较小均方差值的实验点的分区间作为下一次迭代的基础.

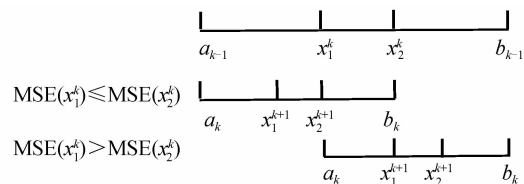


图 1 Fibonacci-最小均方差联合算法缩小区间过程
Fig. 1 The narrowing range process of Fibonacci-MMSE combined algorithm

Fibonacci-MMSE 联合算法用于 F-P 腔长解调的过程如图 2, 具体过程为: 1) 首先根据傅里叶变换解调出粗略腔长 L' , 以该腔长为中心设置计算区间 $[a_0, b_0]$, $a_0 = L' - d, b_0 = L' + d$, 设定迭代次数 n . 2) $k=1$ 开始, 根据 Fibonacci 数列(后一项等于前两项之和), 求取对应的 F_n 和 F_{n+1} . 在每一次的迭代 k 中, 根据该次计算范围 a_{k-1} 和 b_{k-1} , 利用式(2)分别计算实验点 x_1^k 和 x_2^k , 这两个实验点便为腔长估计值. 将腔长估计值代入式(1)中模拟光谱信号并归一化处理, 与同归一化处理后的原信号 $I(n, L_0)$, 按式(3)计算并比较均方差值的大小: 如果 x_1^k (离端点 a 较近)的均方差值大于 x_2^k , 则去掉含端点 a 的一段区间, 如图 1 中重新赋值, 缩小搜寻空间, $k+1$, 进行下一次迭代计算; 否则去掉含端点 b 的一段区间, 重新赋值, $k+1$, 再次迭代. 根据 Fibonacci

数列的特点,利用简单的赋值相减可以获取对应次数 k 的 F_{n-k+1} 和 F_{n-k} ,具体过程如图 2.3)当 $k=n-1$ 后,停止计算,将最后计算区间取平均值作为结果输出.

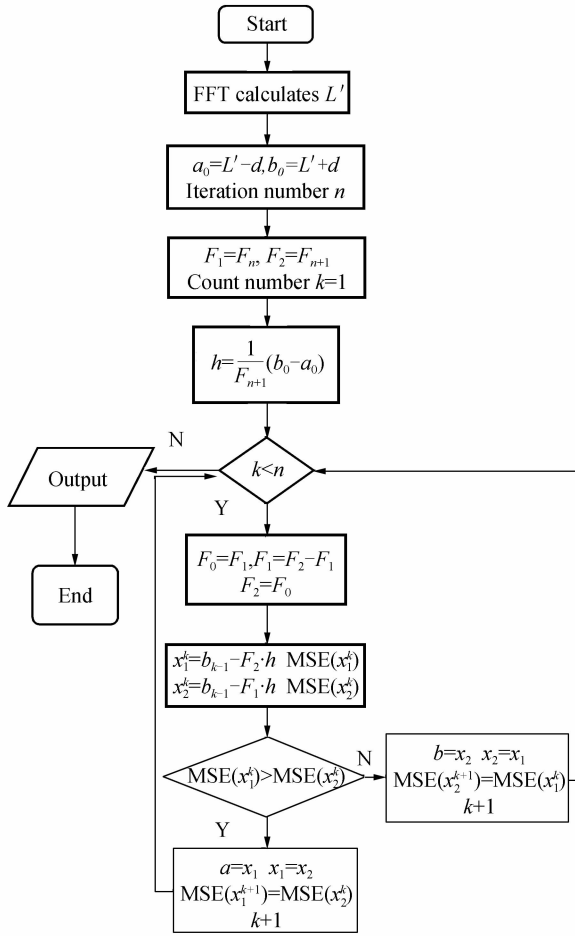


图 2 联合算法流程

Fig. 2 The flow chart of combined algorithm

均方差计算式(3)如下^[14], $I(n, L_0)$ 为原始离散光谱信号, $I_r(n, L)$ 为腔长估计值为 L 时的模拟干涉信号, N 表示光谱信号离散点数目.

$$\text{MSE}(L) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N (I(n, L_0) - I_r(n, L))^2 \quad (3)$$

设定传感器腔长值为 99 500 nm, 计算区间为 ± 400 nm, 腔长估计值的步长为 0.01 nm, Fibonacci-MMSE 联合算法的迭代次数为 50. 最小均方差算法和 Fibonacci-MMSE 联合算法的计算点如图 3.

图 3(a)中最小均方差算法的计算点达 80 000 点, 已连成一条线; Fibonacci-MMSE 联合解调算法的实验点仅为 50 点, 但与最小均方差算法趋势一致, 由原始的设定区间逐渐接近设定腔长值, 聚集于设定腔长值附近. 将谷点处区域放大, 显示在图 3(b)中, Fibonacci-MMSE 联合算法的实验点更密集, 解调准确度更高.

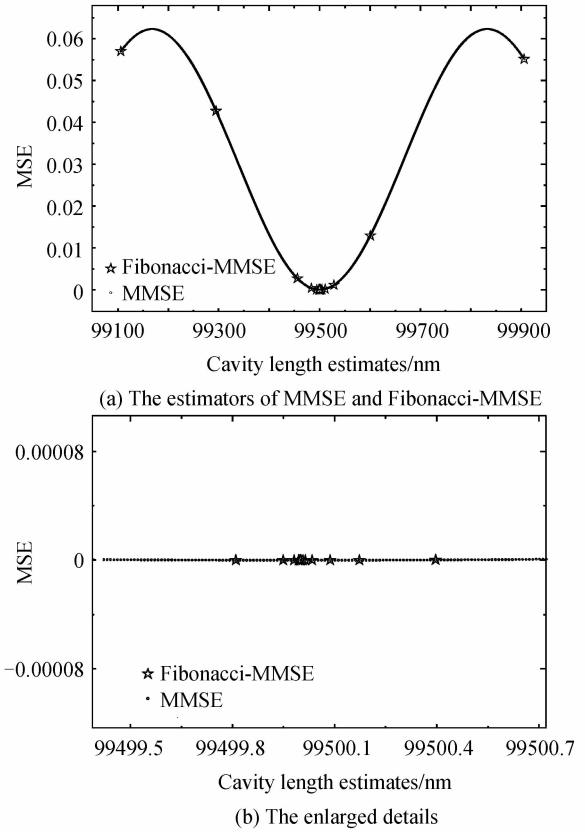


图 3 算法估算腔长值

Fig. 3 The estimator of cavity length by algorithms

当均方差值最小时, 最小均方差算法的腔长估计值为 99 500.001 719 nm, 绝对误差为 1.719 pm. Fibonacci-MMSE 联合算法的计算量比最小均方差算法的计算量少三个数量级, 解调绝对误差为 3.45×10^{-5} pm.

2 实验研究

为了验证 Fibonacci-MMSE 联合算法在光纤 F-P 传感器解调中的可行性和高效性, 进行了仿真和温度实验解调算法的对比.

2.1 仿真实验

根据 F-P 传感器反射信号的原理, 即式(1)模拟干涉光谱, 光谱信号离散点为 2 500 点, 设定计算区间为 ± 400 nm, 步长 0.01 nm, 分别利用最小均方差和 Fibonacci-MMSE 联合算法进行解调. 当 Fibonacci-MMSE 联合算法迭代次数为 26 次时, 两种算法解调结果的平均误差较为接近, 比较算法的平均误差和运算时间如图 4, 初始腔长值均为 33.5 μm .

图 4(a)和(b)为腔长均匀变化步长为 2 nm 时, 在 100 nm 的腔长变化范围内, 两种算法的平均解调误差小于 3 pm, 可见算法能够区别 2 nm 的腔长变化; 最小

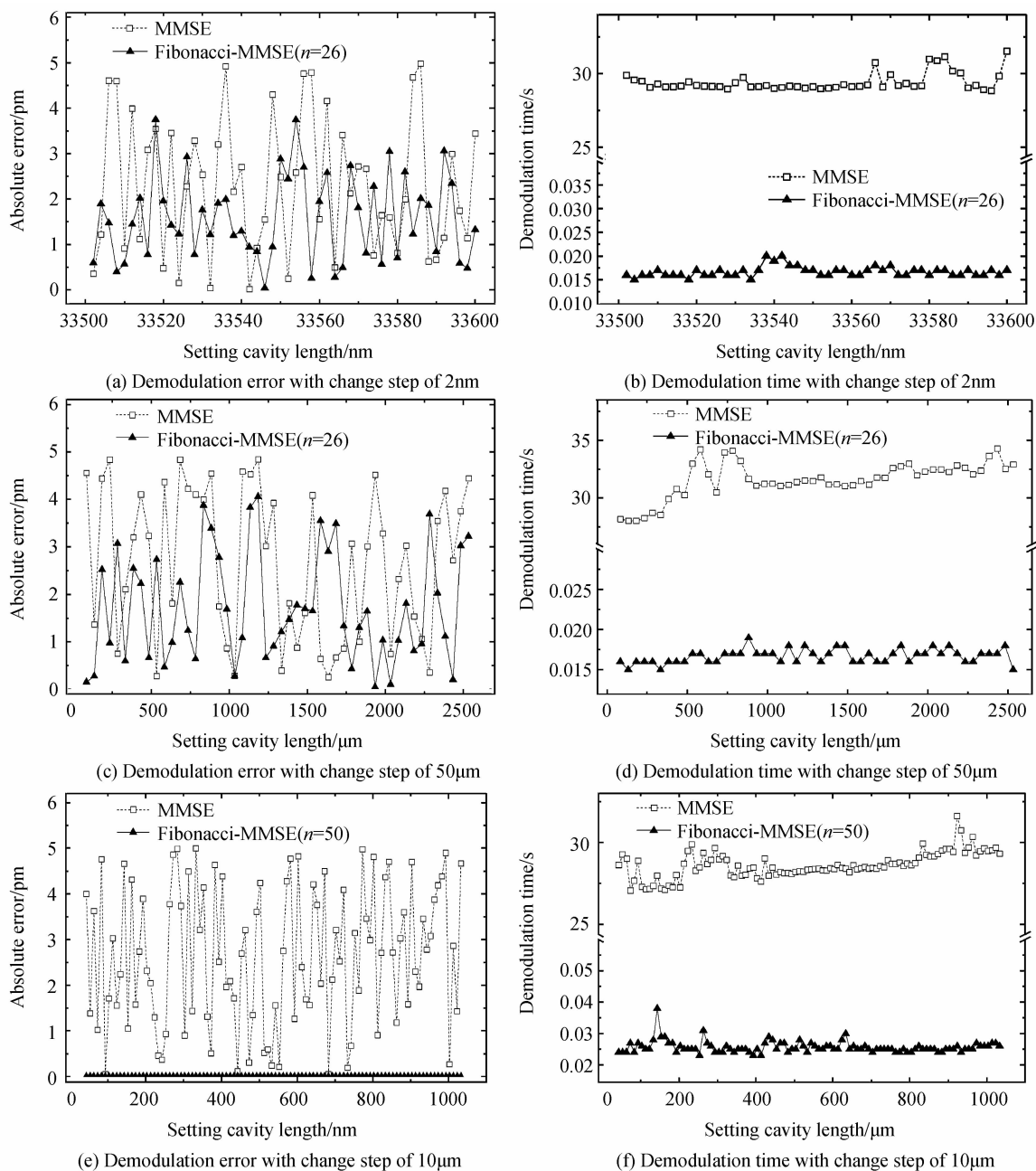


图4 MMSE和Fibonacci-MMSE联合算法估算腔长

Fig. 4 The estimation of MMSE and Fibonacci-MMSE

均方差算法的平均解调时间约为 30 s, Fibonacci-MMSE 联合算法解调时间少于 0.02 s.

图 4(c)和(d)中,腔长均匀变化步长为 50 μm 时,腔长值最大可达 2 500 μm , MMSE 和 Fibonacci-MMSE 联合算法的绝对误差均小于 5 pm,最小均方差算法的平均解调时间大于 30 s, Fibonacci-MMSE 联合算法的解调时间约为 0.018 s.

Fibonacci-MMSE 联合算法的解调准确度与迭代次数相关,迭代次数越多,解调准确度越高;迭代次数为 26 次,平均解调误差小于 3 pm;迭代次数为 50 次时,平均误差小于 2×10^{-5} pm,因此为得到稳定有效的解调结果,在后续的解调中设置迭代次数为 50 次.如

图 4(e)和(f)所示,初始腔长值为 33.5 μm ,腔长变化步长为 10 μm 时,进行了 100 点的腔长解调,最大腔长可达 1 000 μm ,最小均方差算法的解调误差小于 5 pm, Fibonacci-MMSE 联合算法的平均解调误差远远小于最小均方差算法,解调准确度提高了五个数量级,解调时间仅为 0.025 s.

2.2 实际法珀传感器解调研究

利用单模光纤制作了非本征型光纤法布里-珀罗传感器并进行温度实验.采用波段范围为 1 500~1 620 nm 的宽带光源,光源输出的光经过 3 dB 耦合器到达传感器.传感器放置在高低温温度箱中,温度的升高导致传感器腔长膨胀,干涉光谱也随之变化.反射光

$I(n, L_0)$ 由光谱仪接收,光谱信号离散点为 2 000 点,实验中温度变化范围为 25℃~60℃,每次升高 3℃,在温度升高时和稳定后实时采集信号,利用算法进行解调和分析。

如图 5(a)所示,当温度升高,光谱呈现波峰增多,向长波方向漂移的趋势。将采集到的光谱利用算法解

调,结果如图 5(b),两种算法解调出的腔长变化与实验取样点变化趋势一致:当温度上升时,腔长也随之增长;温度稳定后,腔长表现稳定。平均后的腔长数据进行拟合,算法拟合度均为 0.995 2,图 5(c)中,温度升高了 35℃,腔长共变化了 172.799 0 nm,相当于 4.937 1 nm/℃。

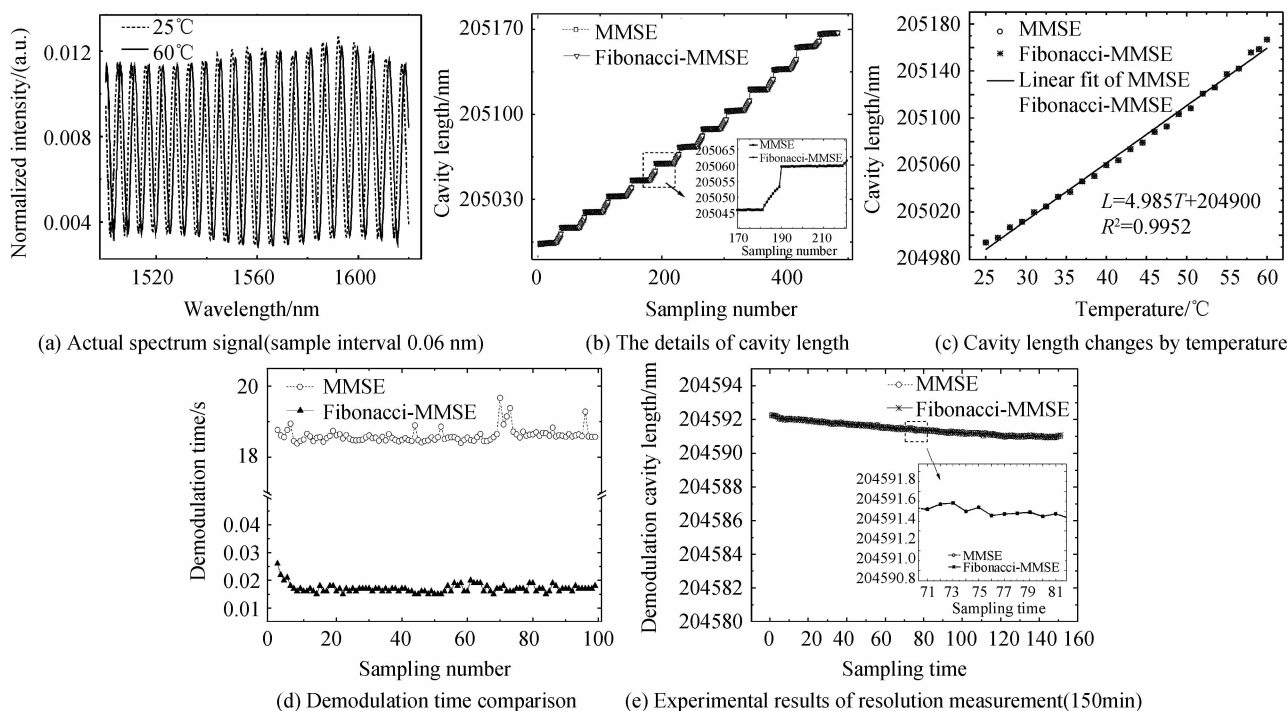


图 5 温度实验

Fig. 5 The temperature experiment

图 5(d)为算法解调时间比较,选取了 100 组数据的解调时间。算法解调时间与光谱离散数目相关,最小均方差解调时间约为 19 s, Fibonacci-MMSE 完成一次解调少于 0.03 s,与仿真时间相符。

在室温环境长达 150 min 时间内采集了 150 次光谱,两种算法解调结果如图 5(e),由于时间较长,腔长可能受室温变化影响,呈现减小趋势达 1 nm,根据腔长与温度拟合关系,相当于温度变化 0.2℃。解调后最小均方差和 Fibonacci-MMSE 联合算法解调腔长的标准差分别为 0.363 0 nm 和 0.363 5 nm。若将解调结果分为 30 个为一组,在半小时内,两种算法腔长解调的平均标准差分别为 0.074 19 nm 和 0.074 30 nm,以标准差的 2 倍作为分辨率,则 Fibonacci-MMSE 的分辨率为 0.15 nm,对应 0.03℃ 的温度分辨率。因此本实验可以证明,基于傅里叶变换的 Fibonacci-MMSE 联合算法可用于光纤 F-P 传感器的腔长解调,具有解调分辨率高和速度快的优点。

3 结论

提出了基于傅里叶变换的 Fibonacci-MMSE 联合算法以完成光纤 F-P 传感器的腔长解调,该联合算法

以傅里叶变换法为基础,利用最小均方差评价估计值的可靠性和 Fibonacci 搜索方法的准确高效,通过确定迭代计算次数,搜索可信度最高的腔长估计值从而完成解调,不受误差上限值限制。仿真和实验证明,该联合算法解调分辨率达 0.15 nm,运算速度快并且效果稳定,可用于绝对腔长的解调。

参考文献

- [1] JIANG Yi, DING Wen-hui. Recent developments in fiber optics spectral white-light interferometry [J]. *Photonic Sensors*, 2011, **1**(1): 62-71.
- [2] RONG Qing-zhou, SUN Hao, QIAO Xue-guang, et al. A miniature fiber-optic temperature sensor based on a Fabry-Perot interferometer[J]. *Journal of Optics*, 2012, **14**(4): 1-6.
- [3] ZHANG Yi-nan, YUAN Lei, LAN Xin-wei, et al. High temperature fiber-optic Fabry-Perot interferometric pressure sensor fabricated by femtosecond laser [J]. *Optics Letters*, 2013, **38**(22): 4609-4612.
- [4] WU Di, HUANG Wei, WANG Guo-yin, et al. In-line fiber Fabry-Perot refractive index tip sensor based on photonic crystal fiber and spectrum differential integration method[J]. *Optics Communications*, 2014, **313**: 270-275.
- [5] YU Bing, WANG An-bo, GARY R P. Analysis of fiber Fabry-Perot interferometric sensors using low-coherence light sources[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2006, **24**(4):

- 1758-1767.
- [6] LI Chun-cheng, WANG Ming, XIA Wei, *et al.* A novel Fabry-Perot micro-displacement sensor based on intensity demodulation method[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, **34**(6): 280-285.
李春成, 王鸣, 夏巍, 等. 基于 F-P 腔强度解调的微小位移传感器[J]. *光学学报*, 2014, **34**(6): 280-285.
- [7] JIANG Yi. High-resolution interrogation technique for fiber optic extrinsic Fabry-Perot interferometric sensors by the peak-to-peak method[J]. *Applied Optics*, 2008, **47**(7): 925-923.
- [8] ZHANG Peng, ZHU Yong, CHEN Wei-min. A study on fourier transformation demodulation theory of the gap of optical fiber Fabry-Perot sensor[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(12): 1449-1452.
章鹏, 朱永, 陈伟民. 光纤法布里-珀罗传感器腔长的傅里叶变换解调原理研究[J]. *光子学报*, 2004, **33**(12): 1449-1452.
- [9] LEI Xiao-hua, CHEN Wei-min, ZHANG Peng. Demodulation method based on fourier transform with cubic spline interpolation for optical fiber Fabry-Perot sensors[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(4): 705-708.
雷小华, 陈伟民, 章鹏, 等. 基于三次样条插值的光纤 F-P 传感器傅里叶变换解调研究[J]. *光子学报*, 2008, **37**(4): 705-708.
- [10] SHEN Fa-bin, WANG An-bo. Frequency-estimation-based signal-processing algorithm for white-light optical fiber Fabry-Perot interferometer[J]. *Applied Optics*, 2005, **44**(25): 5206-5214.
- [11] JING Zheng-guo, YU Qing-xu. White light optical fiber EFPI sensor based on cross-correlation signal processing method [C]. Dalian, 6th International Symposium on Test and Measurement, 2005: 3509-3511.
- [12] WANG Zhen, JIANG Yi, DING Wen-hui, *et al.* A cross-correlation based fiber optic white-light interferometry with wavelet transform denoising[C]. Wuhan, Fourth Asia Pacific Optical Sensors Conference, 2013, **8924**: 1-4.
- [13] SONG Shi-de, WANG Xiao-na, YU Qing-xu, *et al.* A signal demodulating algorithm for extrinsic Fabry-Perot interferometer sensor[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(S2): 332-334.
宋世德, 王晓娜, 于清旭, 等. 一种非本征光纤法布里-珀罗传感器的信号解调算法[J]. *光学学报*, 2008, **28**(S2): 332-334.
- [14] ZHOU Xin-lei, YU Qing-xu. Wide-range displacement sensor based on fiber-optic Fabry-Perot interferometer for subnanometer measurement [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2011, **11**(7): 1602-1606.
- [15] HUANG Hai. Study on new methods and system of the cavity length demodulation for optical fiber Fabry-Perot sensors [D]. Chongqing: College of Optoelectronic Engineering of Chongqing University, 2010.
黄海. 光纤法布里-珀罗传感器腔长解调新方法 with 系统研究 [D]. 重庆: 重庆大学光学工程, 2010.
- [16] SUBASI M, YILDIRIM N, YILDIZ B. An improvement on Fibonacci search method in optimization theory[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2004, **147**(3): 893-901.