

doi:10.3788/gzxb20154408.0827003

非旋波近似下 Tavis-Cummings 模型的定态能谱和纠缠演化

冯景佩, 任学藻

(西南科技大学 理学院, 四川 绵阳 621010)

摘要: 利用相干态正交化展开法研究非旋波近似下 Tavis-Cummings 模型的定态能谱, 以及模型中原子初态和耦合强度对系统纠缠度的影响. 结果表明: 系统的基态是非简并的, 对应于两原子处于交换对称态. 当两原子的初态处于交换反对称状态时, 两原子间的纠缠能一直处于最大纠缠; 在非旋波项的作用下, 两原子初态处于非纠缠态时也能够产生周期性的纠缠. 腔场与原子间的耦合强度对系统的演化有着重要作用.

关键词: 量子纠缠; 非旋波近似; T-C 模型; 相干态正交化展开; 耦合强度

中图分类号: O431.2

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2015)08-0827003-6

Steady State Energy Spectrum and the Entanglement Evolution of Tavis-Cummings Model without Rotating Wave Approximation

FENG Jing-pei, REN Xue-zao

(Southwest University of Science and Technology, College of science, Mianyang, Sichuan 621000, China)

Abstract: The steady state energy spectrum of Tavis-Cummings model without rotating wave approximation using displaced coherent state method was studied. And the influence of initial state and coupling strength to concurrence were numerically studied. Our result demonstrates that the ground state of the system is non-degenerate with an exchange-symmetry between two atoms. The entanglement between two atoms always keeps maximal when the initial state is set to anti-symmetric while the non-entangled initial state produce entanglement periodically due to the effect of non-rotating terms. The coupling strength between the cavity field and atoms play a critical role in the entanglement dynamics.

Key words: Quantum entanglement; Without rotating wave approximation; T-C model; Coherent states orthogonal expansion; Coupling strength

OCIS Codes: 270.0270; 270.4180; 270.6570

0 引言

原子与原子, 原子与光场相互作用已经成为目前量子光学研究中的热点. 人们将经典的原子与光场相互作用的经典 Jaynes-Cummings 模型(J-C 模型)^[1]推广到多个二能级原子和单模量子化光场相互作用的 Tavis-Cummings 模型(T-C 模型). 近年来, 采用旋波近似法对 T-C 模型中原子与原子, 原子与光场的纠缠有

大量的研究^[2-7], 马晓萍等^[21]对反 Tavis-Cummings 模型下二项式光场的压缩效应作了探讨; 汪贤才等^[22]分析了二项式光场与运动二能级原子相互作用系统的光场压缩效应; 崔英华等^[23]探讨了 T-C 模型中运动原子与二项式光场互作用的量子纠缠; 张英杰等^[24]对反 Jaynes-Cummings 模型下纠缠相干光场量子特性的研究作了详细的讨论; 夏建平^[16]对两量子比特与谐振子相耦合系统中的量子纠缠演化特性作了研究. 事实

基金项目: 四川省自然科学基金(No. 13ZA0168)资助

第一作者: 冯景佩(1990-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为量子光学. Email: 38489@163.com

导师(通讯作者): 任学藻(1963-), 男, 教授, 硕士, 主要研究方向为量子光学. Email: rxz63@sohu.com

收稿日期: 2015-02-06; 录用日期: 2015-05-15

<http://www.photon.ac.cn>

上,在 T-C 模型中,原子与光场相互作用的过程中,不仅有旋波项所产生的长寿命实光子,还有非旋波项产生的寿命非常短暂的虚光子,由于虚光子交换这一过程实际存在,且文献[25]证明虚光子过程会影响系统的场熵和其他非经典特性,因此非旋波近似更能全面反映原子与场相互作用,所以考虑非旋波项^[8]对系统的纠缠度或其他非经典特性的影响是必要的.

在处理非旋波项作用下的量子系统中的纠缠问题时,传统方法对纠缠求解较为复杂,本文采用相干态正交化展开法^[9-17]研究非旋波近似下的 T-C 模型,将系统的耦合强度的部分做一个平移变换,将非旋波的模型完全对角化,得出系统的定态能谱并利用共生纠缠度(Concurrence)^[18-19]来研究不同原子初始状态下原子-腔场系统的纠缠演化特性,讨论原子初态、原子-光场间耦合强度等参量对原子间纠缠演化的影响,为量子信息以及量子纠缠态的制备等提供研究思路.

1 理论模型与计算

考虑两个全同二能级原子与单模腔场相互作用的理论模型,忽略原子与原子间的偶极-偶极相互作用,在非旋波近似下,原子-腔场相互作用系统的哈密顿量表示为

$$H = H_f + H_a + H_i \quad (1)$$

$$H_f = \omega_0 a^\dagger a \quad (2)$$

$$H_a = \Omega \sum_{i=1}^2 S_z^i \quad (3)$$

$$H_i = g(a^\dagger + a) \sum_{i=1}^2 S_x^i \quad (4)$$

式中: H_f 、 H_a 、 H_i 分别表示腔场、原子、腔场和原子相互作用的哈密顿量, a^\dagger 、 a 是腔场的产生和湮灭算符, Ω 、 ω_0 分别为二能级原子的能级间隔和腔场频率, g 表示腔场-原子的耦合强度, S_z^i 、 S_x^i 为原子的赝自旋算符,有

$$S_z^i = \frac{1}{2}(\sigma_z^i + \bar{\sigma}_z^i), S_x^i = \frac{1}{2}(\sigma_x^i + \bar{\sigma}_x^i) \quad (5)$$

式中: $\sigma_z^1 = |E_1\rangle\langle E_1| - |G_1\rangle\langle G_1|$,

$$\sigma_x^1 = |E_1\rangle\langle G_1| + |G_1\rangle\langle E_1|,$$

$$\sigma_z^2 = |E_2\rangle\langle E_2| - |G_2\rangle\langle G_2|,$$

$$\sigma_x^2 = |E_2\rangle\langle G_2| + |G_2\rangle\langle E_2|,$$

$|E\rangle$ 和 $|G\rangle$ 分别表示原子的激发态和基态,为了将系统哈密顿量作对角化变换,令

$$\begin{cases} |e\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|E\rangle + |G\rangle) \\ |g\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|E\rangle - |G\rangle) \end{cases} \quad (6)$$

将式(2)~(6)带入式(1)可得

$$H = \omega_0 a^\dagger a + g(a^\dagger + a) \sum_{i=1}^2 \tilde{S}_z^i + \Omega \sum_{i=1}^2 \tilde{S}_x^i = \omega_0 a^\dagger a + \frac{g}{2}(a^\dagger + a)(\bar{\sigma}_z^1 + \bar{\sigma}_z^2) + \frac{\Omega}{2}(\bar{\sigma}_x^1 + \bar{\sigma}_x^2) \quad (7)$$

式中

$$\begin{cases} \tilde{S}_z^i = \frac{1}{2}(\bar{\sigma}_z^i + \bar{\sigma}_z^i), \tilde{S}_x^i = \frac{1}{2}(\bar{\sigma}_x^i + \bar{\sigma}_x^i) \\ \bar{\sigma}_z^1 = |e_1\rangle\langle e_1| - |g_1\rangle\langle g_1| \\ \bar{\sigma}_x^1 = |e_1\rangle\langle g_1| + |g_1\rangle\langle e_1| \\ \bar{\sigma}_z^2 = |e_2\rangle\langle e_2| - |g_2\rangle\langle g_2| \\ \bar{\sigma}_x^2 = |e_2\rangle\langle g_2| + |g_2\rangle\langle e_2| \end{cases} \quad (8)$$

设两原子的定态波函数为

$$| \rangle = |\varphi_1\rangle |e_1 e_2\rangle + |\varphi_2\rangle |e_1 g_2\rangle + |\varphi_3\rangle |g_1 e_2\rangle + |\varphi_4\rangle |g_1 g_2\rangle \quad (9)$$

其中 $|\varphi_i\rangle$ 是光场部分的波函数.

对式(9)做平移变换

$$A = a + g/\omega_0, B = a - g/\omega_0 \quad (10)$$

式中, A 、 B 为新的玻色算符

将式(9)代入定态薛定谔方程 $|H\rangle = |E\rangle$ 进行计算

可以得到

$$\begin{cases} \omega_0 \left[A^\dagger A - \left(\frac{g}{\omega_0} \right)^2 \right] |\varphi_1\rangle + \frac{\Omega}{2} |\varphi_2\rangle + \frac{\Omega}{2} |\varphi_3\rangle = E |\varphi_1\rangle \\ \omega_0 a^\dagger a |\varphi_2\rangle + \frac{\Omega}{2} |\varphi_1\rangle + \frac{\Omega}{2} |\varphi_4\rangle = E |\varphi_2\rangle \\ \omega_0 a^\dagger a |\varphi_3\rangle + \frac{\Omega}{2} |\varphi_1\rangle + \frac{\Omega}{2} |\varphi_4\rangle = E |\varphi_3\rangle \\ \omega_0 \left[B^\dagger B - \left(\frac{g}{\omega_0} \right)^2 \right] |\varphi_4\rangle + \frac{\Omega}{2} |\varphi_2\rangle + \frac{\Omega}{2} |\varphi_3\rangle = E |\varphi_4\rangle \end{cases} \quad (11)$$

设^[15-17]

$$\begin{cases} |\varphi_1\rangle = \sum_{n=0}^N c_n |n\rangle_A, |\varphi_2\rangle = \sum_{n=0}^N d_n |n\rangle \\ |\varphi_3\rangle = \sum_{n=0}^N e_n |n\rangle, |\varphi_4\rangle = \sum_{n=0}^N f_n |n\rangle_B \end{cases} \quad (12)$$

式中 $|n\rangle_A$ 、 $|n\rangle_B$ 为平移 Fock 态. 在计算中,将 n 取得足够大时,展开系数就能足够的小,因此可以在足够大的 N 处做截断处理,通过求解式(11)可以得到系统的定态能谱.

式中 $|n\rangle_A$ 、 $|n\rangle_B$ 的定义为

$$\begin{cases} |n\rangle_A = \frac{1}{\sqrt{n!}} (A^\dagger)^n |0\rangle_A, |0\rangle_A = e^{-g/\omega_0 a^\dagger - g^2/2\omega_0^2} |0\rangle \\ |n\rangle_B = \frac{1}{\sqrt{n!}} (B^\dagger)^n |0\rangle_B, |0\rangle_B = e^{g/\omega_0 a^\dagger - g^2/2\omega_0^2} |0\rangle \end{cases} \quad (13)$$

可以证明

$$A^\dagger A |n\rangle_A = n |n\rangle_A, B^\dagger B |n\rangle_B = n |n\rangle_B \quad (14)$$

$${}_A \langle m | n \rangle_A = \delta_{nm}, {}_B \langle m | n \rangle_B = \delta_{nm}$$

将(14)式带入式(11),可以得到方程组

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \omega_0 \left[m - \left(\frac{g}{\omega_0} \right)^2 \right] \right\} c_m + \frac{\Omega}{2} \sum_n d_{nA} \langle m|n \rangle + \\ \frac{\Omega}{2} \sum_n e_{nA} \langle m|n \rangle = E c_m \\ \omega_0 m d_m + \frac{\Omega}{2} \sum_n c_n \langle m|n \rangle_A + \frac{\Omega}{2} \sum_n f_n \langle m|n \rangle_B = E d_m \\ \omega_0 m e_m + \frac{\Omega}{2} \sum_n c_n \langle m|n \rangle_A + \frac{\Omega}{2} \sum_n f_n \langle m|n \rangle_B = E e_m \\ \left\{ \omega_0 \left[m - \left(\frac{g}{\omega_0} \right)^2 \right] \right\} f_m + \frac{\Omega}{2} \sum_n d_{nB} \langle m|n \rangle + \\ \frac{\Omega}{2} \sum_n e_{nB} \langle m|n \rangle = E f_m \end{array} \right. \quad (15)$$

式中,

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle m|n \rangle_A = (-1)^m D_{mm} \left(\frac{g}{\omega_0} \right) \\ \langle m|n \rangle_B = (-1)^n D_{mm} \left(\frac{g}{\omega_0} \right) \end{array} \right. \quad (16)$$

$$D_{mm}(x) = \sum_{i=0}^{\min\{m,n\}} \frac{(-1)^i \sqrt{m! n!} e^{-x^2/2}}{(m-n)! (n-n)! i!} x^{m+n-2i}$$

将式(16)带入式(11)计算,通过求解这 $4N+4$ 个本征方程, ($m, n=0, 1, 2 \dots N$) 可以得到系统的本征波函数 $\{c_n^i\}$ 、 $\{d_n^i\}$ 、 $\{e_n^i\}$ 、 $\{f_n^i\}$ 和系统的定态能谱 $\{E^i\}$ 。

为了研究原子的纠缠随时间的演化,本文假设光场初态为真空态,两原子的初态为任意纠缠态,则系统的初态为

$$|\psi\rangle_0 = [c_1 |E_1\rangle |E_2\rangle + c_2 |E_1\rangle |G_2\rangle + c_3 |G_1\rangle |E_2\rangle + c_4 |G_1\rangle |G_2\rangle] \otimes |0\rangle \quad (17)$$

式中 c_1, c_2, c_3, c_4 为任意复数,且满足归一化条件 $c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 + c_4^2 = 1$,同时,考虑本文研究的是两个全同原子,系统应时刻处于交换对称或者交换反对称状态,因此可令系统处于对称状态时

$$\left\{ \begin{array}{l} c_1 = \sin \alpha \sin \beta, c_2 = c_3 = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{2}} \\ c_4 = \sin \alpha \cos \beta \end{array} \right. \quad (18)$$

而系统处于反对称状态时,系统初态仅可以定义为

$$|\psi\rangle_0 = \left[\frac{\sqrt{2}}{2} |E_1\rangle |G_2\rangle - \frac{\sqrt{2}}{2} |G_1\rangle |E_2\rangle \right] \otimes |0\rangle \quad (19)$$

将变换式

$$|e\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|E\rangle + |G\rangle), |g\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|E\rangle - |G\rangle)$$
 带入

计算得

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_0 = & \left[\frac{1}{2} (\sin \alpha \sin \beta + \sqrt{2} \cos \alpha + \sin \alpha \cos \beta) |e_1 e_2\rangle + \right. \\ & \frac{1}{2} (\sin \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta) |e_1 g_2\rangle + \frac{1}{2} (\sin \alpha \sin \beta - \\ & \sin \alpha \cos \beta) |g_1 e_2\rangle + \frac{1}{2} (\sin \alpha \sin \beta - \sqrt{2} \cos \alpha + \\ & \left. \sin \alpha \cos \beta) |g_1 g_2\rangle \right] \otimes |0\rangle \end{aligned} \quad (20)$$

再将初态展开

$$|\psi\rangle_0 = \sum_{i=1}^{4N+4} k_i \sum_{n=0}^N [c_n^i |n\rangle_A |e_1 e_2\rangle + d_n^i |n\rangle |e_1 g_2\rangle + e_n^i |n\rangle |g_1 e_2\rangle + f_n^i |n\rangle |g_1 g_2\rangle] \quad (21)$$

比较式(20)和(21)可得

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^{4N+4} k_i \sum_{n=0}^N c_n^i |n\rangle_A = \frac{1}{2} (\sin \alpha \sin \beta + \sqrt{2} \cos \alpha + \sin \alpha \cos \beta) |0\rangle \\ \sum_{i=1}^{4N+4} k_i \sum_{n=0}^N d_n^i |n\rangle = \frac{1}{2} (\sin \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta) |0\rangle \\ \sum_{i=1}^{4N+4} k_i \sum_{n=0}^N e_n^i |n\rangle = \frac{1}{2} (\sin \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta) |0\rangle \\ \sum_{i=1}^{4N+4} k_i \sum_{n=0}^N f_n^i |n\rangle_B = \frac{1}{2} (\sin \alpha \sin \beta - \sqrt{2} \cos \alpha + \sin \alpha \cos \beta) |0\rangle \end{array} \right. \quad (22)$$

对式(22)分别左乘 $\langle m|_A, \langle m|_B$ 和 $\langle m|_B$, 得

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^{4N+4} k_i c_m^i = \frac{1}{2} (\sin \alpha \sin \beta + \sqrt{2} \cos \alpha + \sin \alpha \cos \beta) \langle m|_A \\ \sum_{i=1}^{4N+4} k_i d_m^i = \frac{1}{2} (\sin \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta) \delta_{m,0} \\ \sum_{i=1}^{4N+4} k_i e_m^i = \frac{1}{2} (\sin \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta) \delta_{m,0} \\ \sum_{i=1}^{4N+4} k_i f_m^i = \frac{1}{2} (\sin \alpha \sin \beta - \sqrt{2} \cos \alpha + \sin \alpha \cos \beta) \langle m|_B \end{array} \right. \quad (23)$$

求解式(23)可以得到 $\{k_i\}$

可以解出任意时刻的波函数

$$|\psi(t)\rangle = e^{-iHt} |\psi\rangle_0 = \sum_{i=1}^{4N+4} k_i e^{-iE_i t} \sum_{n=0}^N [c_n^i |n\rangle_A |e_1 e_2\rangle + d_n^i |n\rangle |e_1 g_2\rangle + e_n^i |n\rangle |g_1 e_2\rangle + f_n^i |n\rangle_B |g_1 g_2\rangle]$$

2 两原子共生纠缠度的计算

系统的密度矩阵为

$$\rho(t) = |\psi(t)\rangle \langle \psi(t)|$$

对于两原子,本文采用 Wootters 于 1997 年定义 Concurrence^[18]来度量纠缠度 $C_{(\rho)} = \max(0, \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4)$,式中 $\lambda_i (i=1, 2, 3, 4)$ 为厄米矩阵 \mathbf{R} 的本征值的平方根,且 $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \lambda_4$

其中 $\mathbf{R} = \rho_a (\sigma_y^* \otimes \sigma_y^*) \rho_a^* (\sigma_y \otimes \sigma_y)$

式中 $\rho_a = \text{tr}_{(f)}$,表示对光场求迹, ρ_a^* 是 ρ_a 的复共轭,

$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ 为泡利矩阵。

对 Concurrence,有 $0 \leq C_{(\rho)} \leq 1$, $C_{(\rho)} = 0$ 时,两原子处于独立的、非纠缠状态; $0 < C_{(\rho)} < 1$ 时,两原子处于部分纠缠态; $C_{(\rho)} = 1$ 时,两原子处于最大纠缠态。

由于对于 $C_{(\rho)}$ 难以做解析计算,所以一般通过数值计算求得矩阵的本征值后可得两原子间的纠缠度随时间 t 的演化规律。

3 数值计算与分析

3.1 系统定态能谱

图 1 为 Ω/ω_0 取不同值时,系统的能谱 E 与耦合强

度 g 的关系,可以看出,不论 Ω/ω_0 取任何值时,在图 1 中总能看到一条水平的能谱曲线,这与参考文献[20]是相符的,图 1 中水平的能谱曲线为 $E=n\omega_0$,其中 $\omega_0=1, (n=0,1,2,3\cdots)$. 为了解释这一现象,对式(11)进行变换,令

$$\begin{cases} |\phi_1\rangle = |\phi_1\rangle \\ |\phi_2\rangle = |\phi_1\rangle \\ |\phi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\phi_2\rangle + |\phi_3\rangle) \\ |\phi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\phi_2\rangle - |\phi_3\rangle) \end{cases} \quad (24)$$

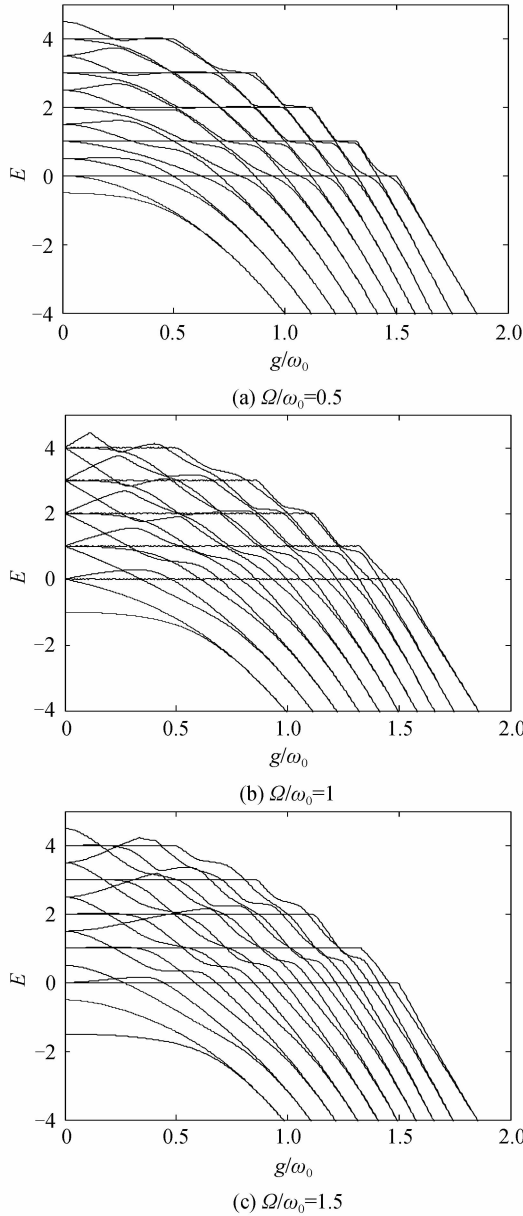


图 1 系统的定态能谱

Fig. 1 Steady state energy spectrum

将式(24)代入式(11),并将式(11)中的 2、3 式分别相加减,得

$$\omega_0 \left[A^+ A - \frac{g^2}{\omega_0^2} \right] |\phi_1\rangle + \frac{\Omega}{\sqrt{2}} |\phi_3\rangle = E |\phi_1\rangle \quad (25)$$

$$\omega_0 \left[B^+ B - \frac{g^2}{\omega_0^2} \right] |\phi_2\rangle + \frac{\Omega}{\sqrt{2}} |\phi_3\rangle = E |\phi_2\rangle \quad (26)$$

$$\omega_0 a^+ a |\phi_3\rangle + \frac{\Omega}{\sqrt{2}} |\phi_1\rangle + \frac{\Omega}{\sqrt{2}} |\phi_2\rangle = E |\phi_3\rangle \quad (27)$$

$$\omega_0 a^+ a |\phi_4\rangle = E |\phi_4\rangle \quad (28)$$

很显然,变化后该方程组中式(28)与式(25)~(27)是脱耦的,式(28)的本征态 $|\phi_4\rangle = |n\rangle = \frac{(a^+)^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle$,其本征能量为 $E=n\omega_0 (n=0,1,2,3\cdots)$

再将式(24)代入式(9)中,得

$$\begin{aligned} | \rangle = & |\phi_1\rangle |e_1 e_2\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |\phi_3\rangle (|e_1 g_2\rangle + |g_1 e_2\rangle) + \\ & \frac{1}{\sqrt{2}} |\phi_4\rangle (|e_1 g_2\rangle - |g_1 e_2\rangle) + |\phi_2\rangle |g_1 g_2\rangle \end{aligned} \quad (29)$$

由式(29)可知, $|\phi_4\rangle$ 所对应的初态为两原子处于交换反对称态. 其次,可以看出系统的基态能谱是非简并的,系统处于基态时,两原子的处于交换对称态.

3.2 原子间的纠缠演化随原子初态的变化

假设双原子初态处于 4 种贝尔态时,原子间处于最大纠缠态,首先,当原子间的初始纠缠满足交换的反对称时,即两原子初态为

$$|\psi\rangle_A = \frac{\sqrt{2}}{2} |E_1\rangle |G_2\rangle - \frac{\sqrt{2}}{2} |G_1\rangle |E_2\rangle, \text{取 } g=0.1,$$

$\Omega=1$ 和 $\omega_0=1$ 时,其纠缠随时间演化如图 2(a),可以看出在此种初态下,其原子间的纠缠度一直处于最大纠缠状态($C(t)=1$),所以可以判断,即使场处于其它腔场中,初态处于反对称状态的双原子也能一直处于最大纠缠^[7],因此在实验中可以据此制备最大纠缠态. 从物理角度分析,处于该种反对称状态的双原子在与光场相互作用过程中,不与光场发生净能量的交换,从相互作用的效果来看,原子-原子相互作用系统与光场系统不发生相互作用,因此初态处于该种初态的双原子在于光场相互作用过程中,能够一直处于最大纠缠. 同时,也能看到当初态处于

$$|\psi\rangle_B = \frac{\sqrt{2}}{2} |E_1\rangle |E_2\rangle - \frac{\sqrt{2}}{2} |G_1\rangle |G_2\rangle$$

和

$$|\psi\rangle_C = \frac{\sqrt{2}}{2} |E_1\rangle |E_2\rangle + \frac{\sqrt{2}}{2} |G_1\rangle |G_2\rangle$$

时,原子初态同样具备最大纠缠,但随着时间的演化,原子间纠缠出现了准周期性的变化,但原子间纠缠一直存在(如图 2(a)中 $|\psi\rangle_B$ 和 $|\psi\rangle_C$ 所示),其次,当原子初态处于 $|\psi\rangle_D = \frac{\sqrt{2}}{2} |E_1\rangle |G_2\rangle + \frac{\sqrt{2}}{2} |G_1\rangle |E_2\rangle$ 时,原子间纠缠随时间演化也出现了准周期性的变化,与 $|\psi\rangle_B$ 和 $|\psi\rangle_C$ 不同的是,初态处于 $|\psi\rangle_D$ 时纠缠随时间演化过程

中原子间纠缠能够减小到 0.

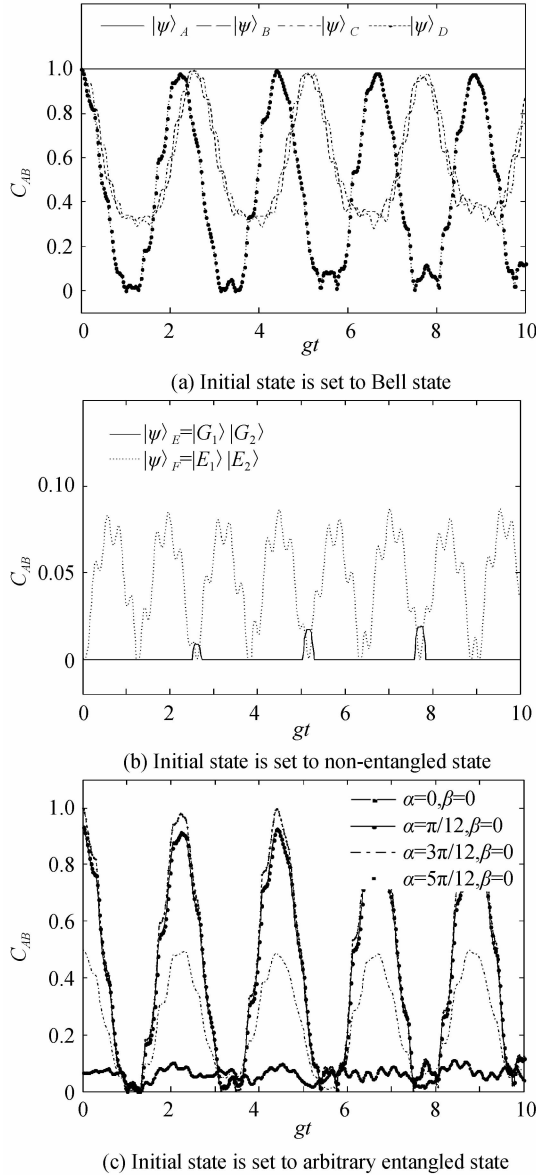


图 2 纠缠随原子初态变化的演化

Fig. 2 Evolution of entanglement change with initial state

其次,当两原子的初始状态处于非纠缠态时,由文献[4]可知,在旋波近似下,该初态下不会随着时间演化而产生纠缠.而在非旋波近似下,当耦合强度较大时,取 $g=0.1, \Omega=1$ 和 $\omega_0=1$ 时,两原子的初态为 $|\psi\rangle_E = |G_1\rangle|G_2\rangle$ 或 $|\psi\rangle_F = |E_1\rangle|E_2\rangle$,如图 2(b)中的曲线 $|\psi\rangle_E$ 和 $|\psi\rangle_F$ 所示原子间的纠缠出现了轻微的纠缠现象,此时可以判定这是由于非旋波项的作用,因此在原子间纠缠的演化过程中非旋波项的作用在演化过程中不可忽略.而且初态为 $|\psi\rangle_E$ 的纠缠比 $|\psi\rangle_F$ 产生的纠缠要小,是因为系统中两原子同时处于基态的概率较小,当两原子不同时处于基态时,原子间就出现了纠缠.

当两原子初始处于交换对称的纠缠状态时,取 $g=0.02, \Omega=1$ 和 $\omega_0=1$ 时,图 2(c)为 $\beta=0$ 时,双原子

初态为

$$|\psi\rangle_0 = \frac{\sqrt{2} \cos \alpha}{2} (|E_1\rangle|G_2\rangle + |G_1\rangle|E_2\rangle) + \sin \alpha |G_1\rangle|G_2\rangle$$

$\alpha=0$ 时,双原子初始时刻具有最大纠缠 ($C=1$),随着时间演化,Concurrence 减小到 0 后又逐渐恢复,双原子间纠缠周期性地演化,随着 α 的增加,其演化规律与初始时刻处于最大纠缠时类似,但随着原子间初始时刻纠缠度减小,其峰值也减小,且无法达到最大纠缠.尽管随着 α 的变化,系统初始纠缠度大小改变,但纠缠的周期与初始纠缠度(纠缠状态)无关.

3.3 原子间的纠缠演化随耦合强度的变化

图 3 为将 $\alpha=0, \beta=\frac{\pi}{2}$ 带入式(20),即原子初态处于 $|\psi\rangle_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} |E_1\rangle|G_2\rangle + \frac{\sqrt{2}}{2} |G_1\rangle|E_2\rangle$ 时,改变耦合强度 g 时,原子间纠缠随时间的演化.从图 3 可以看出,原子间的初始纠缠度虽然相同,随着耦合强度 g 的增大,如对比 $g=0.02$ 和 $g=0.1$ 的曲线可以看到,原子间纠缠在发生周期性变化时所对应的曲线“小锯齿状”逐渐变得明显,当 g 继续增大时,如曲线 $g=0.5$ 和 $g=1.0$ 时,原子间的纠缠演化不再具有明显的周期性,演化加剧并且更早地出现了纠缠死亡的现象.随时间演化,纠缠虽然能够再次出现但是无法恢复至最大值并且其振幅逐渐减小.曲线的“小锯齿状”明显且有纠缠死亡出现,这是因为耦合强度 g 的增大使得非旋波项作用更加明显导致的.

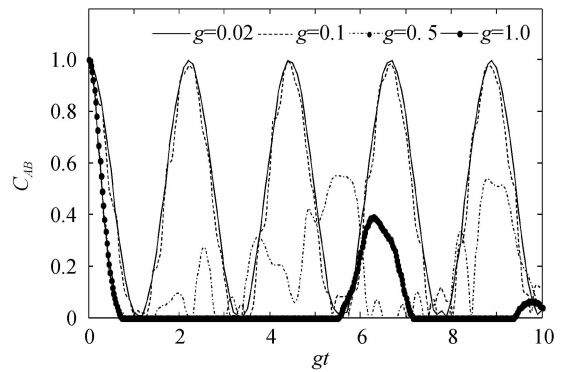


图 3 不同耦合强度下原子纠缠的周期性演化

Fig. 3 Periodic evolution of the entanglement of different coupling strength

4 结论

本文讨论了非旋波近似下 T-C 模型中,定态能谱以及原子间的共生纠缠度随时间演化的特性,并分析了不同初态和耦合强度对原子间共生纠缠演化特性的影响.系统的基态是非简并的,对应于两原子处于交换对称态,能谱中有一组本征能量为 $E_n = n\omega_0$,不随耦合强度变化而变化,其对应的是两原子处于交换反对称

态.当原子初态处于贝尔态时,原子间纠缠度初态具备最大值,且当原子间的初始纠缠满足交换的反对称时,两原子间纠缠度将一直处于最大值,当处于其他贝尔态时,纠缠演化也具备一定的周期性.当原子初态处于非纠缠态时,在非旋波项的作用下,原子间出现了具有准周期性的微弱纠缠,因此非旋波项对系统的演化特性是有影响的.腔场-原子的耦合强度对于系统的演化有着重要作用,其演化周期反比于耦合强度.

参考文献

- [1] TAVIS M, CUMMINGS F W. Exact solution for an N-molecule-radiation-field Hamiltonian [J]. *Physical Review*, 1968, **170**: 379-384.
- [2] SAINZ I, KLIMOV A B, ROA L. Entanglement dynamics modified by an effective atomic environment [J]. *Physical Review A*, 2006, **73**(3): 032303.
- [3] SANTOS M F, MILMAN P, DAVIDOVICH L, *et al.* Direct measurement of finite-time disentanglement induced by a reservoir[J]. *Physical Review A*, 2006, **73**(4): 040305.
- [4] CUI H T, LI K, YI X X. A study on the sudden death of entanglement[J]. *Physics Letters A*, 2007, **365**(1): 44-48.
- [5] PHOENIX S J D, KNIGHT P L. Periodicity, phase, and entropy in models of two-photon resonance[J]. *Journal of The Optical Society of America B*, 1990, **7**(1): 116-124.
- [6] ZUO Zhan-chun, XIA Yun-jie. The evolution property of three-body entanglement measure in Tavis-Cummings model [J]. *Journal of Physics*, 2003, **52**(11): 2687-2693.
左战春,夏云杰. Tavis-Cummings 模型中三体纠缠态纠缠量的演化特性[J]. *物理学报*, 2003, **52**(11): 2687-2693.
- [7] SHAN Chuan-jia, XIA Yun-jie. The entanglement character of two entangled atoms in Tavis-Cummings model[J]. *Journal of Physics*, 2006, **55**(4): 1585-1590.
单传家,夏云杰. Tavis-Cummings 模型中两纠缠原子纠缠的演化特性[J]. *物理学报*, 2006, **55**(4): 1585-1590.
- [8] AGARWAL S, RAFSANJANI S M H, EBERLY J H. Tavis-Cummings model beyond the rotating wave approximation: Quasidegenerate qubits[J]. *Physical Review A*, 2012, **85**(4): 043815.
- [9] 汪克林,陈庆虎,刘涛. 多体物理中的相干态正交化方法及其应用[M]. 中国科技大学出版社,1996:205.
- [10] REN Xue-zao, Cong Hong-lu. Level crossing in a two-photon Jaynes-Cummings model[J]. *Chinese Physics B*, 2012, **21**(5): 054210.
- [11] REN Xue-zao, JIANG Dao-lai, CHONG hong-lu, *et al.* Exact calculations of the energy spectra and the dynamical properties of a two-level system[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, (8): 5406-5411.
- [12] LIU Tao, FENG Mang, WANG Ke-Lin. Exact solution of quantum dynamics of a cantilever coupling to a single trapped ultracold ion [J]. *Communications in Theoretical Physics*, 2007, **47**(3): 561.
- [13] CHEN Qing-hu, LIU Tao. Entanglement dynamics of two independent Jaynes-Cummings atoms without the rotating-wave approximation[J]. *Physical Review A*, 2010, **82**(5): 052306.
- [14] CHEN Qing-hu, LIU Tao. Exact solutions to the Jaynes-Cummings model without the rotating-wave approximation [J]. *Europhysics Letters*, 2011, **96**(1): 14003.
- [15] JIANG Dao-lai, REN Xue-zao, CONG Hong-lu, *et al.* The entanglement properties of two entangled atoms without rotating wave approximation [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(9): 1636-1640.
姜道来,任学藻,丛红璐,等. 非旋波近似下两纠缠原子的纠缠特性[J]. *光子学报*, 2010, **39**(9): 1636-1640.
- [16] XIA Jian-ping, REN Xue-zao, Cong Hong-lu, *et al.* Quantum evolution of entanglement property in two-qubit and oscillator coupling system[J]. *Journal of Physics*, 2012, **61**(1): 014208.
夏建平,任学藻,丛红璐,等. 两量子比特与谐振子相耦合系统中的量子纠缠演化特性[J]. *物理学报*, 2012, **61**(1): 014208.
- [17] XIA Jian-ping, REN Xue-zao, Cong Hong-lu, *et al.* Quantum entanglement of the coherent state field interacting with a type Λ three-level atom without rotating wave approximation[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(9): 1621-1626.
夏建平,任学藻,丛红璐,等. 非旋波近似下 Λ 型三能级原子与相干态光场的量子纠缠[J]. *光子学报*, 2010, **39**(9): 1621-1626.
- [18] WOOTTERS W K. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits[J]. *Physical Review Letters*, 1998, **80**(10): 2245.
- [19] YI Jian. The quantum entanglement and anti-bunching effect in T-C model[D]. Jishou University, 2012.
伊健. T-C 模型中的纠缠和反聚束效应的研究[D]. 吉首大学, 2012.
- [20] HE Shu. Solutions to the quantum Rabi model with two equivalent qubits[J]. *Europhysics Letters*, 5400.
- [21] MA Xiao-ping. Squeezing property of binomial state field under the anti-tavis-cummings model [J]. *Journal of Huaihai Institute of Techology: Natural Science Edition*, 2010, **19**(1): 1-5.
马晓萍. 反 Tavis-Cummings 模型下二项式光场的压缩效应[J]. *淮海工学院学报:自然科学版*, 2010, **19**(1): 1-5.
- [22] WANG Xian-cai, Cao Zhuo-liang. Radiation squeezing of the system of the binomial states field interacting with a moving two-level atom [J]. *Journal of Atomic and Molecular Physics*, 2006, **23**(5): 872-876.
汪贤才,曹卓良. 二项式光场与运动二能级原子相互作用系统的光场压缩效应[J]. *原子与分子物理学报*, 2006, **23**(5): 872-876.
- [23] CUI Ying-hua, SA CHU Er-fu, GONG Yan-li. Quantum entanglement of the binomial field interacting with the moving atoms in tavis-cummings model[J]. *Photo: Laser*, 2008, **19**(9): 1265-1268.
崔英华,萨楚尔夫,宫艳丽. T-C 模型中运动原子与二项式光场相互作用的量子纠缠[J]. *光电子:激光*, 2008, **19**(9): 1265-1268.
- [24] ZHANG Ying-jie, XIA Yun-jie, REN Ting-qi, *et al.* Quantum properties of the entangled coherent light field under the anti-Jaynes-Cummings model [J]. *Journal of Physics*, 2009, **58**(2): 722-728.
张英杰,夏云杰,任廷琦,等. 反 Jaynes-Cummings 模型下纠缠相干光场量子特性的研究[J]. *物理学报*, 2009, **58**(2): 722-728.
- [25] WAN Lin, LIU San-qiu, TAO Xiang-yang. The nonclassical properties of two level atoms interaction with a single model light field without rotating wave approximation [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(7): 784-790.
万琳,刘三秋,陶向阳. 非旋波近似下两个二能级原子与单模光场相互作用的非经典性质[J]. *光子学报*, 2001, **30**(7): 785-790.