

doi:10.3788/gzxb20154407.0722001

基于自由曲面透镜的 LED 路灯配光优化设计

杨凯^{1,2}, 李晓艳², 林斌¹, 陈亮², 石岩², 金尚忠²

(1 浙江大学 光电信息工程学系, 浙江大学国家光学仪器工程技术研究中心, 杭州 310027)

(2 中国计量学院 光学与电子科技学院, 光电子技术研究所, 杭州 310018)

摘 要: 为了提高光能利用率和照度均匀性, 减小炫光的产生, 需要对 LED 路灯进行二次光学配光设计。本文以空间光折射定律为基础, 对 LED 光线空间和路面区域进行一一对应的网格划分, 结合优化的双向迭代算法生成自由曲面透镜, 实现矩形光斑输出。仿真结果表明, 配光后的 LED 整体光能利用率为 90.4%, 能量基本被限制 30 m×13 m 的矩形区域内, 水平方向和垂直方向的照度均匀度分别为 83.2% 和 71.7%。当 LED 以 30 m 间隔平行排列时, 可以在路面形成宽度约为 14 m 的光斑, 垂直照度均匀度提高为 77.2%。据此开模制造的 LED 路灯配光曲线为蝙蝠翼型, 横向和纵向±62°和±40°范围内的平均照度分别为 31.17 lx 和 25.72 lx, 满足国家道路照明标准, 实验验证了该透镜设计算法的可行性和实用性。

关键词: LED; 自由曲面; 优化设计; 迭代; 照度均匀度

中图分类号: O439; O432.2

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2015)07-0722001-6

Light Distribution Optimization Design of LED Street Light Based on Freeform Surface Lens

YANG Kai^{1,2}, LI Xiao-yan², LIN Bin¹, CHEN Liang², SHI Yan², JIN Shang-zhong²

(1 National Research Center of Engineering and Technology for Optical Instrument, Department of Optical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

(2 Institute of Optoelectronic Technology, College of Optical and Electronic Technology, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: In order to improve the light efficiency and illumination uniformity and reduce glare, LED street light need secondary light distribution design. Based on the basis of space Snell law, combing with bidirectional iteration algorithm and equivalent grid dividing, this paper realizes one-to-one correspondence between LED emergent ray space and specific spot on the road. A freeform surface lens was generated, and it can convert light distribution of the LED to rectangle. Simulation results show that LED's light energy is almost limited in a rectangular area of 30 m×13 m, the whole light efficiency is 90.4%. The horizontal illumination uniformity and vertical illumination uniformity can reach 83.2% and 71.7% respectively. When multiple LEDs are arranged in 30 m spacing, the facula width on the pavement is about 14m. At this time, vertical illumination uniformity increased to 77.2%. Experiment results show that the light distribution curve of LED street light is bat-wing distribution. The horizontal and vertical average illumination is 31.17 lx and 25.72 lx, and energy is limited in ±62° and ±40°, respectively. It can meet requirements of national standard for lighting design of urban road, which prove the feasibility and practicability of the lens design algorithm.

Key words: LED; Freeform surface; Optimization design; Iteration; Illumination uniformity

OCIS Codes: 220.4298; 080.1753; 220.2945; 230.3670

基金项目: 国家自然科学基金(No. 61177050)、浙江省 LED 照明新技术科技创新团队项目(No. 2010R20020)资助

第一作者: 杨凯(1979—), 男, 讲师, 博士研究生, 主要研究方向为半导体照明、光纤传感技术等. Email: yangkai@cju.edu.cn

导师(通讯作者): 林斌(1964—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为光电子器件、图像传感及处理、光电测量和仪器、生物医学光学技术和仪器. Email: wjlin@zju.edu.cn

收稿日期: 2015-02-09; **录用日期:** 2015-04-17

<http://www.photon.ac.cn>

0 引言

随着材料科学、半导体工艺的不断成熟和完善,发光二极管(Light Emitting Diode, LED)照明产业迅速崛起.相对于传统光源,LED具有节能环保、寿命长、响应速度快、显色指数高等优点.近年LED的光效得到了很大的提高,商用芯片已经达到150~200 lm/W.这两方面的优势为LED替代高压钠灯成为城市道路照明的主力创造了有利条件^[1-2].2009年,科技部推出了“十城万盏”半导体照明应用工程,加速推进LED路灯的市场化.然而,LED的空间光强分布近似朗伯分布,一般的LED发散角为120°~150°,大部分光能都集中在很小范围的立体角内,如果直接应用于道路照明,会在路面形成一个中心很亮的圆斑,约一半的光散落到马路之外并形成强烈的炫光,与路面照明的要求不符^[3-4].良好的道路照明要求LED路灯的配光为长方形的光型,路灯发出的光可以在马路上形成近似均匀的照度,而马路之外的光污染几乎为零.为了解决以上问题,需要对LED进行二次配光设计,即增强LED路灯的照明均匀性,提高LED的光能利用率.

LED路灯常用的二次光学配光设计分为反射器和透镜两种.采用反射器相对加工简单,成本较低,而且光经过一次反射后直接射向路面,能量损失较小^[5-7].但是反射器一般针对单颗LED芯片,而LED路灯是多颗芯片串并联形成模组,由多模组组成路灯灯具,不宜采用反射器.因此多数LED路灯使用自由曲面透镜进行配光.在自由曲面透镜的设计中,照明面网格的划分和算法的迭代方式至关重要.好的划分和迭代方式能够弥补算法上的不足,从而设计出更加合理的透镜结构.蒋金波等^[8]基于边缘光线扩展度守恒原理,创建了一套自由曲面控制网格节点矢量的计算方法设计自由曲面透镜.SITU Wen-chang等^[9]提出了一种基于反馈的分离变量映射的LED扩展光源自由曲面设计方法.这些方法在路面网格的划分上基本都是等面积的矩形,导致迭代算法只能从一个方向进行,路面照度和均匀性有改进的空间.颜稳萍等^[10]则采用双自由曲面结构设计大角度透镜,减小全反射并提高目标面的照度均匀性和出光效率,双自由曲面则提高了加工的难度和成本.

本文遵循光通量守恒原则,结合空间光折射定律,采用类似文献^[6]的辐射状的等面积路面网格划分方法,通过优化的横向-纵向混合迭代算法得出自由曲面透镜,LED出射光经过透镜后可以实现在路面形成照度均匀的矩形配光,用这种方法开模并设计了一个

200W LED路灯,实验结果验证了理论设计的可行性,取得了比较理想的效果.

1 自由曲面透镜设计与理论分析

LED发射的光线经自由曲面透镜折射后照射到目标面,根据空间光折射定律^[11]和光通量守恒原则,将自由曲面和目标面分成若干一一对应的网格,自由曲面和路面对应网格应有相同数目的光线透过^[12-13].

如图1,空间光折射定律可表示为

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + P\mathbf{N} \quad (1)$$

$$P = \frac{\sqrt{n'^2 - n^2 + n^2 \cos^2 I} - n \cos I}{n} \quad (2)$$

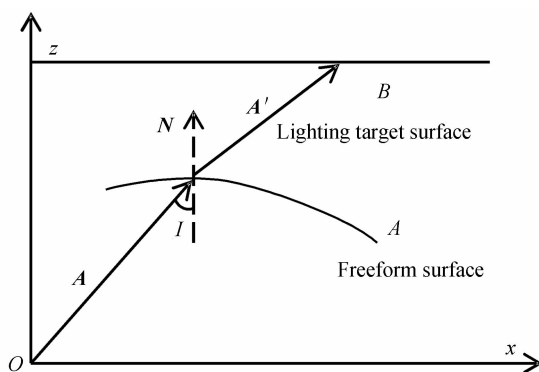


图1 空间折射定律示意图

Fig. 1 Diagram of space Snell's law

式中为 \mathbf{A} 为入射光线矢量, \mathbf{A}' 为折射光线矢量, \mathbf{N} 为法线矢量.将式(1)转化为标量形式并归一化处理,则

$$\begin{cases} N_x = \frac{A'_x - A_x}{\sqrt{2} \sqrt{|\mathbf{A}|^2 - \mathbf{A}' \cdot \mathbf{A}}} \\ N_y = \frac{A'_y - A_y}{\sqrt{2} \sqrt{|\mathbf{A}|^2 - \mathbf{A}' \cdot \mathbf{A}}} \\ N_z = \frac{A'_z - A_z}{\sqrt{2} \sqrt{|\mathbf{A}|^2 - \mathbf{A}' \cdot \mathbf{A}}} \end{cases} \quad (3)$$

因此在入射光线矢量和折射光线矢量已知的条件下,可通过迭代将自由曲面的包络面勾勒出来.

1.1 等量网格划分

网格的划分是决定计算结果精确性的重要因素^[14-15],其划分方式分等量和非等量两种方式,本文采用等量的划分方式.LED为朗伯光源,其光线空间分成等光通量的 $M \times N$ 份, N 为光线空间的横向(与道路方向平行)细分个数, M 为光线空间的纵向(与道路方向垂直)细分个数.同样将路面也分为 $M \times N$ 份网格,每一个光子空间对应于路面的某一特定网格.显然,为了在路面得到均匀的光照度,路面网格的分配是等面积的.如图2,以辐射的方式将路面进行网格划分.

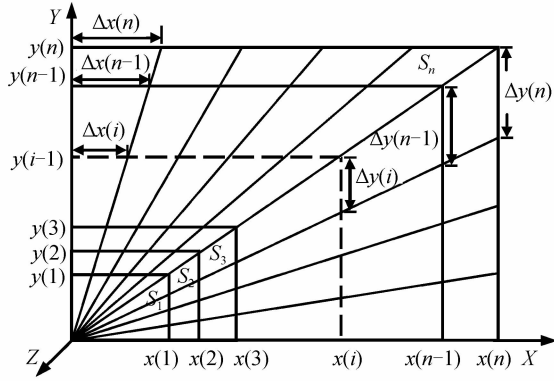


图2 路面网格划分

Fig. 2 Diagram of grid distribution on the road

首先将矩形路面分成面积相同的 n 份,假设路面长宽分别为 $L=x(n)$ 和 $W=y(n)$,因此长宽比 $\alpha=L/W$,路面面积为 $S=L \cdot W$,可得

$$S_1 = S_2 = S_3 = \dots = S/n \quad (4)$$

$$\begin{cases} S_1 = S/n \\ S_2 = x(2) \cdot y(2) - S_1 \\ \dots \\ S_i = x(i) \cdot y(i) - x(i-1) \cdot y(i-1) \\ \dots \\ S_n = x(n) \cdot y(n) - x(n-1) \cdot y(n-1) \end{cases} \quad (5)$$

通过式(4)、(5)可求出 $x(i)$ 和 $y(i)$;再将每一个子区域分成面积相等的 m 份,由图中可以得出

$$\frac{\Delta x_i(n-1)}{\Delta x_i(n)} = \frac{y(n-1)}{y(n)} = \frac{x(n-1)}{x(n)} \quad (6)$$

所以对于每一个 i ,有 $\Delta x_i(n) = \Delta x_i(n-1)$ 和

$\Delta y_i(n) = \Delta y_i(n-1)$,且 $\alpha \Delta y_i(n) = \Delta x_i(n)$,因此可求出每个路面网格四角的坐标.

1.2 自由曲面迭代算法

如图3所示,入射光线 A 在 P 点折射为光线 A' ,根据式(3),可算出 P 点的法向矢量 N 和切平面, B 为 A 的临近光线,与 P 点切平面相交于 Q 点,在误差允许的范围内,可认为此点为自由曲面上 P 点的相邻点,经过迭代即可求出整个自由曲面.

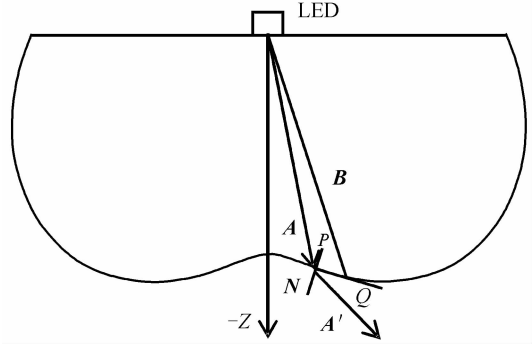


图3 光线追迹原理

Fig. 3 Principle of light tracing

设 P 点的空间位置坐标为 $(x_p(i, j), y_p(i, j), z_p(i, j))$,其中 i 和 j 分别为横向和纵向索引标记,可求出该点的切平面为

$$N_x(i, j)(x - x_p(i, j)) + N_y(i, j)(y - y_p(i, j)) + N_z(i, j)(z - z_p(i, j)) = 0 \quad (7)$$

式中 $N_x(i, j)$, $N_y(i, j)$ 和 $N_z(i, j)$ 为 P 点法向矢量分量, (x, y, z) 为该切平面内任一点坐标.由横向迭代算法, B 线方程为

$$\frac{x}{\sin \varphi(i+1, j) \cos \theta(i+1, j)} = \frac{y}{\sin \varphi(i+1, j) \sin \theta(i+1, j)} = \frac{z}{\cos \varphi(i+1, j)} \quad (8)$$

联立式(7)和(8), B 与该切平面的交点 Q 坐标可得

$$\begin{cases} x_Q(i+1, j) = \frac{N_x(i, j) \cdot x_p(i, j) + N_y(i, j) \cdot y_p(i, j) + N_z(i, j) \cdot z_p(i, j)}{N_x(i, j) + \tan \theta(i, j+1) \cdot N_y(i, j) + \cot \varphi(i, j+1) \cdot N_z(i, j) / \cos \theta(i+1, j)} \\ y_Q(i+1, j) = x_Q(i+1, j) \cdot \tan \theta(i+1, j) \\ z_Q(i+1, j) = x_Q(i+1, j) \cdot \cot \varphi(i+1, j) / \cos \theta(i+1, j) \end{cases} \quad (9)$$

如采用纵向迭代算法,式(8)和式(9)变为

$$\frac{x}{\sin \varphi(i, j+1) \cos \theta(i, j+1)} = \frac{y}{\sin \varphi(i, j+1) \sin \theta(i, j+1)} = \frac{z}{\cos \varphi(i, j+1)} \quad (10)$$

$$\begin{cases} x_Q(i, j+1) = \frac{N_x(i, j) \cdot x_p(i, j) + N_y(i, j) \cdot y_p(i, j) + N_z(i, j) \cdot z_p(i, j)}{N_x(i, j) + \tan \theta(i, j+1) \cdot N_y(i, j) + \cot \varphi(i, j+1) \cdot N_z(i, j) / \cos \theta(i, j+1)} \\ y_Q(i, j+1) = x_Q(i, j+1) \cdot \tan \theta(i, j+1) \\ z_Q(i, j+1) = x_Q(i, j+1) \cdot \cot \varphi(i, j+1) / \cos \theta(i, j+1) \end{cases} \quad (11)$$

很明显,当采用不同的迭代算法时,得到的自由曲面也有所不同.

2 模型设计与仿真优化

通过式(8)、(9)或(10)、(11)可以得到自由曲面透

镜包络面上的 $M \times N$ 个网格点的空间坐标,将其导入三维建模软件建立自由曲面透镜的立体模型,再利用 TracePro 对该模型进行模拟仿真.根据《城市道路照明设计标准》(CJJ45-2006)的相关规定,不同类型道路对路灯有不同的设计要求.在建模时,路灯高度取 8 m,

道路为双向 6 车道,布灯方式为双侧对称布置.城市道路车道宽度一般在 3.5~3.75 m,因此半侧道路宽度为 10.5~11.25 m,采用 CREE 公司的 XLamp XP-G2 系列 LED 芯片,透镜材质为 PMMA,折射率约为 1.49.

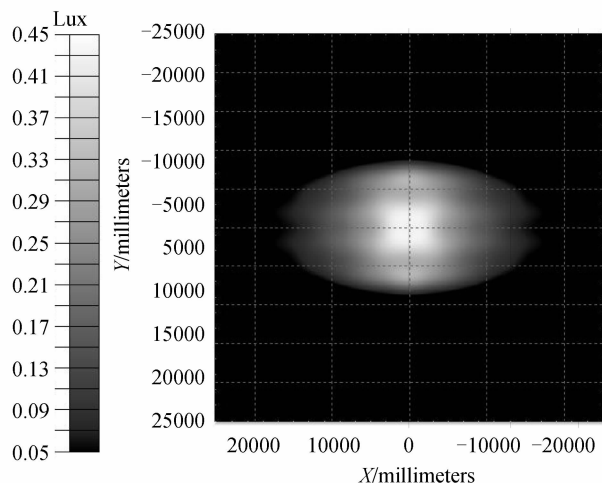


图 4 单向迭代算法生成透镜的路面照度分布图
Fig. 4 Irradiance map for unidirectional iterative algorithm

利用横向迭代算法得出自由曲面透镜,单颗 LED 经该透镜后的路面辐照度分布如图 4 所示.从图中可以看出,在路面上可以得到一个近似矩形的光斑,水平方向(与道路平行)和垂直方向(与道路垂直)的半峰宽为 8m 和 7m.虽然总体光能利用率达到 90% 以上,但是中心区域照度很高,易产生眩光效应,同时四角出现暗区,局部照度均匀度较差.造成这种结果的主要原因是来自算法本身的缺陷:首先自由曲面透镜的 $M \times N$ 个包络点是由光线与前一个包络点的切平面相交得出的,与理想结果存在误差;其次算法在求解方程时所取的空间微元不可能无限小,使得计算结果在横向迭代和纵向迭代产生的自由曲面透镜不完全一致.横向迭代算法对应以原点为中心的矩形区域的包络点,因此在靠近透镜顶点处计算结果比较精确,但在路面的拐角处误差较大,从而形成如图 4 的四角暗区.而纵向迭代算法正好相反,对应以原点为中心的辐射线条上的包络点,但在计算时会造成自由曲面透镜顶点附近不圆滑,增加加工的难度.因此本文采用了反馈优化和横、纵向迭代兼顾的方式:透镜顶点附近包络点计算用横向迭代算法,透镜四周包络点计算用纵向迭代算法,二者以光线与 $-z$ 轴某一夹角为界.以路面照度分布和路面网格划分为标准,调整夹角的大小和光线空间网格的划分并最终得出透镜包络面上的空间坐标^[16-17].

图 5 为采用双向迭代算法优化后得到的自由曲面透镜 3D 结构图,透镜内表面为球形,外表面为自由曲面,整体长宽分别约为 15 mm 和 8 mm,高度约为

6 mm,透镜外表面矢高数据点阵如表 1.

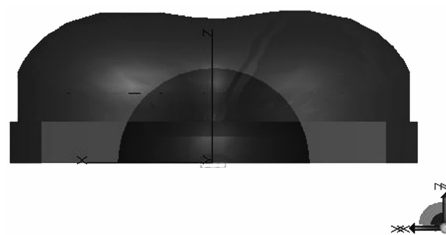


图 5 自由曲面透镜外形
Fig. 5 Appearance of freeform surface lens

表 1 自由曲面透镜矢高数据点阵

Table 1 Vector height data of freeform surface lens

Vector height(z /mm)	$y=0$	$y=1$	$y=2$	$y=3$
$x=0$	5.29	5.18	4.72	3.66
$x=2$	5.54	5.43	5.03	4.20
$x=4$	5.55	5.45	5.04	4.21
$x=6$	4.80	4.67	4.04	1.50

图 6 为单颗 LED 经过图 5 透镜后的路面辐照度和光强分布仿真结果.从仿真结果可知,光源的能量利用率为 90.4%,基本上被限制 30 m \times 13 m 的矩形范围内,可以覆盖所有车道.图 6(a)中沿实线和虚线的辐照度分布如图 6(b)所示,可求出在水平方向和垂直方向的照度均匀度分别为 83.2% 和 71.7%,满足国家规定的城市道路照明标准^[18].

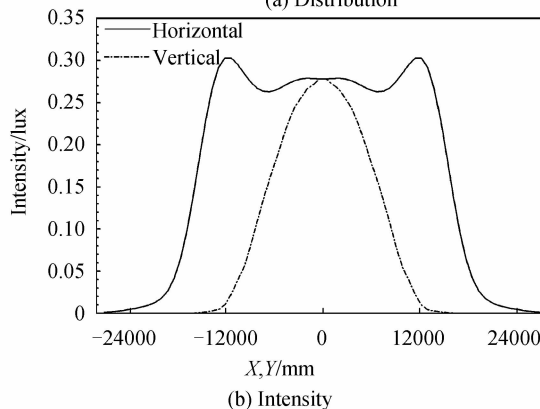
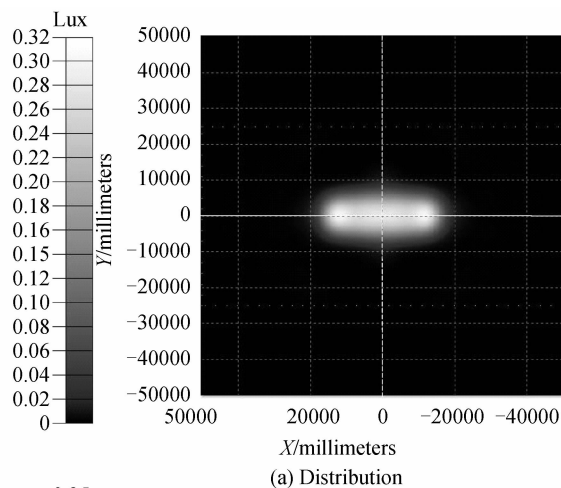


图 6 双向迭代算法生成透镜的路面照度分布
Fig. 6 Irradiance map for bidirectional iterative algorithm

将7颗配备透镜的LED芯片以30m间隔平行排列,路面照度如图7.由于前后透镜在路面上照射光斑的相互叠加,在垂直方向上总光斑宽度略有增加并提高了垂直照度均匀度.在路面可以形成210m×14m的矩形光斑,水平方向和垂直方向的照度均匀度分别为82.5%和77.2%.

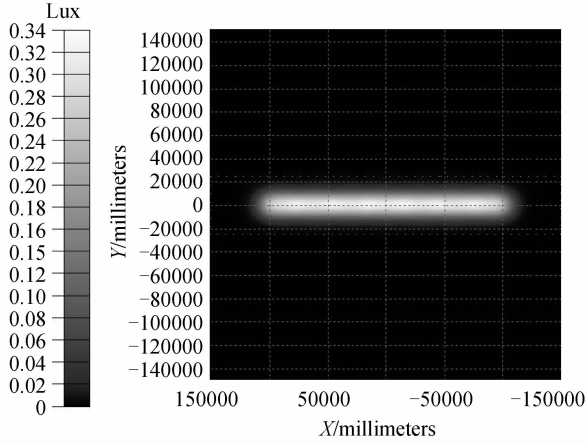
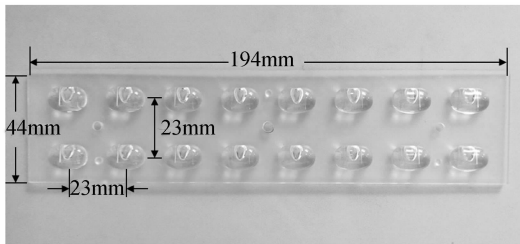


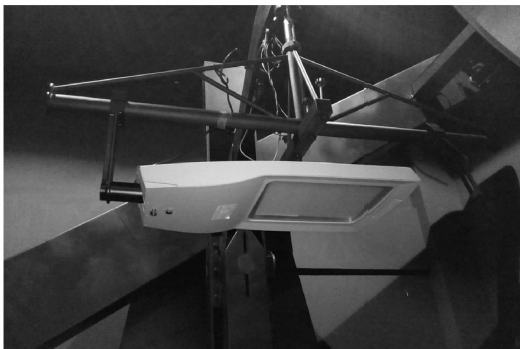
图7 路面照度分布图(7颗LED,等间距30m排布)
Fig. 7 Irradiance map with 7 LEDs (equal interval/30 m)

3 实验测试

按照透镜三维模型,采用PMMA注塑的方式制造LED路灯透镜实物.LED路灯由7个模组构成,每个模组以2×8的方式排布16颗LED芯片,透镜模组阵列和灯具测试环境如图8所示.测试使用远方GO-R5000全空间分布光度计,在室温为20℃,湿度为60%环境下进行测试,其中C角范围为0~360°,γ角

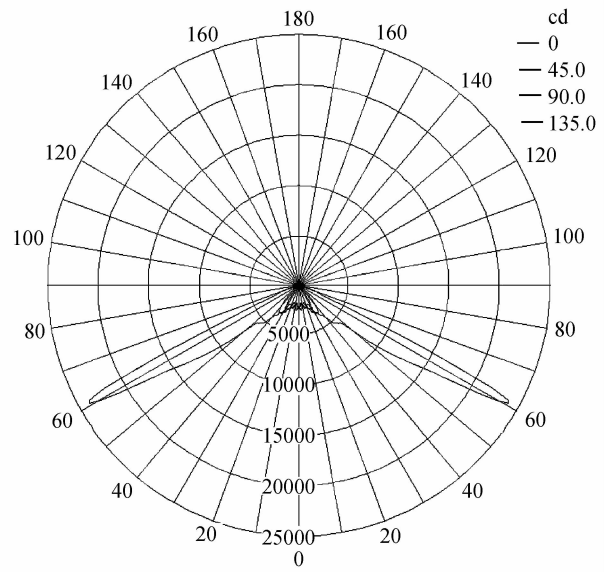


(a) Lens model

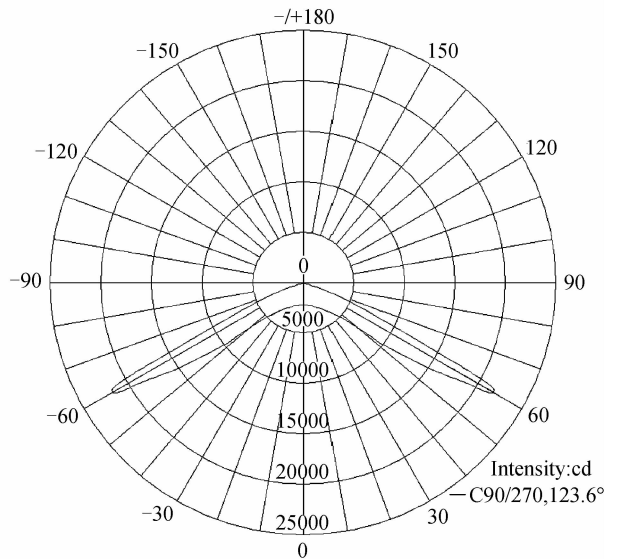


(b) Lamp test system

图8 透镜模组与灯具测试系统
Fig. 8 Lens module and lamp test system



(a) Simulation result



(b) Experimental result

图9 路面光强分布图
Fig. 9 Candela distribution plot

范围为0~180°.图9给出了实测和仿真的光强分布图,可见二者的配光曲线大致一致,为蝙蝠翼型,但是实验测量的光强略小,主要原因是:1)软件仿真采用的是差分计算,在数据设置和光线追踪过程中会产生一定的近似,从而引起仿真结果和测试结果的差异;2)仿真中光线经过透镜直接照射到地面,而实际灯具前端加装灯罩,增加了对光线的散射和吸收;3)透镜生产和安装时会产生一定的误差,测试过程中灯具的安装存在角度偏差都会造成二者的不同.

图10为实测等光强曲线,沿道路方向和垂直道路方向上,光线基本被限制在±62°和±40°范围内,与设计路面边缘吻合较好.路灯下30m×13m区域内光能利用率达91.2%,横向和纵向的平均照度分别为31.17lx和25.72lx,照度均匀度分别为81.8%和

78.7%，均优于 CJJ45-2006 中关于城市快速路/主干路的路面照度相关规定。

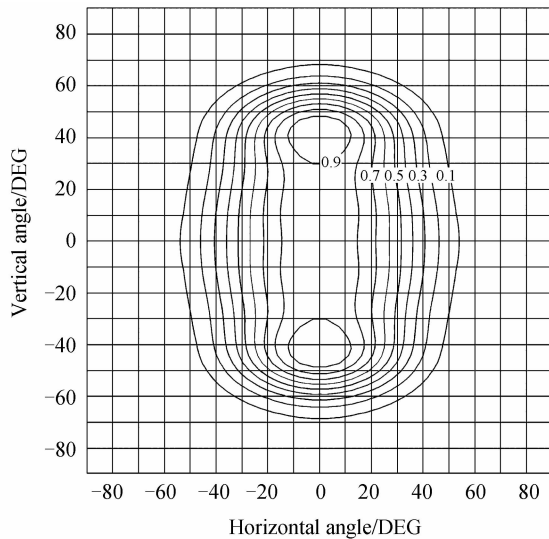


图 10 灯具等光强曲线

Fig. 10 Light intensity contours of lamp

4 结论

通过建立 LED 光线空间和路面对应的网格划分，采用合适的带反馈优化的双向迭代算法，建立了一个用于 LED 路灯照明的自由曲面透镜。仿真结果显示，LED 出射光线基本被限制在 $30\text{m} \times 13\text{m}$ 的矩形区域内，能量率达到了 90.4%，在水平和垂直方向上照度均匀度分别为 83.2% 和 71.7%。经实验测试，路灯配光曲线范围为 $\pm 62^\circ$ （平行道路）和 $\pm 40^\circ$ （垂直道路），不管是平均照度还是照度均匀度均达到设计目标，优于国家城市道路照明设计标准的规定。这也验证了透镜设计优化算法的可行性和实用性。该透镜设计算法简便，光能利用率高，可以适用于道路照明、室内照明、LED 投影灯等不同的应用场所。

参考文献

- [1] STERANKA F M, BHAT J, COLLINS D, *et al.* High power LEDs-technology status and market application[J]. *Physica Status Solidi (A)*, 2002, **194**(2): 380-388.
- [2] DAVID G P, KAVITA P. An overview of LED applications for general illumination[J]. *SPIE*, 2003, **5186**: 15-26.
- [3] LAN Ming-qiang, WANG Min, CHEN Xue-mei. High evenness and low glare LED lamp light distribution design and simulation analysis[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2013, **42**(3): 288-292.
- [4] 兰明强, 王敏, 陈雪梅. 高均匀低炫光 LED 台灯配光设计及仿真分析[J]. *光子学报*, 2013, **42**(3): 288-292.
- [5] WANG Yao, LIU Hua, JING Lei, *et al.* Light distribution optimization of LED luminaires for road lighting[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2012, **20**(7): 1463-1468.
- [6] 王饶, 刘华, 荆雷, 等. 发光二极管道路照明的配光优化设计[J]. *光学精密工程*, 2012, **20**(7): 1463-1468.
- [7] YU Gui-ying, JIN Ji, NI Xiao-wu, *et al.* Design for LED uniform illumination reflector based on etendue [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(8): 2297-2301.

- [8] 余桂英, 金骥, 倪晓武, 等. 基于光学扩展量的 LED 均匀照明反射器的设计[J]. *光学学报*, 2009, **29**(8): 2297-2301.
- [9] CHEN Ji-long, SHI Zhi-wei, TAN Ji-zhi, *et al.* Optical design for uniform illumination with LED extended source in road lighting application[J]. *Journal of Optoelectronics • Laser*, 2014, **25**(5): 857-863.
- [10] 陈继龙, 石智伟, 谭吉志, 等. 一种面向 LED 扩展光源的道路配光设计[J]. *光电子 • 激光*, 2014, **25**(5): 857-863.
- [11] WANG Hong, ZHANG Qi-hui, ZHANG Xiao-fan, *et al.* Freeform reflector design for street uniform illumination[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2009, **36**(12): 143-146.
- [12] 王洪, 张奇辉, 张小凡, 等. 实现道路均匀照明的自由曲面反射器设计[J]. *光电工程*, 2009, **36**(12): 143-146.
- [13] JIANG Jin-bo, DU Xue, LI Rong-bin. Optical design of freeform lens for LED streetlight [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2008, **23**(5): 589-594.
- [14] 蒋金波, 杜雪, 李荣斌. 自由曲面的 LED 路灯透镜的设计[J]. *液晶与显示*, 2008, **23**(5): 589-594.
- [15] SITU Wen-chang, HAN Yan-jun, LI Hong-tao, *et al.* Combined feedback method for designing a free-form optical system with complicated illumination patterns for an extended LED source[J]. *Optics Express*, 2011, **19**(S5): 1022-1030.
- [16] YAN Wen-ping, GUO Zhen-ning, LIN Jie-ben, *et al.* Design of double freeform-surface lens with large view angle for uniform illumination of the near-field [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2015, **44**(1): 0122002.
- [17] 颜稳萍, 郭震宁, 林介本, 等. 实现近场均匀照明的双自由曲面大角度透镜设计 [J]. *光子学报*, 2015, **44**(1): 0122002.
- [18] DING Yi, ZHENG Zhen-rong, GU Pei-fu. Freeform lens design for LED illumination [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(6): 1486-1490.
- [19] 丁毅, 郑臻荣, 顾培夫. 实现 LED 照明的自由曲面透镜设计 [J]. *光子学报*, 2009, **38**(6): 1486-1490.
- [20] GE Ai-ming, WANG Wei, DU Zheng-qing, *et al.* Design of an LED-based compound optical system for a driving beam system[J]. *Applied Optics*, 2013, **52**(12): 2688-2693.
- [21] LUO Yi, FENG Ze-xin, HAN Yan-jun, *et al.* Design of compact and smooth free-form optical system with uniform illuminance for LED source[J]. *Optics Express*, 2010, **18**(9): 9055-9063.
- [22] YANG Bo, LIU Yi-chao, WANG Yong-tian. Automatic design and optimization of segmented free form reflector[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(8): 970-973.
- [23] 杨波, 刘一超, 王涌天. 多曲面反射体的计算机辅助设计及优化[J]. *光子学报*, 2004, **33**(8): 970-973.
- [24] WANG Kai, WU Dan, QIN Zong, *et al.* New reversing design method for LED uniform illumination [J]. *Optics Express*, 2011, **19**(S4): 830-840.
- [25] WANG Jia-wen, SU Zhou-ping, YUAN Zhi-jun, *et al.* Study on uniformity of LED array illumination distribution on target plane [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, **43**(8): 0822004.
- [26] 王加文, 苏宙平, 袁志军, 等. LED 阵列模组化中的照度均匀性问题[J]. *光子学报*, 2014, **43**(8): 0822004.
- [27] LI Deng-gao, YIN Song-feng, LING Yong-shun, *et al.* Design of freeform surface based on the genetic algorithm[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, **43**(11): 1122006.
- [28] 李登高, 殷松峰, 凌永顺, 等. 基于遗传算法的自由曲面优化设计[J]. *光子学报*, 2014, **43**(11): 1122006.
- [29] CJJ45-2006, Standard for lighting design of urban road[S]. Beijing: China architecture & building press, 2006.
- [30] CJJ45-2006, 城市道路照明设计标准[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2006.