

doi:10.3788/gzxb20154407.0712001

基于光束向量的空间运动目标姿态测量

霍炬¹, 杨宁², 杨明²

(1 哈尔滨工业大学 电气工程系, 哈尔滨 150001)

(2 哈尔滨工业大学 航天学院 控制与仿真中心, 哈尔滨 150080)

摘要:为了实现空间运动目标姿态参数的高精度测量,采用一种基于光束向量的姿态参数测量系统.该系统在运动目标上安装直线光束作为合作目标,利用高速摄像机记录光束投影光斑在接收平面上的位置.基于平面单应性原理,通过光斑接收平面上 9 个原始特征点构造柔性标定靶标,实现高速摄像机的高精度标定.进而根据摄像机标定结果获得光束在世界坐标系中的方向向量,而光束在目标体坐标系中的方向向量可根据其安装位置获得.然后,根据光束在世界坐标系和目标体坐标系中的方向向量实现对目标姿态参数的高精度求解.实验结果表明,本文测量系统满足姿态参数测量误差小于 $1'(1\sigma)$ 的要求,能够实现对空间运动目标姿态参数的高精度测量.

关键词:视觉测量;姿态测量;光束向量;柔性标定;平面单应;空间运动目标

中图分类号:TP39

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2015)07-0712001-6

Attitude Measurement of Spatial Moving Object Based on Vectors of Light Beams

HUO Ju¹, YANG Ning², YANG Ming²

(1 Department of Electrical Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

(2 Control and Simulation Center, School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China)

Abstract: In order to achieve the high precision measurement for the attitude of spatial moving object, a measuring system based on the vectors of light beams is presented. In this system, light beams are mounted on the moving object as the cooperation target, and their projective spots on the reception planes are recorded by high speed cameras. To achieve the accurate calibration of the high speed camera, flexible calibration target is constructed with 9 original feature points on the reception plane based on planar homography. According to the calibration results, the vectors of light beams in world coordinate system are acquired, while the corresponding vectors in object coordinate system can be obtained by their installation sites on the object. Then the attitude parameters of the moving object are calculated with the vectors of light beams in world coordinate system and object coordinate system. The experiments results show that the measuring errors of the attitude parameters are within $1'(1\sigma)$. As a result, the system in this paper can realize the high precision measurement for the attitude of spatial moving object.

Key words: Vision measurement; Attitude measurement; Vectors of light beams; Flexible calibration; Planar homography; Spatial moving object

OCIS Codes: 120.3940; 150.0155; 150.1488; 150.6910

0 引言

空间运动目标姿态参数是反映目标运动状态的重要数据,其对目标本身的试验鉴定、工业设计等都有着非常重要的指导意义^[1-2].视觉测量是目标姿态参数

测量常用的方法,具有非接触、精度高、速度快等特点^[3].根据工作方式的不同,基于视觉的姿态参数测量可以分为两类:一类是合作目标姿态参数测量,另一类是非合作目标姿态参数测量^[4].合作目标姿态参数测量是在运动目标中设置标靶,根据标靶中的特征点的

基金项目:国家自然科学基金(No.61473100)资助

第一作者:霍炬(1977-),男,教授,博士,主要研究方向为视觉测量、半实物仿真. Email: huojuhit@163.com

收稿日期:2015-03-02;录用日期:2015-04-17

<http://www.photon.ac.cn>

已知位置信息获得目标姿态参数;非合作目标测量不需要靶,其通过提取运动目标本身的特征,采用立体视觉测量技术、运动图像分析方法等获取目标姿态参数.相比之下,合作目标方法的测量精度更高、测量速度更快,应用的范围更加广泛^[5-6].

为了实现空间运动目标姿态参数的高精度测量,本文采用一种基于光束向量的姿态参数测量系统.该系统在运动目标上安装直线光束作为合作目标,在测量过程中,利用高速摄像机记录下光束投影光斑在接收平面上的位置.通过构造柔性标定靶标实现对高速摄像机的高精度标定,进而获得投影光斑在世界坐标系中的坐标.然后,通过相应计算获得光束在世界坐标系中的方向向量,而光束在目标体坐标系中的方向向量可根据光束在目标中的安装位置获得.根据光束在世界坐标系和目标体坐标系中的方向向量实现对目标姿态参数的高精度求解.

1 基于光束向量的姿态参数测量系统

传统的基于视觉的运动目标姿态测量系统通常是在运动目标上安装特征点作为合作目标,通过高速摄像机获取包含特征点的图像,然后计算特征点的3D坐标,进而解算出目标的姿态参数,如图1所示.该类测量系统的测量精度与目标上特征点基线的长度密切相关,但特征点基线长度的增加又会降低目标姿态参数的测量范围,同时,受限于目标本身的尺寸结构,即使目标在运动范围较小的情况下,其姿态参数的测量精度也远不能达到相应的要求^[7-8].

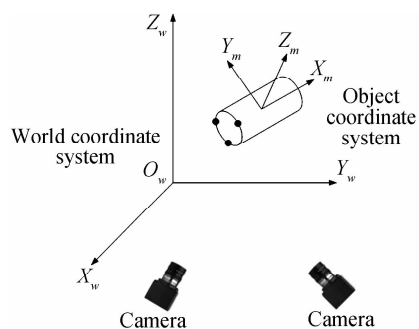


图1 传统的基于视觉的运动目标姿态参数测量系统
Fig. 1 Traditional attitude measuring system based on vision

基于光束向量的姿态参数测量系统如图2所示,其主要由光斑接收平面、高速摄像机以及两两共线的四个激光器构成的合作目标组成.在测量过程中,将合作目标安装于运动目标上,利用四个光斑接收平面分别对激光器的光束投影光斑进行接收.通过高速摄像机记录下目标运动过程中光束投影光斑在接收平面上位置的变化,然后对光斑序列图像进行分析以确定目标的姿态参数.该系统将对运动目标上固定特征点的测量转化为对光束上任意一点的测量,突破了运动目标几何条件的限制,增长了特征点之间测量基线的长

度,提高了测量精度.

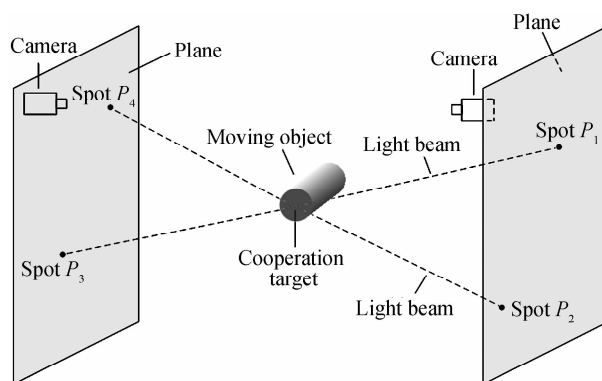


图2 基于光束向量的姿态参数测量系统
Fig. 2 Attitude measuring system based on vectors of light beams

2 基于平面单应性的大视场摄像机柔性标定

为了计算直线光束在世界坐标系中的方向向量,需要根据投影光斑的图像坐标获得其相应的世界坐标,这就需要对摄像机进行标定.根据摄像机标定结果,可以获得投影光斑在靶标坐标系中的坐标,而靶标坐标系与世界坐标系之间的转换关系已在姿态参数测量前通过相关设备获得,因而可进一步得到投影光斑在世界坐标系中的坐标.在进行运动目标姿态测量时,为了保证其测量范围,通常采用大视场摄像机,然而高精度大尺寸标定靶标无论在加工还是维护上都存在诸多困难^[9-11].为了实现大视场摄像机的高精度标定,本文以光斑接收平面作为靶标平面,并在上面布置少数特征点(其在靶标坐标系中的坐标已通过相关设备测得),然后利用平面单应性构造覆盖整个摄像机视场的大尺寸柔性标定靶标,进而实现对大视场摄像机的高精度标定.

根据平面单应性原理,在靶标平面与图像平面之间的单应关系中,涉及的图像坐标均为理想图像坐标.因此,为了保证靶标平面与图像平面之间单应矩阵的求取精度,从而进一步保证柔性标定靶标的构造精度,需要首先对靶标平面上少数特征点的实际图像坐标进行畸变校正.然后通过获得的特征点的理想图像坐标与其相应的在靶标坐标系中的坐标求得图像平面与靶标平面间的单应矩阵,并在此基础上,以靶标平面上特征点为约束,实现柔性标定靶标的构造.

2.1 摄像机畸变系数的求取

求取摄像机畸变系数的方法有很多^[12-13],其中基于交比不变性原理求取畸变系数的方法是较为简便和灵活的一种^[14].如图3所示,直线 L_1 为空间直线 L 在理想摄像机中所成的像,但是由于存在畸变,实际成的像为有一定弧度的曲线 L_2 .

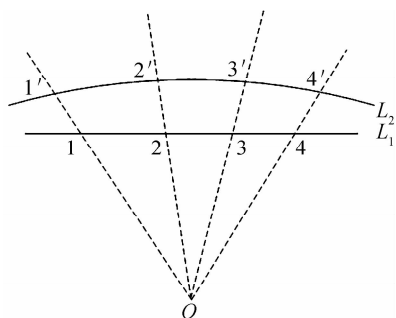


图3 空间直线成像畸变示意图

Fig. 3 Distortion of spatial line imaging

设空间直线 L 上四点分别为 $P_{w1}(x_{w1}, y_{w1}, z_{w1})$ 、 $P_{w2}(x_{w2}, y_{w2}, z_{w2})$ 、 $P_{w3}(x_{w3}, y_{w3}, z_{w3})$ 、 $P_{w4}(x_{w4}, y_{w4}, z_{w4})$, 其在 L_1 和 L_2 上的对应像点分别为 $P_1(x_{u1}, y_{u1})$ 、 $P_2(x_{u2}, y_{u2})$ 、 $P_3(x_{u3}, y_{u3})$ 、 $P_4(x_{u4}, y_{u4})$ 和 $P'_1(x_{d1}, y_{d1})$ 、 $P'_2(x_{d2}, y_{d2})$ 、 $P'_3(x_{d3}, y_{d3})$ 、 $P'_4(x_{d4}, y_{d4})$, 则空间四点交比可写成如下形式

$$\begin{cases} \frac{(x_{w1} - x_{w3})(x_{w2} - x_{w4})}{(x_{w2} - x_{w3})(x_{w1} - x_{w4})} = CR \\ \frac{(y_{w1} - y_{w3})(y_{w2} - y_{w4})}{(y_{w2} - y_{w3})(y_{w1} - y_{w4})} = CR \\ \frac{(z_{w1} - z_{w3})(z_{w2} - z_{w4})}{(z_{w2} - z_{w3})(z_{w1} - z_{w4})} = CR \end{cases} \quad (1)$$

式中, CR 表示空间四点交比.

根据交比不变性质有

$$\begin{cases} \frac{(x_{u1} - x_{u3})(x_{u2} - x_{u4})}{(x_{u2} - x_{u3})(x_{u1} - x_{u4})} = CR \\ \frac{(y_{u1} - y_{u3})(y_{u2} - y_{u4})}{(y_{u2} - y_{u3})(y_{u1} - y_{u4})} = CR \end{cases} \quad (2)$$

理想图像坐标 P_i 和实际图像坐标 P'_i 的关系为

$$\begin{cases} x_{ui} = x_{di}(1 + k_1 r^2) \\ y_{ui} = y_{di}(1 + k_1 r^2) \end{cases}, i = 1, \dots, 4 \quad (3)$$

式中, $r = \sqrt{x_{di}^2 + y_{di}^2}$, (x_{di}, y_{di}) 可通过对摄像机获取的图像进行坐标提取获得.

将式(3)代入式(2)即可求出一阶径向畸变系数 k_1 . 如果已知多组共线点坐标及其交比, 则可以求得一阶径向畸变系数 k_1 的最小二乘解. 因此, 本文在进行柔性标定靶标构造时采用如图4所示的布局, 图中点

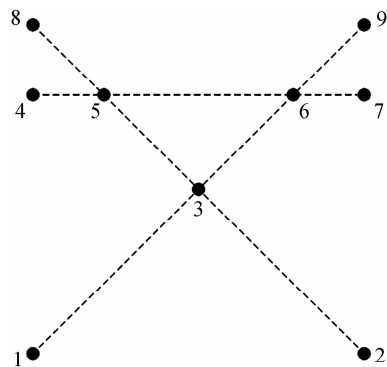


图4 用于构造柔性标定靶标的原始特征点布局

Fig. 4 Original feature points used to construct flexible calibration target

1-9 为靶标平面上布置的原始特征点, 分别位于三条两两相交的直线上, 并且布满整个摄像机视场.

2.2 柔性标定靶标构造及摄像机标定

在利用交比不变性原理求取了摄像机一阶径向畸变系数 k_1 以后, 对靶标平面上原始特征点 1-9 的图像坐标进行畸变校正, 获得其理想图像坐标. 然后通过原始特征点的理想图像坐标与其在靶标坐标系中的坐标即可求得图像平面与靶标平面间的单应矩阵.

设 M_i 和 m_i ($i = 1 \dots 9$) 分别为靶标平面和图像平面上的对应点, 图像点 m_i 坐标提取时受均值为 0, 协方差矩阵为 $\mathbf{\Lambda}_m$ 的高斯噪声的影响, 则最大相似准则下两个平面之间的单应矩阵 \mathbf{H} 可以通过最小化以下函数得到, 即

$$\sum_i (m_i - \hat{m}_i)^T \mathbf{\Lambda}_m^{-1} (m_i - \hat{m}_i) \quad (4)$$

式中, $\hat{m}_i = \frac{1}{h_i^T M_i} \begin{bmatrix} \bar{h}_1^T M_i \\ \bar{h}_2^T M_i \end{bmatrix}$, \bar{h}_i 为单应矩阵 \mathbf{H} 的第 i 行.

通常情况下, 设高斯噪声的协方差矩阵为 $\mathbf{\Lambda}_m = \sigma^2 \mathbf{I}$, 这在图像特征点坐标提取时特征点相互独立并且采用同一方法提取的条件下是合理的. σ 为高斯噪声的标准差, 可在实验前获取一系列图像并对其中的特征点进行提取, 然后根据特征点提取误差的统计结果获取 σ 的具体数值.

在获得了图像平面和靶标平面的单应矩阵 \mathbf{H} 后, 以靶标平面上原始特征点在靶标坐标系下的坐标为约束, 根据摄像机标定需求, 通过格网法在摄像机视场内构造柔性标定靶标, 使得柔性标定靶标的标定点布满整个视场并且分布均匀, 同时获得构造标定点在靶标坐标系中的坐标, 如图5所示. 然后, 利用靶标平面和图像平面之间的单应矩阵, 通过平面单应性获得构造标定点在图像平面中的相应图像坐标, 从而完成整个柔性标定靶标的构造. 在完成了柔性标定靶标的构造后, 采用 Tsai 两步法对大视场摄像机进行标定, 获取其相应的标定参数.

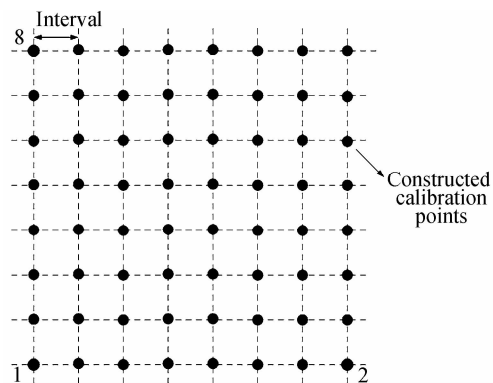


图5 柔性标定靶标的构造

Fig. 5 Construction of flexible calibration target

3 基于光束向量的运动目标姿态参数解算

在完成了摄像机的标定后, 就可以根据投影光斑

图像坐标获得其在世界坐标系中的坐标,进而实现对运动目标姿态参数的解算. 设 P_1, P_2, P_3 和 P_4 分别为直线光束对应的四个投影光斑,如图 2 中所示. 定义四个投影光斑在目标体坐标系 $O_m - X_m Y_m Z_m$ 和世界坐标系 $O_w - X_w Y_w Z_w$ 中的坐标分别为 $P_{mi}, P_{wi} (i=1, \dots, 4)$. 在目标运动过程中,由于目标体坐标 $O_m - X_m Y_m Z_m$ 与运动目标固联,因而 P_{mi} 保持不变,而 P_{wi} 则会随着目标的运动而发生改变.

对于同一投影光斑,其在世界坐标系和目标体坐标系中的坐标存在如下关系

$$P_{wi} = C_{wm} P_{mi} + T_{mwo}, i=1, \dots, 4 \quad (5)$$

式中, C_{wm} 为目标体坐标系到世界坐标系的旋转矩阵, T_{mwo} 为目标体坐标系原点在世界坐标系中的位置向量.

在 $i=1, i=3$ 以及 $i=2, i=4$ 时,将式(5)的两边作差,得

$$P_{w(j+2)} - P_{wj} = C_{wm} (P_{m(j+2)} - P_{mj}), j=1, 2 \quad (6)$$

由于四个投影光斑不重合,定义

$$\begin{cases} A_{wj} = \frac{P_{w(j+2)} - P_{wj}}{|P_{w(j+2)} - P_{wj}|} \\ A_{mj} = \frac{P_{m(j+2)} - P_{mj}}{|P_{m(j+2)} - P_{mj}|} \end{cases}, j=1, 2 \quad (7)$$

则根据式(6)可得

$$A_{wj} = C_{wm} A_{mj}, j=1, 2 \quad (8)$$

由于 C_{wm} 为单位正交矩阵,向量 A_{w1} 和 A_{w2} 存在如下关系^[15]

$$A_{w1} \times A_{w2} = (C_{wm} A_{m1}) \times (C_{wm} A_{m2}) = C_{wm} (A_{m1} \times A_{m2}) \quad (9)$$

同时,由于四个投影光斑不共线,定义

$$\begin{cases} B_w = \frac{A_{w1} \times A_{w2}}{|A_{w1} \times A_{w2}|} \\ B_m = \frac{A_{m1} \times A_{m2}}{|A_{m1} \times A_{m2}|} \end{cases} \quad (10)$$

则由式(9)可得

$$B_w = C_{wm} B_m \quad (11)$$

定义

$$\begin{cases} D_w = (A_{w1} \ A_{w2} \ B_w) \\ D_m = (A_{m1} \ A_{m2} \ B_m) \end{cases} \quad (12)$$

则式(8)和式(11)可用一个等式表示为

$$D_w = C_{wm} D_m \quad (13)$$

根据 D_w 和 D_m 的构造方法以及四个投影光斑不重合且不共线的条件,可知 D_w 和 D_m 均满秩. 因此,可通过式(13)求得世界坐标系到目标体坐标系的旋转矩阵 C_{mw} , 即

$$C_{mw} = C_{wm}^{-1} = (D_w D_m^{-1})^{-1} \quad (14)$$

根据旋转矩阵 C_{mw} 即可求得运动目标相应的姿态参数.

4 实验结果与分析

通过实验对本文基于光束向量的运动目标姿态测量系统的测量精度进行验证. 在实验中,将合作目标安装于三轴转台上,通过三轴转台模拟空间目标的运动,转台姿态角给定精度小于 $20''$;合作目标由两两共线的四个激光器构成,两条激光束间夹角为 25° . 实验中所用摄像机为 Mikrotron 3CL 高速摄像机,摄像机分辨率为 1280×1024 ,摄像机视场为 $3000\text{mm} \times 4000\text{mm}$. 以测量环境中两侧幕墙作为光斑接收平面,幕墙平面度误差小于 2mm ,其对摄像机标定及姿态参数解算的精度影响可以忽略不计.

4.1 大视场摄像机柔性标定精度实验

根据图 4 中原始特征点的布局要求,在光斑接收平面上布置相应的特征点,如图 6 所示. 为了验证本文柔性标定方法的标定精度,进行如下 2 组标定实验:

- 1) 通过相关设备在光斑接收平面上构造分布均匀的充足的标定点,并用 Tsai 两步法进行标定;
- 2) 通过光斑接收平面上 9 个特征点,使用本文基于平面单应性的大视场摄像机柔性标定方法进行标定.

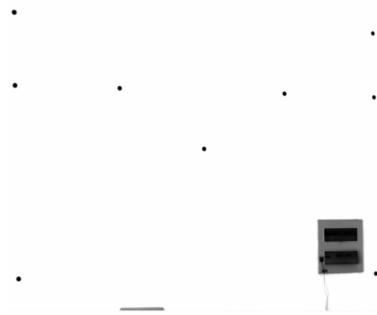


图 6 原始特征点在光斑接收平面上的布局

Fig. 6 The layout of original feature points on the reception plane

实验中,使用本文方法通过平面单应性构造的标定点在视场内分布如图 7 所示. 从图 7 中可以看出,通过本文方法构造出的标定点均匀的布满整个视场. 对以上 2 组实验,分别用其标定得到的参数对光斑接收平面上未参与标定的 95 个精度验证点进行重构,然后

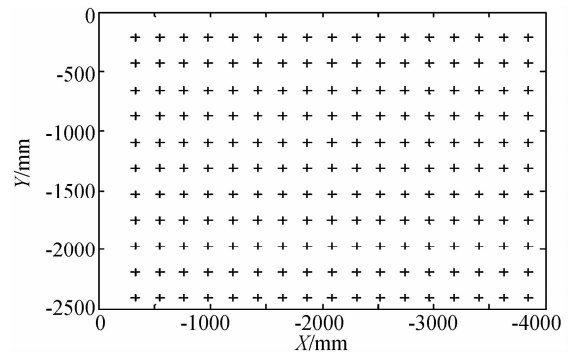


图 7 通过平面单应性构造的柔性靶标标定点分布

Fig. 7 Constructed calibration points by planar homography

将重构结果与精度验证点真实坐标进行比较,并绘制误差曲线,如图8所示。

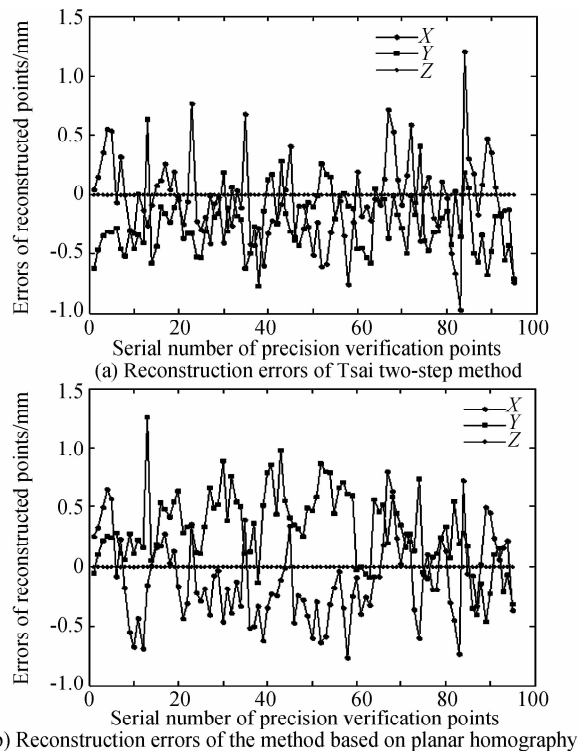


图8 不同标定方法精度验证点重构误差曲线

Fig.8 Curves of reconstructed errors with different calibration methods

图8(a)为 Tsai 两步法使用大尺寸靶标标定重构结果,其精度验证点重构误差在 1.5mm 以内。图8(b)为本文基于平面单应性的柔性靶标标定重构结果,精度验证点重构误差同样在 1.5mm 以内,与使用大尺寸靶标的 Tsai 两步法标定重构结果相近。实验结果表明,本文标定方法使用较少的特征点,取得了接近大尺寸靶标标定的结果,降低了标定靶标的加工难度,满足了大视场摄像机的高精度标定需求。

4.2 运动目标姿态测量精度实验

在本节中,对基于光束向量的姿态测量系统进行精度验证。在实验过程中,两光斑接收平面间水平距离为 8000mm,姿态角变化范围为 $[-10^\circ, +10^\circ]$,姿态角按正弦曲线变化,采样间隔为 10ms,采样时间为 10s,共获得 1000 组实验数据。实验中各姿态角的测量误差统计如图9所示。

从图9中可以看出,滚转角和偏航角的测量误差小于 $1.5'$,俯仰角测量误差小于 $3'$ 。俯仰角测量误差要大于滚转角和偏航角的测量误差,这主要是由于在测量系统中,俯仰角的测量基线要短于滚转角和偏航角的测量基线,因而其测量精度受投影光斑定位噪声影响更大。由于上述原因,使得滚转角和偏航角的测量误差主要来自坐标系转换误差,并偏离0中心;而俯仰角的测量误差受本文方法解算误差影响更大,并均匀分

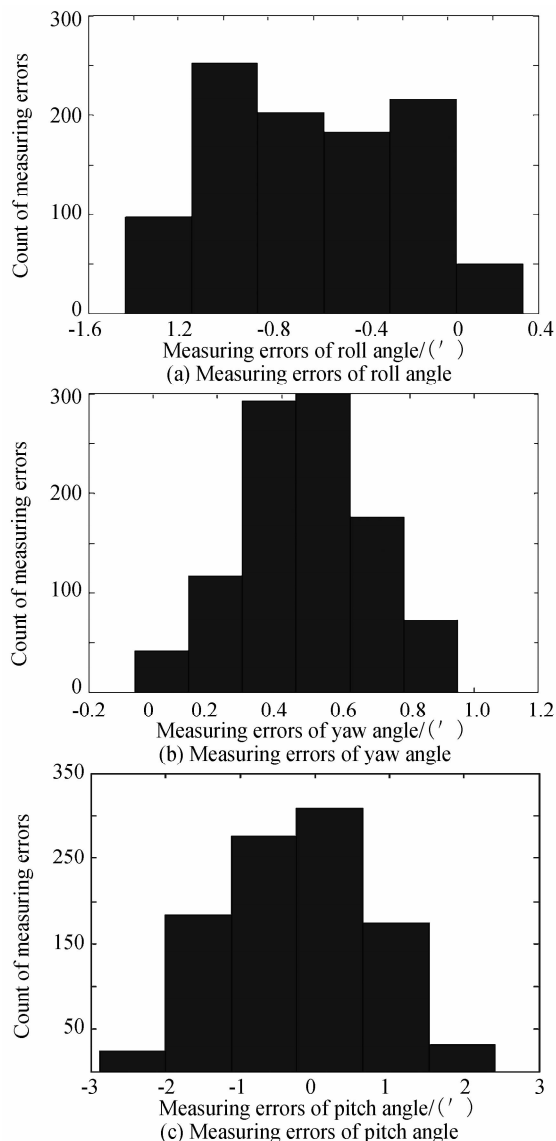


图9 姿态参数测量误差

Fig.9 Measuring errors of attitude parameters

布 在 0 附近。根据姿态测量误差统计结果可知,基于光束向量的姿态测量系统满足姿态参数测量误差小于 $1'$ (1σ)的测量要求,能够实现对空间运动目标姿态参数的高精度测量。

5 结论

为了实现空间运动目标姿态参数的高精度测量,采用一种基于光束向量的姿态参数测量系统。该系统在运动目标上安装直线光束作为合作目标,利用高速摄像机记录下光束投影光斑在接收平面上的位置。通过光斑接收平面上 9 个原始特征点构造柔性标定靶标,实现高速摄像机的高精度标定。根据摄像机标定结果获得投影光斑的世界坐标,进而通过相应计算获得光束在世界坐标系中的方向向量,而光束在目标体坐标系中的方向向量可根据光束在目标中的安装位置获得。根据光束在世界坐标系和目标体坐标系中的方向

向量通过相应计算对运动目标姿态参数进行求解. 实验结果表明本文姿态测量系统能够实现对空间运动目标姿态参数的高精度测量.

参考文献

- [1] ZHAO Yu-hua, YUAN Feng, DING Zhen-liang. Posture measurement of aircraft based on cooperation target and its error compensation[J]. *Electric Machines and Control*, 2010, **14**(9): 36-40.
赵玉华, 袁峰, 丁振良. 合作目标的飞行器姿态测量方法及其误差补偿模型的建立[J]. *电机与控制学报*, 2010, **14**(9): 36-40.
- [2] ZHAO Ru-jin, LIU En-hai, ZHANG Wen-ming, *et al.* Measurement of 3D pose of objects based on weak perspective model[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, **43**(5): 0512002.
赵汝进, 刘恩海, 张文明, 等. 基于弱透视成像模型的目标三维姿态测量[J]. *光子学报*, 2014, **43**(5): 0512002.
- [3] ZHONG Xiao-qing, HUO Ju, YANG Ming. Method for relative attitude and position measurement of moving target based on lines[J]. *Optical Technique*, 2008, **34**(6): 862-869.
仲小清, 霍炬, 杨明. 基于直线的运动目标相对位置姿态光学测量方法[J]. 2008, **34**(6): 862-869.
- [4] AI Li-li, YUAN Feng, DING Zhen-liang. An exterior attitude measurement system for spatial object based on linear CCD[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2008, **16**(1): 161-165.
艾莉莉, 袁峰, 丁振良. 应用线阵 CCD 的空间目标外姿态测量系统[J]. *光学精密工程*, 2008, **16**(1): 161-165.
- [5] ZHAO Ru-jin, ZHANG Qi-heng, XU Zhi-yong, *et al.* A method of measuring attitude based on inclined angle of the line between feature points[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(2): 320-324.
赵汝进, 张启衡, 徐智勇, 等. 一种基于特征点间线段倾角的姿态测量方法[J]. *光子学报*, 2010, **39**(2): 320-324.
- [6] LI Jing, YUAN Feng, HU Ying-hui. Attitude measurement of space objects based on multi-linear CCD and multi-point cooperation target[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2013, **21**(6): 1635-1641.
李晶, 袁峰, 胡英辉. 基于多点合作目标的多线阵 CCD 空间物体姿态测量[J]. *光学精密工程*, 2013, **21**(6): 1635-1641.
- [7] DU Xiao-ping, ZENG De-xian. Error analysis of the method for the spacecraft relative state measure based on target feature[J]. *Journal of the Academy of Equipment command & Technology*, 2006, **17**(5): 69-73.
杜小平, 曾德贤. 基于目标特征的航天器相对状态测量方法误差分析[J]. *装备指挥技术学院学报*, 2006, **17**(5): 69-73.
- [8] SHANG Yang, YU Qi-feng. Vision-based disturbance-rejecting methods for space targets pose measurements[J]. *Journal of Astronautics*, 2008, **29**(3): 938-944.
尚洋, 于起峰. 基于视觉抗扰动测量空间目标位置姿态[J]. *宇航学报*, 2008, **29**(3): 938-944.
- [9] TSAI R Y. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses [J]. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 1987, RA-3(4): 323-344.
- [10] ZHANG Z Y. A flexible new technique for camera calibration [J]. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, **22**(11): 1330-1334.
- [11] SUN J H, LIU Q Z, LIU Z, *et al.* A calibration method for stereo vision sensor with large FOV based on 1D targets[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2011, **49**(11): 1245-1250.
- [12] CARLOS R V, ANTONIO-JOSE S S. Correcting non-linear lens distortion in cameras without using a model[J]. *Optics & Laser Technology*, 2010, **42**(4): 628-639.
- [13] WANG J H, SHI F H, ZHANG J, *et al.* A new calibration model of camera lens distortion [J]. *Pattern Recognition*, 2008, **41**(2): 607-615.
- [14] ZHANG G J, HE J J, YANG X M. Calibrating camera radial distortion with cross-ratio invariability[J]. *Optics & Laser Technology*, 2003, **35**(6): 457-461.
- [15] 马颂德, 张正友. 计算机视觉[M]. 北京: 科学出版社, 1998: 95-97.