doi:10.3788/gzxb20154406.0611003

# 非球面扇形分块镜的拼接误差仿真与反演

雷存栋<sup>1,2</sup>,郑列华<sup>1</sup>,车英<sup>2</sup>

(1中国科学院上海技术物理研究所,上海 200083)(2长春理工大学光电工程学院,长春 130022)

摘 要:根据红外望远镜 62 m 非球面拼接主镜的要求,通过非球面方程导出波像差表达式,建立波像差 与干涉亮纹之间的关系,建立 ZEMAX 模型,编写 MATLAB 程序对拼接误差与干涉条纹的泽尼克多项 式像差之间的关系进行仿真.提出基于误差灵敏度矩阵实现误差线性反演的方法,建立整个拼接镜的误 差反演算法,并对单个扇形分块镜的拼接误差进行反演.结果表明当拼接平移误差小于1 mm 或倾斜误 差小于1°时,反演误差优于3%且迅速收敛,当拼接误差小于0.1 mm 或倾斜误差小于0.1°时,反演误差 优于0.5%,且随着拼接误差的继续减小而趋近于零.该反演方法准确度高,算法简单,有效,适合工程 应用.

# Simulation and Retrieval of Stitching Tolerances of Aspheric Sector-shaped Segment

LEI Cun-dong<sup>1,2</sup>, ZHENG Lie-hua<sup>1</sup>, CHE Ying<sup>2</sup>

(1 Shanghai Institute of Technical Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200083, China)
(2 School of Opto-Electronics Engineering, Changchun University of Science and Technology, Jilin 130022, China)

Abstract: Based on a  $\phi$ 2m aspheric segmented primary mirror of infrared telescope, wavefront aberration representation is derived through aspheric surface equation, the relation between wavefront aberration and interference bright fringe is established, the telescope model is created in ZEMAX, a MATLAB-based program is compiled in order to simulate and analyze the relation between stitching tolerances and aberrations in terms of fringe Zernike coefficients by this model. A linear retrieval method of stitching tolerances base on the tolerances sensitivity matrix is proposed, the retrieval algorithm of all segments stitching tolerances is established on this basis, and stitching tolerances of single sector-shaped segment are retrieved, the simulation results show that when stitching translation tolerance is less than 1°, the retrieval deviation is better than 3% and fast convergence, when the stitching translation tolerance is less than 0. 1mm or angular tolerance is less than 0. 1%, and retrieval deviation continue to decrease to near zero. The algorithm is simple, efficacious, suited engineering application.

Key words: Geometric optics; Segmented telescope; Zernike coefficients; Sensitivity matrix; Numerical simulation

OCIS Codes: 110.1080; 110.6770; 220.1140; 120.2650; 120.3688

### 0 引言

随着遥感观测系统对成像质量的要求越来越高,

超大口径的望远镜已愈显重要,拼接式反射镜因易于制造、便于运载、成本相对较低等优点,被应用于超大口径光学成像系统<sup>[1-2]</sup>.如 9.2 m Hobby - Eberly

第一作者:雷存栋(1971-),男,博士研究生,主要研究方向为仪器科学与技术. Email:leicd2012@foxmail. com

http://www.photon.ac.cn

基金项目:国家重点基础研究发展计划(No. 2011CB013206)资助

**收稿日期**:2014-12-03;录用日期:2015-01-28

Telescope (HET), 10. 4 m Gran Telescopio CANARIAS (GTC), 10 m South African Large Telescope (SALT)等<sup>[3-5]</sup>.主镜拼接过程分为粗调和精 调两部分,粗调通过三坐标测量仪或球径仪等使拼接 误差接近微米量级,实现精确共焦,精调则实现共相. 共相调节是拼接镜应用的关键,在设计和使用拼接镜 前,应综合考虑各种误差并进行相位恢复<sup>[6-7]</sup>,通过成 熟的软件对拼接系统进行建模和仿真是拼接误差分析 普遍采用的方法<sup>[8+9]</sup>,如美国国家航空航天局(National Aeronautics and Space Administration, NASA)为 James Webb 拼接望远镜建立了"Webb SLOM"数学模 型对望远镜进行全面地系统地仿真<sup>[10-11]</sup>.国内由于受 波前传感器所限,大部分采用干涉检测法对相位恢复 进行研究<sup>[12]</sup>,恢复算法多采用数值迭代法<sup>[13-14]</sup>,算法复 杂,准确度偏低,工程应用困难.

本课题组所承担的中科院重点型号背景预研项目 "2 m 合成孔径红外相机研制任务"要求相机的 2m 主 镜采用拼接反射镜,为此分析了拼接误差对主镜波像 差的影响,并通过建模进行了验证;提出了拼接误差的 线性反演算法,并通过仿真验证了该算法在本项目中 应用的可行性.

### 1 分块镜拼接建模与仿真

预研项目中的红外望远镜系统及  $\phi^{2m}$  非球面拼 接主镜设计模型见图 1. 主镜母镜曲率半径为  $R_0 =$ -3 250 mm,非球面系数 K = -1,母镜由一个口径为  $\phi^{1}$  200 mm的中心圆形子镜和八个扇形子镜组成,中 心子镜是整个光学系统的基准,单个扇形分块镜存在 5 种影响拼接的位置误差,分别为 X,Y,Z 轴上的平移 误差,用 $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ 表示和绕X,Y轴的旋转角度误差 $\alpha_x, \alpha_y$ .



图 1 红外望远镜模型 Fig. 1 Model of Infrared Telescope

#### 1.1 拼接误差数学分析

拼接母镜是以其中心为原点, Z 轴为回转轴的 K=-1的抛物面,面形方程为

$$Z = (x^{2} + y^{2})/2R_{0}$$
(1)  
当存在  $\epsilon_{x}$  误差时,将  $x = x - \epsilon_{x}$  代入式(1),得  

$$Z = [(x - \epsilon_{x})^{2} + y^{2}]/2R_{0} = (x^{2} + y^{2})/2R_{0} - x\epsilon_{x}/R_{0} + \epsilon_{x}^{2}/2R_{0}$$
(2)

忽略微小量  $\epsilon_x^2/2R_0$  项,式(2)表示为

$$Z = (x^2 + y^2)/2R_0 - x\varepsilon_x/R_0$$
(3)

当同时存在  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$ ,  $\epsilon_z$  时, 忽略各误差平方项, 出瞳 处的波前分布为

$$W(x,y) = \frac{x^2 + y^2}{2R_0} - \varepsilon_z \frac{x^2 + y^2}{2R_0^2} - \varepsilon_x \frac{x}{R_0} - \varepsilon_y \frac{y}{R_0} \qquad (4)$$

在空气中,由 $\varepsilon_x$ , $\varepsilon_y$ , $\varepsilon_z$ 误差引起的波像差 $\Delta W(x, y)$ 在像面上的干涉亮条纹的分布为

 $\Delta W(x, y) = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots) \tag{5}$ 

$$-\varepsilon_{z}\frac{x^{2}+y^{2}}{2R_{0}^{2}}-\varepsilon_{x}\frac{x}{R_{0}}-\varepsilon_{y}\frac{y}{R_{0}}=m\lambda$$

$$(m=0,\pm1,\pm2,\cdots)$$
(6)

由式(6)可知,当仅有ε<sub>x</sub>误差时

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{x} = -\frac{m\lambda R_{0}}{x} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots)$$
 (7)

可见,对于给定的微小误差  $\epsilon_x$ ,条纹级数 m 与 x 成 正比,误差  $\epsilon_y$ , $\epsilon_z$  依此类推.对于微量倾斜误差  $\alpha_x$  和  $\alpha_y$ ,可以用平移误差  $\epsilon_x$ 和  $\epsilon_y$ 表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{x} = l\boldsymbol{\alpha}_{x} = (R_{0}/2 - Z(x, y))\boldsymbol{\alpha}_{x} \approx R_{0}\boldsymbol{\alpha}_{x}/2$$
(8)

 $\epsilon_{y} = l \alpha_{y} = (R_{0}/2 - Z(x, y)) \alpha_{y} \approx R_{0} \alpha_{y}/2$ 

*l*为镜面上的点(*x*,*y*)到母镜焦点的距离,*Z*(*x*,*y*) 为坐标点(*x*,*y*)对应的*Z*轴坐标,可见倾斜误差产生 了放大 *R*<sub>0</sub>/2倍的等效平移误差,故也同样与干涉级数 *m*接近正比关系.

波像差也可以用泽尼克多项式描述,其前 9 项多 项式与像差 W(ρ,θ)对应的关系如式(9)所示<sup>[15]</sup>,式中 ρ,θ表示单位圆内的各点半径和角度,Z<sub>i</sub>表示第 i 项多 项式系数,与同干涉条纹一样,泽尼克多项式也应该与 拼接误差之间存在接近正比的关系.

$$\begin{split} W(\rho, \theta') &= Z_1 - Z_4 + Z_9 + \qquad \text{piston} \\ \rho \sqrt{(Z_2 - 2Z_7)^2 + (Z_3 - 2Z_8)^2} \times \\ \cos\left[\theta' - \arctan\left(\frac{Z_3 - 2Z_8}{Z_2 - 2Z_7}\right)\right] + \qquad \text{tilt} \\ \rho^2 (2Z_4 - 6Z_9 \pm \sqrt{Z_5^2 + Z_6^2}) \pm \qquad \text{focus} \\ 2\rho^2 \sqrt{Z_5^2 + Z_6^2} \cos^2\left[\theta' - \frac{1}{2}\arctan\left(\frac{Z_6}{Z_5}\right)\right] + \qquad \text{astigmatism} \\ 3\rho^3 \sqrt{Z_7^2 + Z_8^2} \cos\left[\theta' - \arctan\left(\frac{Z_8}{Z_7}\right)\right] + \qquad \text{coma} \\ 6\rho^4 Z_9 \qquad \qquad \text{spherical} \end{split}$$

(9)

### 1.2 拼接建模与仿真分析

为了研究泽尼克多项式与拼接误差之间的关系, 在 ZEMAX 中采用非序列光学元件对主镜进行建模, 如图 2. 为了便于数值分析,设计了 MATLAB 拼接仿 真程 序,通 过 MZDDE 工具,实现 MATLAB 与 ZEMAX 之间的数据交互,仿真流程如图 3.



图 2 ZEMAX 主镜模型 Fig. 2 Primary Mirror Model







根据表 1 绘制的  $\epsilon_x$  像差曲线如图 4(a),同样求得 另外四种拼接误差的像差曲线如图 4(b)~(e).从中可 以看出拼接误差与泽尼克多项式之间明显存在线性相 关,且倾斜像差是平移像差的 10<sup>3</sup> 倍,这与式(8)中  $\alpha_x$ 与  $\epsilon_x$  像差相差  $R_0/2=1.625\times10^3$  倍相符.

表 1  $\varepsilon_x$  像差数据( $\lambda = 0.6328 \ \mu m$ ) Table 1 Abstrations data of a ( $\lambda = 0.6328 \ \mu m$ )

	Table 1	Aberration	is uata of $\mathbf{c}_x$	(x - 0. 0320	μπ
No	$\epsilon_x/mm$	$\mathrm{Tilt}/\lambda$	$\text{Focus}/\lambda$	Asti/λ	$\text{Com}a/\lambda$
1	-1.5	2.51	30.66	33.86	18.073
2	-1	1.54	21.034	22.413	12.132
3	-0.5	0.77	10.42	11.207	6.066
4	-0.1	0.15	2.07	2.241	1.213
5	-0.01	0.01	0.206	0.224	0.121
6	0.01	-0.015	-0.206	-0.224	-0.121
7	0.1	-0.154	-2.062	-2.241	-1.213
8	0.5	-0.771	-10.24	-11.207	-6.065
9	1	-1.543	-20.29	-22.41	-12.13
10	1.5	-2.637	-31.873	-33.82	-17.87

在式(2)中忽略了  $ε_x^2/2R_0$  项,按照瑞利判据,当波 像差小于四分之一波长时,像质不受影响.因此,当非 线性因子  $ε_x^2/2R_0$  小于四分之一波长时,可以认为其不 影响线性关系,λ 取 0.6328 μm,则,

$$|\epsilon_x| < \sqrt{\frac{\lambda R_0}{2}} = 1.014 \text{ mm}$$
 (10)

可见平移误差 ε<sub>x</sub> 线性范围达到了毫米级,倾斜误 差 α<sub>x</sub> 的非线性区域可以通过式(8)和(10)进行求解

$$\left| \alpha_{x} \right| = \left| \frac{\epsilon_{x}}{l} \right| \approx \left| \frac{2\epsilon_{x}}{R_{0}} \right| = \frac{2 \times 1.014}{3250} = 0.0358^{\circ} \quad (11)$$

但曲线图显示的误差线性范围远远大于上式计算的结果,从式(2)可知,非线性误差的来源是误差二次





图 4 像差曲线 Fig. 4 The aberrations curves

项,非线性误差百分比γ可以表示为

$$\gamma = \frac{\epsilon_x^2/2R_0}{-\epsilon_x x/R_0 + \epsilon_x^2/2R_0} \times 100\% = \frac{\epsilon_x}{-2x + \epsilon_x} \times 100\% \approx \frac{\epsilon_x}{-2x} \times 100\%$$
(12)

由于 x 远远大于  $\epsilon_x$ ,因而即使  $\epsilon_x$  远离线性区间, 非线性失真依然很小.

# 2 拼接误差的反演算法

### 2.1 单一扇形分块镜的误差反演

利用拼接误差与泽尼克多项式之间的线性相关, 可以通过泽尼克多项式反解拼接误差,以最顶层单个 扇形拼接镜为例,通过仿真求出各拼接误差的泽尼克 多项式像差系数与拼接误差的比值见表 2.

表 2 拼接误差与泽尼克像差的比值 Table 2 The rates between Zernike aberrations and stitching tolerances

8							
Item	$Z_2 - 2Z_7$	$Z_3 - 2Z_8$	$2Z_{5}$	$3Z_{7}$	$3Z_8$		
ε <sub>x</sub>	-1.639	0	0	-12.47	0		
$\varepsilon_y$	0	-51.208	219.515	0	-205.47		
$\epsilon_z$	0	-420.69	865.61	0	-502.50		
$\alpha_x$	0	-2 816.63	12 891.71	0	-12 336.4		
$\alpha_y$	86.71	0	0	746.02	0		

用表 2 中的数值组成一个灵敏度矩阵,用 A 表示, 相应的泽尼克系数项用 B 矩阵表示,五种拼接误差用 矩阵 X 表示. 三个矩阵的形式如下,其线性关系为 AX=B,X=A/B.

	<b>−</b> 1.639	0		0	0	86.71-	
	0	-51.20	8 —	420.69	-2816.63	0	
A =	0	219.51	58	865.61	12891.71	0	
	0	-205.4	7 –	502.50	-12336.40	0	
	-12.47	0		0	0	746.02_	
	$[Z_2 - 2Z_7]$		ε <sub>x</sub>				
	$Z_{3} - 2Z_{8}$		ε				
B =	$2Z_{5}$	, X =	ε				
	$3Z_8$		α <sub>x</sub>				
	$3Z_7$		$\alpha_{y}$				

为了对以上线性关系进行验证,先通过仿真程序 对最顶层扇形分块镜的  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$ ,  $\epsilon_z$ ,  $\alpha_x$ 和  $\alpha_y$ 五种误差随 机分配 5 个对应的值 8.62  $\mu$ m、 $-7.35 \mu$ m、 $-2.5\mu$ m、 -0.006.3°和-0.00154°, 然后通过 ZEMAX 光线追 迹,得到如图 5 所示的干涉条纹和如图 6 所示的泽尼 克系数, 求得矩阵 B = [-0.14766975; 19.174317;-84.998521; 80.4879; -1.25643762], 通过公式 <math>X = $A \setminus B$ , 计算的数值如表3所示, 反演的误差百分比在



图 5 ZEMAX 干涉图 Fig. 5 Interferogram of ZEMAX



图 6 Zernike 多项式系数

Fig. 6 The Zernike coefficients

表 3 拼接误差反演的结果

#### Table 3 Results of stitching tolerances retrieval

Item	$\epsilon_x/mm$	$\epsilon_{y}/mm$	$\epsilon_z/\mathrm{mm}$	$\alpha_x/(°)$	$\alpha_y/(°)$
Initial/ $(\times 10^{-3})$	8.62	-7.35	-2.5	-6.3	-1.54
Retrieval/ $(\times 10^{-3})$	8.617	-7.315	-2.504	-6.3006	-1.5402
Error (%)	-0.04	-0.48	-0.14	-0.01	-0.01

0611003-4

±0.5%以内.为了进一步研究该算法的误差分布规 律,运用上述仿真方法对以上五种拼接误差,分别从数 值 5×10<sup>--\*</sup>起到数值 10 为止的区间内,设置多组数据 进行仿真,得到了如图 7 的反演误差分布.



图 7 反演误差比率曲线 Fig. 7 The error rate curves of tolerances retrieval

图 7 表明,当拼接误差大于 1 mm(或 1°)时,反演 误差很大,尤其是倾斜反演误差随着拼接误差的增大 而急剧增大,当拼接误差小于 1 mm(或 1°)时,反演误 差落在±3% 以内且迅速收敛,当拼接误差小于 0.1 mm(或 0.1°)时,反演误差控制在±0.5%以内,且 随着拼接误差的继续减小而趋近于零.

在实际镜面拼接时,在干涉仪进行检测之前,通过 镜面粗调,拼接误差已接近微米量级,所以在实际项目 中运用该方法对拼接误差进行反演,理论上可以得到 优于±0.5%的反演误差.

#### 2.2 所有扇形分块镜的误差反演

由于每个扇形分块镜都以母镜为中心,以 Z 轴为 回旋轴,所以都存在一个类似的灵敏度矩阵 A<sub>i</sub>,*i* 为每 个扇形分块镜的编号,用上述方法可以解出每个 A<sub>i</sub> 的值.

在实际镜面拼接时,由于每个扇形分块镜都可能 存在拼接误差,所以需要在整个母镜检测的结果中,通 过掩模的方式分离出单个扇形子镜的拼接误差.为此, 事先通过仿真求出拼接镜都不存在拼接误差的理想情 况下的干涉检测数据,作为反演计算时的无像差模板, 然后,用此模板对干涉检测数据进行掩模处理.所谓掩 模,就是用已知的模板数据有目的地选择性地替换掉 部分原始的检测数据,但不会对保留下来的数据产生 影响,经过掩模后的数据,仅保留了所要计算的编号为 *i*的分块拼接镜的拼接误差,再通过掩模后的数据,求 出泽尼克系数项 *B<sub>i</sub>*,利用线性关系 *X<sub>i</sub>* = *A<sub>i</sub>*\*B<sub>i</sub>*,可以求 出拼接误差 *X<sub>i</sub>*,这三个矩阵具体形式如下,通过对*i* 个 扇形分块拼接镜的拼接误差逐一求解,就可以完成所 有扇形分块的拼接误差反演.

$$m{A}_i = egin{bmatrix} A_{i11} & A_{i12} & A_{i13} & A_{i14} & A_{i15} \ A_{i21} & A_{i22} & A_{i23} & A_{i24} & A_{i25} \ A_{i31} & A_{i32} & A_{i33} & A_{i34} & A_{i35} \ A_{i41} & A_{i42} & A_{i43} & A_{i44} & A_{i45} \ A_{i51} & A_{i52} & A_{i53} & A_{i54} & A_{i55} \ \end{bmatrix}.$$

$$\boldsymbol{B}_{i} = \begin{bmatrix} Z_{i2} - 2Z_{i7} \\ Z_{i3} - 2Z_{i8} \\ 2Z_{i5} \\ 3Z_{i8} \\ 3Z_{i7} \end{bmatrix}, \boldsymbol{X}_{i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{xi} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{yi} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{xi} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{xi} \\ \boldsymbol{\alpha}_{xi} \\ \boldsymbol{\alpha}_{yi} \end{bmatrix}$$

### 3 结论

通过对2m口径的非球面拼接反射镜的拼接误差 与对应的波像差之间的关系进行分析,并运用数值建 模与仿真的方法进行验证,发现抛物面扇形分块镜拼 接误差与泽尼克多项式像差之间在一定范围内存在线 性关系.基于这种线性关系,提出了拼接误差的线性反 演算法,运用该方法可以获得偏差优于0.5%的较高 准确度的反演结果.该算法相对于目前常见的数学迭 代法,具有计算方法简捷,适用范围大,反演准确度高 等特点,因而有助于解决课题组所面临的拼接误差的 解耦与反演的关键性问题.

#### 参考文献

- [1] HUANG Chen, WANG Jian-jun, GAO Xin, et al. Survey for foreign infrared astronomical telescopes [J]. Laser & Infrared, 2013, 43(3): 235-239. 黄晨,王建军,高昕,等. 国外红外天文望远镜发展现状[J]. 激 光与红外,2013, 43(3): 235-239.
- [2] CHEN Bao-gang, DONG Lei, LIN Xu-dong. Segmented mirror of fourier telescope field experimental system[J]. Acta Photonica Sinica, 2011, 40(1): 87-91.
  陈宝刚,董磊,林旭东. 傅里叶望远镜外场实验系统拼接主镜 [J]. 光子学报,2011, 40(1): 87-91.
- [3] PRTER L, WIZINOWICH. Optical engineering at Keck observatory: design and performance of the telescopes, adaptive optics and interferometer [C]. SPIE, 2006, 6034 (01): 1-9.
- GARRY A C, TERRY S M, JERRY E N. Phasing the mirror segments of the W. M. Keck telescope [C]. SPIE, 1994, 2199: 622-637.
- [5] LI Yan, YUAN Xiang-yan, CUI Xiang-qun. A study of a method for the coplanar splicing of segments into a large-aperture mirror based on the keck method[J]. Astronomical Research & Technology, 2009, 6(2): 147-153.
  李艳,袁祥岩,崔向群. 基于 Keck 方法的大型拼接镜面共面方 法的研究[J]. 天文研究与技术,2009, 6(2):147-153.
- [6] CHEN Rong-li, ZHANG Tao, MA Zhen, et al. Influences of the alignment errors on image quality of large segmented mirrors[J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(12): 3240-3244.
  陈荣利,张涛,马臻,等. 拼接误差对拼接式大口径反射镜成像

陈宋利,张涛,马臻,寺. 拼接误差对拼接式天口径反射镜成修 质量的影响[J]. 光子学报,2009, **38**(12): 3240-3244.

[7] LIU Zhi-ying, SONG Yu-long, FU Yue-gang, et al. Tolerance analysis of stitching system based on equivalent nodal point[J]. Acta Photonica Sinica, 2011, 40(8): 1262-1265.

刘智颖,宋玉龙,付跃刚,等. 基于等效节点的子孔径拼接系统 公差分析[J]. 光子学报,2011, **40**(8): 1262-1265.

[8] WANG Wei, LI Lin. Reflector mirror based optical butting [J]. Acta Photonica Sinica, 2014, **43**(3): 0322001.

王伟,李林. 反射式光学像面拼接方法研究[J]. 光子学报,

2014, 43(3): 0322001.

- [9] JIANG Zhen-yu, LI Lin, HUANG Yi-fan, et al. Computeraided alignment method of segmented primary mirror system
  [J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(7): 1858-1861.
  姜震宇,李林,黄一帆,等. 拼接子镜系统计算机辅助装调研究
  [J]. 光子学报,2009, 38(7): 1858-1861.
- [10] JOSEPH M, HOWARD. Optical modeling activities for NASA' s James Webb Space Telescope (JWST): IV. Overview and Introduction of MATLAB based toolkits used to interface with optical design software [C]. SPIE, 2007, 666804: 1-10.
- [11] ROBERT S. Upton. Presentation, analysis, and simulation of active alignment strategies for the James Webb Space Telescope[C]. SPIE, 2009, 7433, 743302.
- [12] DENG Jian, ZHANG Wei, ZUO Bao-jun, et al. Misadjustment tolerance study of the sub-mirror's for segmented mirror synthetic aperture optics [J]. Optical

Technique, 2007, 33(1): 130-133.

邓键,张伟,左保军,等. 拼接式合成孔径光学系统的失调 误差分析研究[J].光学技术,2007,**33**(1):130-133.

- [13] DAI Yan-feng, LIU Zao-zhen. Modeling of segmented primary mirror surface control system for space-based telescope[J]. Journal of System Simulation, 2006, 18 (Suppl. 2): 788-793.
  戴妍峰,刘藻珍. 空间望远镜分块式主镜面形控制系统建模 [J].系统仿真学报,2006, 18(增刊 2): 788-793.
- [14] LU Li-hong, ZHANG Wei. Misalignment phase retrieval of segmented aperture optical system on-orbit[J]. Journal of Applied Optics, 2010, 31(5): 686-689.
  逯力红,张伟.拼接孔径光学系统在轨失调相位恢复[J].应用光学, 2010, 31(5): 686-689.
- [15] KINGSLAKE R, THOMPSON B J, et al. Applied optics and optical engineering. Vol. VI[M]. New York, NY (USA): Academic Press, 1980: 28-37.