

doi:10.3788/gzxb20154406.0601003

大气湍流对长曝光和短曝光条件下 分辨率与像斑半径的影响

马雪莲

(东北大学秦皇岛分校 计算机与通信工程学院, 河北 秦皇岛 066004)

摘 要:基于湍流中调制传递函数的数学模型,从理论上研究了大气相干长度和系统光瞳直径对积分分辨率和像斑半径的影响.采用内插值法,分别给出长曝光和短曝光条件下分辨率和像斑半径的近似代数解.结果表明,在系统光瞳直径小于大气相干长度时,分辨率主要受光瞳直径限制,增大光瞳直径可提高分辨率,然而随着其值的继续增大,对分辨率的改善不再明显,因为当光瞳直径大于大气相干长度时成像性能逐渐由湍流限制.光瞳直径与大气相干长度的比值趋于无穷大时,分辨率和像斑半径受大气相干长度的限制有一个极限值.短曝光条件下,去除了大尺度漩涡所产生的倾斜效应,系统的积分分辨率和像斑半径性能要好于长曝光条件.对于短曝光近场,与长曝光相比,其积分分辨率的最大值提高了 3.5 倍,像斑半径最小值减小了 1/2.

关键词:大气光学;激光成像;大气湍流;调制传递函数;积分分辨率;像斑半径;曝光时间

中图分类号:TN929.12; O438.2

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2015)06-0601003-7

Effect of Atmospheric Turbulence on Resolution and Spot Radius of Long-term Exposure and Short-term Exposure

MA Xue-lian

(School of Computer and Communication Engineering, Northeastern University at Qinhuangdao,
Qinhuangdao, Hebei 066004, China)

Abstract: Based on the mathematical model of modulation transfer function in atmospheric turbulence, the combined effect of atmospheric coherence length and optical pupil diameter on integral resolution and spot radius were investigated. Approximate algebraic solutions of resolutions and spot radii are derived for long-term exposure and short-term exposure by use of interpolation method. The result shows that the resolution is mainly limited by the pupil diameter while the pupil diameter is smaller than atmospheric coherence length, and can be enhanced by increasing the value of the pupil diameter. However, the resolution will not be significantly improved with further increase of the pupil diameter, since the imaging performance is gradually limited by turbulence while the pupil diameter is larger than atmospheric coherence length. There are limiting values for the resolution and spot radius restricted by atmospheric coherence length while the ratio of the diameter to atmospheric coherence length tends to infinite. For short-term exposure, since the tilt effect due to large-scale eddies is eliminated, the integral resolution and the spot radius are better than that of long-term exposure. Especially, for the near field of short-term exposure, the maximum value of integral resolution is approximately increased by a factor of 3.5 and the minimum value of spot radius is approximately decreased by a factor of 1/2, as compared with the case of long-term exposure.

Key words: Atmospheric optics; Laser imaging; Atmospheric turbulence; Modulation transfer function; Integral resolution; Spot radius; Exposure time

OCIS Codes: 010.1290; 010.1330; 010.3310; 110.0115; 110.4850

基金项目:中央高校基本科研业务费专项资金(No. 110323006)资助

第一作者:马雪莲(1981-),女,讲师,博士,主要研究方向为大气激光通信和大气激光成像. Email: maxl@neuq.edu.cn

收稿日期:2015-01-04; **录用日期:**2015-03-31

<http://www.photon.ac.cn>

0 引言

在大气激光通信、激光雷达、自适应光学等领域的应用中,大气湍流引起激光成像质量的恶化,从而限制了相关应用中系统的性能^[1-7].大气湍流产生的随机折射率不均匀元(漩涡)使得在其中传输一定距离的光波产生振幅和相位的随机起伏,引起空间相干退化和波前畸变效应^[8-10],导致成像系统的分辨率下降以及像斑的扩展和模糊.成像分辨率和像斑半径是衡量激光在大气湍流中成像性能的关键参量,因此研究湍流对这两项参量的影响尤为重要.

Fried引入大气相干长度来描述大气湍流中光波传输的空间相干退化特性,并以Kolmogorov湍流模型下的波结构函数和调制传递函数为出发点,采用在短曝光时去除大尺度漩涡倾斜效应的方法,分析了长曝光和短曝光下的成像积分分辨率,给出了分辨率的积分形式解^[11].在Fried的成像分辨率模型基础上,Chesnokov等研究了湍流有限外尺度对分辨率的影响^[12].张逸新等开展了对长曝光和短曝光条件下湍流有限内、外尺度对大气成像系统分辨率的一系列研究,并给出了长曝光分辨率的复杂解析解,短曝光分辨率仍采用积分形式解^[13-14].针对非Kolmogorov湍流模型,文献^[15]对大气湍流中成像的调制传递函数进行了相关研究,但缺少对分辨率和成像半径的分析.

相干成像系统和非相干成像系统可分别采用振幅传递函数(Amplitude Transfer Function, ATF)和光学传递函数(Optical Transfer Function, OTF)来计算接收平面上像斑的光强分布.在大气湍流中传输的激光光束,由于波前的相干性受到破坏而成为部分相干,尤其对于长距离传输情况,其破坏情况尤为严重,可近似看成完全非相干光波^[16].因此,大气湍流中的成像问题可近似按非相干成像问题来处理,采用OTF表征其成像特性并进行相关参量计算.OTF是点扩展函数(Point Spread Function, PSF)的二维傅里叶变换,可通过光瞳函数的自相关计算求得^[17].OTF的幅度部分(即OTF的模量)为调制传递函数(Modulation Transfer Function, MTF),用以描述像斑反衬度的衰减,而OTF的辐角(即相移量)为位相传递函数(Phase Transfer Function, PTF),用以描述像斑位置的移动.本文分析成像系统在湍流影响下的MTF,据此对长曝光和短曝光的成像分辨率以及像斑半径进行详细研究,给出大气相干长度和系统光瞳尺寸共同限制下的数学模型,并推导出积分分辨率和像斑半径的代数近似解.

1 湍流中的积分分辨率和像斑半径

大气湍流中激光光束成像主要受成像系统本身的

有限孔径和大气湍流的有限相干长度限制.因此,系统的MTF由两部分组成:光学成像系统本身的MTF(记为 MTF_0)和大气湍流效应引起的MTF(记为 MTF_{atm}).光波传输系统中,将传输路径上湍流的影响等效于整个成像系统的一个级联单元^[16].在此假设下,将 MTF_{atm} 独立于 MTF_0 来处理,包含湍流影响的整个系统的MTF相当于 MTF_0 和 MTF_{atm} 两部分的乘积.由于大气湍流的随机统计特性, MTF_{atm} 是一个随机变量,将研究其集平均 $\langle MTF_{atm} \rangle$.将总的MTF(记为 $\langle MTF_{all} \rangle$)写成两项乘积形式

$$\langle MTF_{all} \rangle = MTF_0 \cdot \langle MTF_{atm} \rangle \quad (1)$$

光学成像系统的MTF可由光瞳函数的归一化重叠面积求得^[17],通常系统的接收孔径是直径为 d 的圆形光瞳,则衍射置限系统下调制传递函数的表达式为

$$MTF_0 = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \left[\arccos\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right) - \frac{\nu}{\nu_0} \sqrt{1 - \left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)^2} \right] & (\nu \leq \nu_0) \\ 0 & (\nu > \nu_0) \end{cases} \quad (2)$$

式中 ν 为二维空间频域的径向频率距离, $\nu = (F_x^2 + F_y^2)^{1/2}$, F_x 和 F_y 分别为直角坐标系下沿 x 方向和 y 方向的频率参量, $\nu_0 = d/\lambda f$ 为非相干成像系统的截止频率, λ 为激光波长, f 为焦距.

大气湍流对光波波前的影响可分为大尺度漩涡和小尺度漩涡两部分.大尺度漩涡对光波波前产生随机倾斜效应,使接收孔径上的波前产生到达角起伏,从而使像斑产生随机抖动.小尺度漩涡对光波产生衍射效应,使像斑产生扩展.二者的共同作用使波前产生畸变.大尺度是指与接收孔径尺寸可比拟的漩涡尺度,将大尺度漩涡横穿接收孔径的特征时间标记为 t_{\perp} ,则 $t_{\perp} = d/V_{\perp}$,式中 V_{\perp} 是垂直于传输路径的横向平均风速.大尺度漩涡所产生的随机抖动效应在长曝光和短曝光两种条件下的表现形式不同.长曝光条件是指成像曝光时间(积分时间)远大于 t_{\perp} ,这时大尺度所产生的像斑随机抖动效应得到长时间平均作用,引起了更进一步的像斑模糊,降低了成像质量.所以,在长曝光条件下,这部分大尺度效应需要考虑到 $\langle MTF_{atm} \rangle$ 中.短曝光条件是指曝光时间为 t_{\perp} 量级或小于 t_{\perp} 量级,这时大尺度效应并没有被平均,不会产生进一步的像斑模糊,像斑的扩散程度仅由小尺度衍射效应产生.在短曝光条件下,大尺度效应对成像质量的影响小到可以忽略,所以,在计算短曝光的 $\langle MTF_{atm} \rangle$ 时,需要将大尺度引起的倾斜效应从总的湍流效应中除去.虽然短曝光的MTF中不必考虑大尺度的倾斜效应,但OTF中应该包含此效应,只不过倾斜效应产生的像斑随机位移反映在OTF的位相传递项PTF中.实质上,短曝光图像具有随机移动的性质,不同时刻选取的短曝光像斑

位置是不同的.一系列具有随机位移(由大尺度倾斜效应引起)的短曝光图像叠加在一起即形成了进一步模糊的长曝光像斑.

为方便区分,以下标 LE 和 SE 分别表示长曝光和短曝光条件.长曝光条件下,湍流的 MTF 中包含大尺度和小尺度两项效应,即含有大气湍流引起的幅度起伏项和相位起伏项,此时 $\langle \text{MTF}_{\text{atm}} \rangle_{\text{LE}}$ 可写为^[11]

$$\langle \text{MTF}_{\text{atm}} \rangle_{\text{LE}} = \exp \left[-\frac{1}{2} D(\lambda f \nu) \right] \quad (3)$$

式中 $D(\lambda f \nu)$ 为波结构函数,可表达为对数振幅结构函数 $D_\chi(\lambda f \nu)$ 与相位结构函数 $D_\varphi(\lambda f \nu)$ 之和,即

$$D(\lambda f \nu) = D_\chi(\lambda f \nu) + D_\varphi(\lambda f \nu) \quad (4)$$

式中大尺度引起的倾斜效应包含在相位起伏项 $D_\varphi(\lambda f \nu)$ 中.

大气湍流中波结构函数包含所有尺度的湍流的影响,采用 Kolmogorov 湍流谱模型可将其写为^[11]

$$D(r) = 6.88(r/r_0)^{5/3} \quad (5)$$

式中 r_0 为大气相干长度(Fried 相干长度),与大气湍流强度、传输路径长度和波长有关,该参量是表征大气湍流对光波波前在空间扰动大小的一个特征尺度.在光学成像系统中,大气湍流对成像分辨率的影响可等效于光瞳直径为 r_0 的光学口径所限制的衍射极限分辨率.可见,大气相干长度 r_0 可综合反映湍流对成像质量的影响.相位结构函数在远场和近场近似下的表

达式可写为

$$D_\varphi(r) = \begin{cases} D(r) & (\lambda L)^{1/2} \ll d \quad (\text{near filed}) \\ \frac{1}{2} D(r) & (\lambda L)^{1/2} \gg d \quad (\text{far filed}) \end{cases} \quad (6)$$

式中 L 为光传输路径长度.

短曝光条件下, $\langle \text{MTF}_{\text{atm}} \rangle_{\text{SE}}$ 中应去除大尺度的倾斜效应,此部分效应引起接收孔径 d 上的到达角起伏以及之后像斑的随机位移.当到达角起伏 α 很小时,其方差 σ_α^2 可近似写为

$$\sigma_\alpha^2 = \frac{D_\varphi(d)}{(2\pi/\lambda)^2 d^2} = \frac{6.88}{(2\pi)^2} \cdot q \cdot \left(\frac{d}{r_0}\right)^{5/3} \left(\frac{\lambda}{d}\right)^2 \quad (7)$$

其中对于近场条件 $(\lambda L)^{1/2} \ll d, q=1$;对于远场条件 $(\lambda L)^{1/2} \gg d, q=1/2$.

将式(5)代入式(3),可得长曝光条件下 $\langle \text{MTF}_{\text{atm}} \rangle_{\text{LE}}$ 的表达式为

$$\langle \text{MTF}_{\text{atm}} \rangle_{\text{LE}} = \exp \left[-3.44(\lambda f \nu / r_0)^{5/3} \right] \quad (8)$$

将倾斜效应的影响去除之后,可得短曝光条件下的 MTF 为

$$\langle \text{MTF}_{\text{atm}} \rangle_{\text{SE}} = \exp \left\{ -\frac{1}{2} [D(\lambda f \nu) - (2\pi)^2 \sigma_\alpha^2 (f \nu)^2] \right\} = \exp \left\{ -3.44(\lambda f \nu / r_0)^{5/3} [1 - q(\lambda f \nu / d)^{1/3}] \right\} \quad (9)$$

长曝光和短曝光条件下总调制传递函数 $\langle \text{MTF}_{\text{all}} \rangle_{\text{LE}}$ 和 $\langle \text{MTF}_{\text{all}} \rangle_{\text{SE}}$ 为

$$\langle \text{MTF}_{\text{all}} \rangle_{\text{LE}} = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \left[\arccos \left(\frac{\nu}{\nu_0} \right) - \frac{\nu}{\nu_0} \sqrt{1 - \left(\frac{\nu}{\nu_0} \right)^2} \right] \exp \left[-3.44 \left(\frac{\lambda f \nu}{r_0} \right)^{5/3} \right] & (\nu \leq \nu_0) \\ 0 & (\nu > \nu_0) \end{cases} \quad (10)$$

$$\langle \text{MTF}_{\text{all}} \rangle_{\text{SE}} = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \left[\arccos \left(\frac{\nu}{\nu_0} \right) - \frac{\nu}{\nu_0} \sqrt{1 - \left(\frac{\nu}{\nu_0} \right)^2} \right] \exp \left\{ -3.44 \left(\frac{\lambda f \nu}{r_0} \right)^{5/3} \left[1 - q \left(\frac{\lambda f \nu}{d} \right)^{1/3} \right] \right\} & (\nu \leq \nu_0) \\ 0 & \nu > \nu_0 \end{cases} \quad (11)$$

成像系统的积分分辨率 R 可通过对 MTF 进行全空间频率上的积分而得到^[11,13]

$$R = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \langle \text{MTF}_{\text{all}}(\nu) \rangle \nu d\nu d\theta = 2\pi \int_0^{\lambda f} \text{MTF}_0(\nu) \langle \text{MTF}_{\text{atm}}(\nu) \rangle \nu d\nu \quad (12)$$

将式(2)、式(10)和式(11)代入式(12),整理得到长曝光和短曝光分辨率分别为

$$R_{\text{LE}} = 4 \left(\frac{d}{\lambda f} \right)^2 \int_0^1 u (\arccos u - u \sqrt{1 - u^2}) \cdot \exp \left[-3.44 (du/r_0)^{5/3} \right] du \quad (13)$$

$$R_{\text{SE}} = 4 \left(\frac{d}{\lambda f} \right)^2 \int_0^1 u (\arccos u - u \sqrt{1 - u^2}) \cdot \exp \left[-3.44 (du/r_0)^{5/3} (1 - qu^{1/3}) \right] du \quad (14)$$

式(13)与式(14)的积分没有精确的解析解,将采用内插值公式给出代数近似解.

由式(13)可以看出 R_{LE} 大小与参量 $(d/r_0)^{5/3}$ 有关,随 $(d/r_0)^{5/3}$ 递减.用内插值方将 R_{LE} 写成以 $(d/r_0)^{5/3}$ 为自变量的近似表达式,即

$$R_{\text{LE}} \cong \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{\lambda f} \right)^2 [1 + (d/r_0)^{5/3}]^N \quad (15)$$

式中 N 为一个小于零的合适的负指数.分析 $d/r_0 \rightarrow \infty$ 和 $d/r_0 \rightarrow 0$ 两种极限情况下长曝光分辨率 R_{LE} 的表达式,可得到 N 的数值.

当 $d/r_0 \rightarrow \infty$ 时,由式(13)可得长曝光条件下的极限分辨率 R_∞ 为^[11]

$$R_\infty \equiv \frac{\pi}{4} \left(\frac{r_0}{\lambda f} \right)^2 \quad (16)$$

当 $d/r_0 \rightarrow 0$ 时可以认为是没有系统光瞳直径的衍射限制,只有大气湍流相干长度 r_0 影响时的情况.由近似式(15)可得 $d/r_0 \rightarrow \infty$ 的极限分辨率为

$$R_{\infty} \cong \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{\lambda f} \right)^2 \left(\frac{d}{r_0} \right)^{5/3 \cdot N} \quad (17)$$

将式(17)与(16)比较,得 $N = -6/5$,代入式(15)得长曝光积分分辨率的代数近似表达式为

$$R_{LE} \cong \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{\lambda f} \right)^2 [1 + (d/r_0)^{5/3}]^{-6/5} \quad (18)$$

当 $d/r_0 \rightarrow 0$ 时, d 值远小于 r_0 , 可只考虑光瞳直径 d 的衍射效应对分辨率的影响,而忽略大气湍流相干长度 r_0 的影响,该极限情况等效于光瞳直径为 d 的衍射置限成像系统的分辨率. 此时对式(2)中的 MTF_0 进行积分得

$$R_0 = 2\pi \int_0^{\infty} MTF_0(\nu) \nu d\nu = 2\pi \left(\frac{d}{\lambda f} \right)^2 \int_0^1 \frac{2}{\pi} (\arccos u - u \sqrt{1-u^2}) u du = \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{\lambda f} \right)^2 \quad (19)$$

比较式(16)与式(19),可以认为 $d/r_0 \rightarrow \infty$ 时大气湍流影响下的极限分辨率等效于一个直径为 r_0 的接收光瞳的衍射效果.

式(18)在 $d/r_0 \rightarrow 0$ 时的极限解与式(19)一致,可见所给出的长曝光代数近似表达式是合理的,特别是在 $d/r_0 \rightarrow \infty$ 和 $d/r_0 \rightarrow 0$ 时能够很好地自洽,说明在 $d/r_0 \gg 1$ 和 $d/r_0 \ll 1$ 时有明显的近似于积分数值解的趋势. 该长曝光分辨率的近似表达式给出了小误差范围内的近似解,在所有 d/r_0 区域其与式(13)积分数值解的误差小于 5%,在 $d/r_0 < 1$ 与 $d/r_0 > 50$ 的范围,该近似的误差极小,基本与积分数值解完全一致.

短曝光成像时,应去除大尺度倾斜效应所引起的像斑随机位移部分,则短曝光分辨率的近似式是从长曝光近似式(18)中合理地去除式(7)中含有 $(d/r_0)^{5/3}$ 因子的到达角起伏项,据此将式(14)的代数近似表达式写为

$$R_{SE} \cong \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{\lambda f} \right)^2 \{ [1 + (d/r_0)^{5/3}]^{6/5} - y(q) \cdot (d/r_0)^{5/3} \}^{-1} \quad (20)$$

式中 $y(q)$ 为与表征远场和近场的参量 q 有关的调节系数,其表达式为

$$y(q) = 0.8q \cdot \frac{[1 + (d/r_0)^{3/2}][1 + 1.5q(d/r_0)^{-1/2}]}{1 + (d/r_0)^{3/2} + 1.5q(d/r_0)^{-1/2}} \quad (21)$$

$y(q)$ 同时也是 d/r_0 的函数,反映不同的 d/r_0 时所去除的像斑随机位移项所占权重的不同.

同样分析 $d/r_0 \rightarrow \infty$ 和 $d/r_0 \rightarrow 0$ 两种极限情况下的短曝光分辨率 R_{SE} 的表达式. 由式(21),当 $d/r_0 \rightarrow \infty$ 或 $d/r_0 \rightarrow 0$ 时, $y(q) = 0.8q$, 将其代入式(20)可得到 $d/r_0 \rightarrow \infty$ 时短曝光极限分辨率 R_{∞} 与式(16)一致,而 $d/r_0 \rightarrow 0$ 时短曝光极限分辨率 R_0 与式(19)一致. 可见所给出的短曝光代数近似表达式也是合理的,在 $d/r_0 \rightarrow \infty$ 和 $d/r_0 \rightarrow 0$ 时能够很好地自洽.

短曝光分辨率的近似表达式(20)给出了小误差范

围内很好的近似解. 远场时 ($q=1/2$), 在所有 d/r_0 区域其与积分数值解的误差小于 3%, 在 $d/r_0 < 1$ 的范围, 该近似基本与积分数值解完全一致. 近场时 ($q=1$), 在所有 d/r_0 区域其与积分数值解的误差小于 5%, 在 $d/r_0 < 1$ 的范围, 该近似基本与积分数值解完全一致, 不过近场时分辨率最大值的位置 d/r_0 略微有偏差.

积分辨率的含义等价于电子系统中带宽的概念, 只不过空间域是二维而非时间域的一维. 积分辨率的量纲是周期/单位面积, 像斑的面积与该分辨率成反比, 而像斑半径则与积分辨率的平方根成反比. 在衍射置限系统中, 不考虑湍流时成像系统所成的爱里斑半径为

$$W_0 = 1.22 \frac{\lambda f}{d} \quad (22)$$

比较式(22)与式(19)可以得出 W_0 与 R_0 的平方根之间的反比例系数为 $1.22 \times (\pi/4)^{1/2} \approx 1.08$, 即 $W_0 \approx 1.08 R_0^{-1/2}$. 依照此模式, 当 $d/r_0 \rightarrow \infty$ 时, 仅由大气湍流相干长度 r_0 限制形成的像斑半径可近似为

$$W_{\infty} \approx 1.08 R_{\infty}^{-1/2} \approx 1.22 \frac{\lambda f}{r_0} \quad (23)$$

同理, 大气相干长度 r_0 和光瞳直径 d 二者共同限制时, 长曝光和短曝光条件下的像斑半径可分别近似为

$$\begin{cases} W_{LE} \approx 1.08 R_{LE}^{-1/2} \\ W_{SE} \approx 1.08 R_{SE}^{-1/2} \end{cases} \quad (24)$$

注意, 当考虑 $d/r_0 \rightarrow \infty$ 的极限情形时, 将大气相干长度 r_0 的限制直接等效于边缘突变的圆形光瞳, 即光瞳函数在有效直径内为 1, 在直径外突变为 0. 突变型圆形光瞳的 MTF 形式如式(2)所示, 大气湍流的 MTF 形式如式(8)和式(9)所示, $d/r_0 \rightarrow \infty$ 时在 r_0 限制下总的 MTF 趋近于表达式(8), 所以大气湍流实际所等效的光瞳具体形式并非简单的突变圆形光瞳. 由式(8)的形式, 可近似地将大气湍流的影响等效为具有高斯分布形式的光瞳, 有效直径仍为 r_0 , 其所成像斑也近似高斯分布, 而非爱里斑的形式. 然而, 即使在这种更为精确的高斯分布模型中, 像斑半径与式(23)的近似也只是在比例常量上有略微的差别, 因而所采用的计算像斑半径的简单模型式(23)和式(24)是可采纳的.

2 仿真和参量分析

图 1 为大气湍流影响下总的 MTF (包括长曝光 $\langle MTF_{all} \rangle_{LE}$, 短曝光远场 $\langle MTF_{all} \rangle_{SE, far}$ 和短曝光近场 $\langle MTF_{all} \rangle_{SE, near}$) 曲线, 图(a), (b), (c) 分别代表 $r_0/d=1$, $r_0/d=2$, $r_0/d=0.2$ 的情况. 为方便比较, 将只有系统光瞳直径 d 的衍射效应时 (不考虑湍流影响) 的 MTF₀ 和只有大气相干长度 r_0 限制时 (不考虑系统光瞳直径

的影响)的 $\langle \text{MTF}_{\text{atm}} \rangle_{\text{LE}}$ 同时在图中标示出. 大气相干长度 r_0 越小说明湍流对光波相干性的破坏越严重,由图1(a)~(c)可以看出湍流影响下总的 MTF 及其截止频率随着 r_0/d 的减小而降低. 图1(a)为 $r_0=d$ 的情况,选取归一化角频率 $\lambda f\nu/r_0$ (或 $\lambda f\nu/d$),总 MTF 是 d 和 r_0 综合效应的结果. 图1(b)为 $r_0>d$ 的情况,选取归一化角频率 $\lambda f\nu/r_0$,对比图1(a)可以看出随着 r_0 的增大,总 MTF 逐渐受光瞳直径 d 的影响更大,当 $r_0 \gg d$ 时可近似认为只有 d 的限制,湍流的影响趋近于零,调制传递函数则无限趋近于 MTF_0 . 图1(c)为 $d > r_0$ 的情况,选取归一化角频率 $\lambda f\nu/d$,可以看出随着 d 的增大,总 MTF 逐渐受大气相干长度 r_0 的影

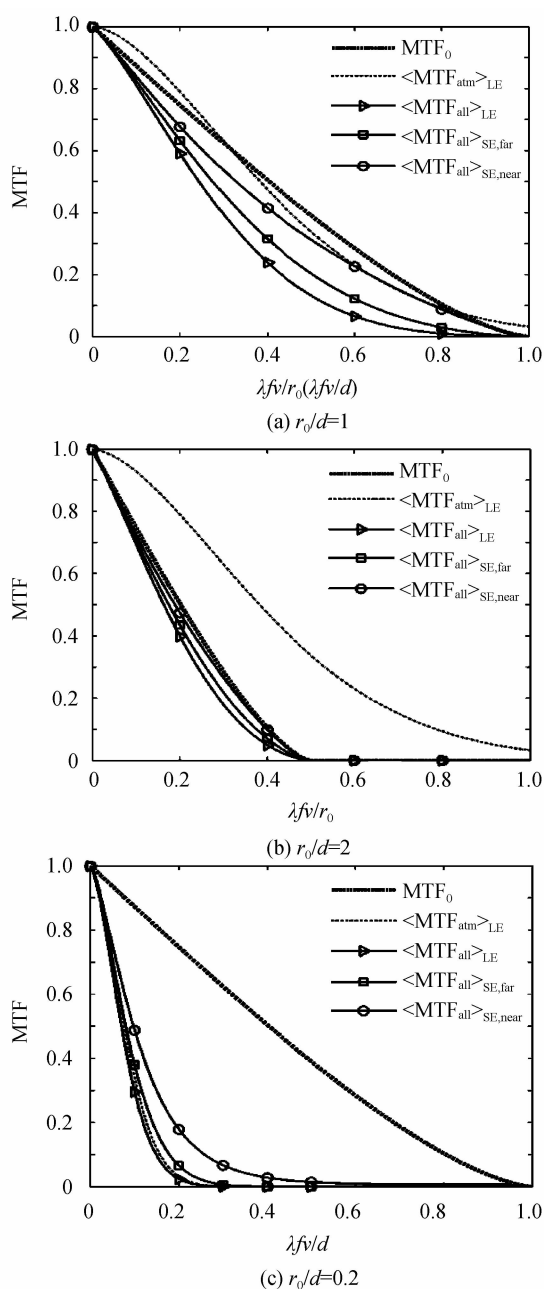


图1 调制传递函数
Fig. 1 The modulation transfer function

响更大,当 $d \gg r_0$ 时可近似认为,总的 MTF 无限趋近于 $\langle \text{MTF}_{\text{atm}} \rangle_{\text{LE}}$.

由图1可以比较长曝光和短曝光条件下的 MTF. 短曝光时分别给出近场($q=1$)和远场($q=1/2$)两种极限情形下的 $\langle \text{MTF}_{\text{all}} \rangle_{\text{SE,near}}$ 和 $\langle \text{MTF}_{\text{all}} \rangle_{\text{SE,far}}$. 短曝光条件下由于去除了大尺度漩涡的倾斜效应,其调制传递函数相比于长曝光条件有所改善,图1中的相关曲线验证了这一点. 同时,短曝光近场 $\langle \text{MTF}_{\text{all}} \rangle_{\text{SE,near}}$ 的性能优于远场 $\langle \text{MTF}_{\text{all}} \rangle_{\text{SE,far}}$,这说明近场情况的成像性能更好.

图2为大气湍流影响下整个成像系统的积分分辨率 R 随归一化参量 d/r_0 变化的曲线,分辨率 R 的归一化比例尺度为,即 $d/r_0 \rightarrow \infty$ 时的分辨率. 长曝光的分辨率 R_{LE} ,短曝光条件下远场和近场的分辨率 $R_{\text{SE,far}}$ ($q=1/2$)和 $R_{\text{SE,near}}$ ($q=1$)分别在图中标示出. 图中实线为根据近似代数表达式(18)和(20)计算的结果,可以看出其分别与积分表达式(13)和(14)的数值解十分接近,说明所采取的代数近似解给出了极好的近似. 由图2可以看出,分辨率随 d/r_0 的增加有明显改善趋势,这是由于光瞳直径 d 的增大使得系统成像性能提高,然而此分辨率由于受大气相干长度 r_0 的限制,所以达到一定程度之后继续增加 d 已不能明显改善分辨率.

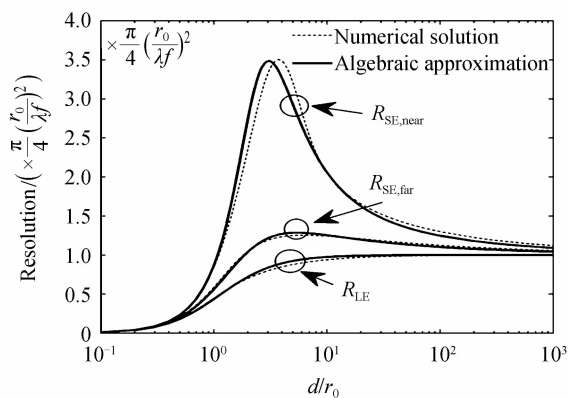


图2 积分分辨率与归一化参量 d/r_0 的关系曲线
Fig. 2 The variation of integral resolution with normalized parameter d/r_0

由图2看出,短曝光时的分辨率好于长曝光的分辨率,这是因为短曝光条件下去除了大气湍流倾斜效应的影响. 当 $d/r_0 \rightarrow \infty$ 时长曝光和短曝光的分辨率都趋于 $R_{\infty} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{r_0}{\lambda f} \right)^2$,这也是长曝光情况下 R_{LE} 的最大值. 然而,短曝光情况下分辨率的最大值位于 $d/r_0 \approx 3.5$ 处,远场和近场时的最大值分别约为 $1.2 \times \frac{\pi}{4} \left(\frac{r_0}{\lambda f} \right)^2$ 和 $3.5 \times \frac{\pi}{4} \left(\frac{r_0}{\lambda f} \right)^2$. 可见,短曝光近场时的最大分辨率比长曝光时提高了约3.5倍.

图3为大气湍流影响下整个成像系统的像斑半径 W 随归一化参量 d/r_0 的变化曲线,图中所采用的是代

数近似解. 所示像斑半径 W 的归一化比例尺度为 $1.22 \frac{\lambda f}{r_0}$. 由图 3 看出, 长曝光的像斑半径 W_{LE} 随 d/r_0 的增加有明显减小趋势, 尤其是在 $d/r_0 < 1$ 的区间, 这种减小趋势更为明显. 这是因为当 d 小于 r_0 时, 系统主要受光瞳直径的限制, 所以 d 的增大使得系统成像性能提高, 然而当 $d/r_0 > 1$ 时, 系统逐渐受大气相干长度 r_0 的限制. 当 $d/r_0 \rightarrow \infty$ 时系统受湍流限制的最小极限半径为 $1.22 \frac{\lambda f}{r_0}$. 与分辨率情况类似, 由于短曝光条件下去除了大气湍流倾斜效应的影响, 所以短曝光时的像斑半径 W_{SE} 好于长曝光的半径 W_{LE} . 短曝光情况下像斑半径的最小值位于 $d/r_0 \approx 3.5$ 处, 远场和近场时的最小值分别约为 $0.9 \times 1.22 \frac{\lambda f}{r_0}$ 和 $0.5 \times 1.22 \frac{\lambda f}{r_0}$. 可见, 短曝光近场时的最小半径约为长曝光时最小半径的 $1/2$.

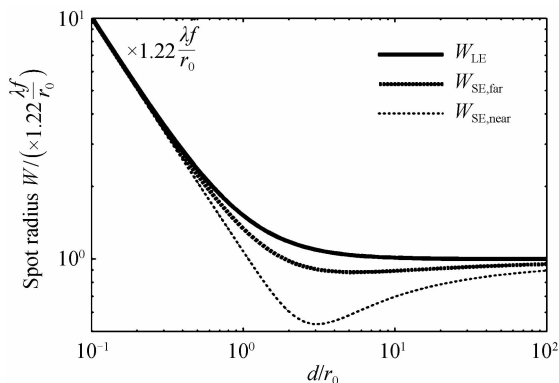


图 3 像斑半径 W 与归一化参量 d/r_0 的关系曲线
Fig. 3 The variation of spot radius W with normalized parameter d/r_0

大气相干长度 r_0 是反映湍流强弱的参量, 其典型值为 $5 \sim 20$ cm, 其中 $r_0 = 5$ cm、 10 cm 和 20 cm 附近分别对应强湍流、中等湍流和弱湍流. 实际中光学系统的光瞳直径 d 的可选取范围为 10 cm 至几米 (大尺寸望远镜). 可见大气湍流中成像系统的分辨率和像斑半径由大气相干长度 r_0 所限制. 大气湍流的横向风速 V_{\perp} 的范围为 $1 \sim 5$ m/s, 典型值为 2 m/s, 由此可得短曝光时间量级为 1 ms 至几十毫秒, 甚至更短, 而长曝光时间量级则远大于百 ms 量级^[18]. 一般在天文成像中的曝光时间可达到几秒至几十秒, 属于长曝光的情况. 采用短曝光时间可提高成像的分辨率, 达到更好的成像质量.

表 1 给出了当 $r_0 = 5$ cm、 10 cm 和 20 cm 时, 在光瞳直径 d 取合适值时, 长曝光和短曝光的分辨率的最大值结果. 表 2 则给出了对应的像斑半径的最小值的结果, 计算时参量选取波长 $\lambda = 1 \mu\text{m}$, 焦距 $f = 50$ cm. 可以看出, 在选取合适的参量时, 短曝光的近场情况下可以得到最优的成像质量, 即最大的积分分辨率和最

小的像斑半径.

表 1 长曝光和短曝光的分辨率(最大值)

Table 1 Resolution of long and short-term exposure (maximum value)

r_0/cm	$R_{LE}^{\max}/(\mu\text{m}^{-2})$	$R_{SE, \text{far}}^{\max}/(\mu\text{m}^{-2})$	$R_{SE, \text{near}}^{\max}/(\mu\text{m}^{-2})$
5	7.854×10^{-3}	9.425×10^{-3}	2.749×10^{-2}
10	3.142×10^{-2}	3.770×10^{-2}	1.100×10^{-1}
20	1.257×10^{-1}	1.508×10^{-1}	4.398×10^{-1}

表 2 长曝光和短曝光的像斑半径(最小值)

Table 2 Spot radius of long- and short-term exposure (minimum value)

r_0/cm	$W_{LE}^{\min}/\mu\text{m}$	$W_{SE, \text{far}}^{\min}/\mu\text{m}$	$W_{SE, \text{near}}^{\min}/\mu\text{m}$
5	12.200	10.98	6.1
10	6.1	5.49	3.05
20	3.05	2.745	1.525

理论上, 光瞳直径 d 的增加应该使成像质量得到提高, 从而分辨率改善, 但本文中在短曝光情况下, 当 $d/r_0 > 3.5$ 时 d 的增加反而使分辨率下降(像斑半径增大), 这是因为短曝光和长曝光条件所选取的特征时间是指大漩涡横穿接收孔径的时间 $t_{\perp} = d/V_{\perp}$, 该时间与光瞳直径 d 成正比, 短曝光条件对应的绝对时间是随 d 的增大而增长, 所以实质上 d 的增大使得短曝光条件趋近于长曝光条件. 从湍流影响的角度来理解, 当 $d/r_0 \rightarrow \infty$ 时, 短曝光条件下像斑同时受到小尺度漩涡和大尺度漩涡的作用, 这也与长曝光条件下所受的影响渐同, 此时的倾斜效应项趋近于零, 所有湍流漩涡的效应都直接影响像斑质量(反映在 MTF 中), 而基本不再产生像的随机抖动(反映在 PTF 中). 需要区分和注意的是, 如果选取一个特定的绝对曝光时间, 积分分辨率是随着 d/r_0 的增加而不断提高, 直到趋于一个最大值. 以图 2 中所示的短曝光条件下达到最大分辨率时(即 $d/r_0 \approx 3.5$ 时)所对应的曝光时间为分界点, 在小于此曝光时间的条件下, 只要光瞳直径满足 $d/r_0 > 3.5$, 都可以得到一个分辨率的最大值.

3 结论

对激光在湍流中成像特性的分析在一系列大气激光的应用中十分重要. 本文研究了长曝光和短曝光两种条件下系统的调制传递函数、成像的积分分辨率和像斑半径, 详细分析了大气相干长度 r_0 和系统光瞳直径 d 对这些参量的影响, 给出了积分分辨率的一个很好的近似代数解, 该近似解与积分数值解之间的偏差很小. 系统的成像特性由湍流效应(由大气相干长度 r_0 表征)和光瞳有限孔径效应(由直径 d 表征)共同决定. 长曝光条件下, 当 $d < r_0$ 时, 系统主要受光瞳直径 d 的限制, 所以积分分辨率 R_{LE} 和像斑半径 W_{LE} 在 $d/r_0 < 1$ 的区间随 d/r_0 的增大有明显改善趋势, 然而当 $d/r_0 > 1$ 时, 系统逐渐受大气相干长度 r_0 的限制, 再继续增大

d 已经不能对成像有明显的改善. 当 $d/r_0 \rightarrow \infty$ 时系统受湍流限制的积分分辨率和像斑半径的极限值分别为 $\frac{\pi}{4}(\frac{r_0}{\lambda f})^2$ 和 $1.22 \frac{\lambda f}{r_0}$. 短曝光分辨率和像斑半径性能好于长曝光, 且与长曝光在 $d/r_0 \rightarrow \infty$ 时达到最佳性能不同, 短曝光在 $d/r_0 \approx 3.5$ 处达到最大分辨率和最小像斑半径. 对于短曝光近场, 成像性能较长曝光时提高得更明显, 其分辨率的最大值提高了约 3.5 倍, 而像斑半径最小值则减小了约 1/2. 当然, 在 $d/r_0 \rightarrow \infty$ 时短曝光的分辨率和像斑半径与长曝光趋于相同数值.

参考文献

- [1] WILFERT O, HENNIGER H, KOLKA Z. Optical communication in free space[C]. SPIE, 2008, **7141**: 714102.
- [2] XU Q, ZHOU Y, SUN J F, *et al.* Influence of space-time speckle effect on the image quality in asynthetic aperture imaging lidar[J]. *Optics Communications*, 2014, **333**: 265-273.
- [3] ZHONG L B, TIAN Y, RAO C H. Speckle transfer function for partial correction adaptive optics image reconstruction[J]. *Optics Letters*, 2014, **39**(15): 4599-4602.
- [4] STEIN K, GLADYSZ S, SEIFFER D *et al.* Atmospheric limitations on the performance of electro-optical systems; a brief overview[C]. SPIE, 2014, **9224**: 92240U.
- [5] TANG Hua, YANG Wen-jing, LI Huan-yu. Detection performance of heterodyne Lidar in non-Kolmogorov turbulence [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2015, **44**(2): 0201001.
唐华, 杨文静, 李环宇. Non-Kolmogorov 湍流下外差激光雷达探测性能[J]. *光子学报*, 2015, **44**(2): 0201001.
- [6] CUI L Y, XUE B D, CAO X G, *et al.* Atmospheric turbulence MTF for optical waves' propagation through anisotropic non-Kolmogorov atmospheric turbulence [J]. *Optics & Laser Technology*, 2014, **63**: 70-75.
- [7] REN Chen-gang, LIANG Yong-hui, YU Qi-feng. High resolution imaging of extended object by speckle imaging[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, **43**(2): 0210002.
任晨纲, 梁永辉, 于起峰. 基于散斑成像技术的扩展目标高分辨率复原[J]. *光子学报*, 2014, **43**(2): 0210002.
- [8] 张逸新, 迟泽英. 光波在大气中的传输与成像[M]. 北京: 国防工业出版社, 1997.
- [9] 吴健, 杨春平, 刘建斌. 大气中的光传输理论[M]. 北京: 北京邮电大学出版社, 2005.
- [10] 饶瑞中. 现代大气光学[M]. 北京: 科学出版社, 2012.
- [11] FRIED D L. Optical resolution through a randomly inhomogeneous medium for very long and very short exposures[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1966, **56**(10): 1372-1379.
- [12] CHESNOKOV S S, SKIPETROV S E. Optical resolution through atmospheric turbulence with finite outer scale [J]. *Optics Communications*, 1997, **141**: 113-117.
- [13] ZHANG Yi-xin, SUN Yin. Effects of the scale of turbulence on optical resolution of imaging system in turbulence [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2000, **27**(7): 655-659.
张逸新, 孙寅. 湍流尺度对大气成像系统分辨率的影响[J]. *中国激光*, 2000, **27**(7): 655-659.
- [14] ZHANG Yi-xin, TAO Chun-kan. Effect of finite turbulence-scale on the resolutions of infrared imaging system in atmosphere [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2005, **34**(2): 192-199.
张逸新, 陶纯堪. 有限湍流尺度对红外大气成像系统分辨率的影响[J]. *红外与激光工程*, 2005, **34**(2): 192-199.
- [15] XUE B D, CAO L, CUI L Y, *et al.* Analysis of non-Kolmogorov weak turbulence effects on infrared imaging by atmospheric turbulence MTF [J]. *Optics Communications*, 2013, **300**: 114-118.
- [16] ANDREWS L C, PHILLIPS R L. Laser beam propagation through random media, 2nd ed. [M]. Bellingham, Washington USA: SPIE Press, 2005.
- [17] 古德曼. 傅里叶光学导论, 第3版[M]. 秦克诚等译. 北京: 电子工业出版社, 2011. 97-104.
- [18] QIU Yao-hui, LIU Zhong, LU Ru-wei, *et al.* Fourier modulus recovery in astronomical speckle imaging and the experiments of image reconstruction [J]. *Acta Optical Sinica*, 2000, **20**(4): 501-508.
邱耀辉, 刘忠, 卢汝为, 等. 天文斑点成像中的傅里叶模复原和像复原实验[J]. *光学学报*, 2000, **20**(4): 501-508.