

doi: 10.3788/gzxb20154406.0601001

基于 Monte Carlo 积分法的离轴激光雷达 几何因子的计算及系统优化

王欢雪, 刘建国, 张天舒

(中国科学院安徽光学精密机械研究所 中国科学院环境光学与技术重点实验室, 合肥 230031)

摘要: 基于雷达光学系统的几何概率因子, 考虑望远镜接收系统副镜在主镜上的投影对激光光斑高斯强度分布的影响, 引入蒙特卡罗积分法, 改进离轴激光雷达几何因子的理论计算方法。在望远镜焦平面处添加合适的透镜, 通过透镜的成像效应, 保证回波信号的入射光瞳只与望远镜的口径有关, 不受探测器有效接收面积的影响, 以实现对系统几何因子的进一步优化, 并分析焦距等透镜参数对雷达系统几何因子的影响。理论计算与实验结果进行对比, 结果表明改进后的理论计算值比实验值的相对误差减小了 30%, 改进后的理论计算方法效果理想且简单易行。

关键词: 大气光学; 离轴激光雷达; 几何因子; 几何概率因子; 透镜

中图分类号: TN958.98

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2015)06-0601001-7

Calculation Method of Geometrical Form Factor and Its Enhancement for Off-axis Lidar System

WANG Huan-xue, LIU Jian-guo, ZHANG Tian-shu

(Key Laboratory of Environment optics and Technology, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China)

Abstract: Based on the geometrical probability factor of lidar system and the influence of the second mirror projection in the plane of the major mirror of telescope, using Monte Carlo integral method, improves the theoretical equation of geometrical form factor of the off-axis lidar. The optimization of geometrical form factor can be achieved by insert a lens at the focal plane of the telescope with a proper parameter, with the image effect of the lens, ensure the entrance pupil of the echo signal only related to the diameter of the telescope, which is not affected with the area of the detector. Comparisons analysis between theoretical results and experimental results show that, the proposed method has obvious advantages which the relative error between the calculated value and experimental results reduces 30%. The simulated results prove this enhanced method is effective and simple.

Key words: Atmospheric optics; Off-axis lidar; Geometrical form factor; Geometrical probability factor; Lens

OCIS Codes: 010.1290; 280.3640; 280.1310; 200.4740; 080.3630

0 引言

20 世纪 60 年代起, 激光雷达被用于大气成分的遥感探测^[1]。近年来, 随着激光光源技术、光电探测技

术等的快速发展, 激光雷达凭借其高探测精度、高时空分辨率和探测距离远等优点^[2-4], 逐渐成为环境和大气监测领域的主要探测手段。目前, 美国、日本、加拿大、德国等国家相继建立起用于监测大气污染物和气候变

基金项目: 中国科学院战略性先导科技专项(No. XDB05040300)、国家自然科学基金(No. 41205119)和安徽省省级环境保护科研项目(No. 2012005)资助

第一作者: 王欢雪(1986—), 女, 博士研究生, 主要研究方向为激光雷达。Email: hxiwang@aiofm.ac.cn

导师(通讯作者): 刘建国(1968—), 男, 研究员, 博士, 主要研究方向为环境污染光学检测技术、目标散射特性及遥感检测技术。Email: jgliu@aiofm.ac.cn

收稿日期: 2015-01-15; **录用日期:** 2015-03-27

<http://www.photon.ac.cn>

化的激光雷达网络。根据激光雷达发射端光轴和接收端光轴是否重合,可以分为共轴和离轴两种系统^[5]。在共轴激光雷达系统中,由于某些光学元件的偏差以及光学系统失焦的影响,给激光雷达近场回波信号的接收和调试带来很大的干扰^[6]。在离轴激光雷达系统中,激光器发射端和望远镜接收端之间存在一定的距离,因此在一定探测高度内,大气回波信号只有一部分落在望远镜的接收视场范围之内。在一定探测高度上,落在望远镜接收视场范围内的与回波信号能量与该探测高度上回波信号总能量的比值即为雷达系统的几何因子(Geometrical Form Factor, GFF)^[6-8]。

GFF是地基激光雷达系统一个非常重要的参数^[9],其敏感性对于设计前期优化激光雷达光学系统性能,探测后期修正激光雷达近场回波信号具有十分重要的作用。目前,几何因子常用的计算方法有解析法^[9-11],光线追踪法^[12-13]和实验方法^[14-16]。一般情况下,实验方法可以通过接收到的实际雷达回波信号反演得到一个较为精确的结果,但很难应用于激光雷达光学系统的实时优化中^[8]。因此在实际应用中,一般采用解析法和光线追踪法对几何因子进行理论计算。

本文基于雷达光学系统的几何概率因子(Geometrical Probability Factor, GPF),以及望远镜接收系统副镜在主镜上的投影对激光光斑的高斯强度分布的影响,并引入蒙特卡罗积分法(Monte Carlo Integral Method),对离轴激光雷达的几何因子计算公式进行修正,得到改进后的GFF理论计算公式。同时针对激光雷达探测盲区和过渡区的问题,在望远镜焦平面处添加一个透镜并根据系统实际情况选择焦距、尺寸等光学参数,保证回波信号的入射光瞳只与望远镜的口径有关,不受探测器有效接收面积的影响,以实现对系统GFF的优化。

1 原理和方法

1.1 雷达方程和几何因子(GFF)

单次散射激光雷达方程(考虑了GFF)可以表示为^[17]

$$P(Z) = C \cdot \text{GFF}(Z) \cdot P_0(Z) \cdot \frac{A}{R^2} \cdot \beta(Z) \cdot \exp\left[-2 \int_0^Z \alpha(r) dr\right] \quad (1)$$

式中: $P(Z)$ 为高度 Z 处回波信号的能量; C 为雷达系统常数; $\text{GFF}(Z)$ 为高度 Z 处的几何因子; $P_0(Z)$ 为激光总能量; A 为接收望远镜的有效面积; $\beta(Z)$ 和 $\alpha(Z)$ 分别为高度 Z 处的大气后向散射系数和消光系数。

在计算GFF时,为具一般性,文中主要分析离轴雷达系统(即激光器光轴和接收望远镜光轴之间的距离不为0)。图1(a)为失调的离轴激光雷达光路示意图。

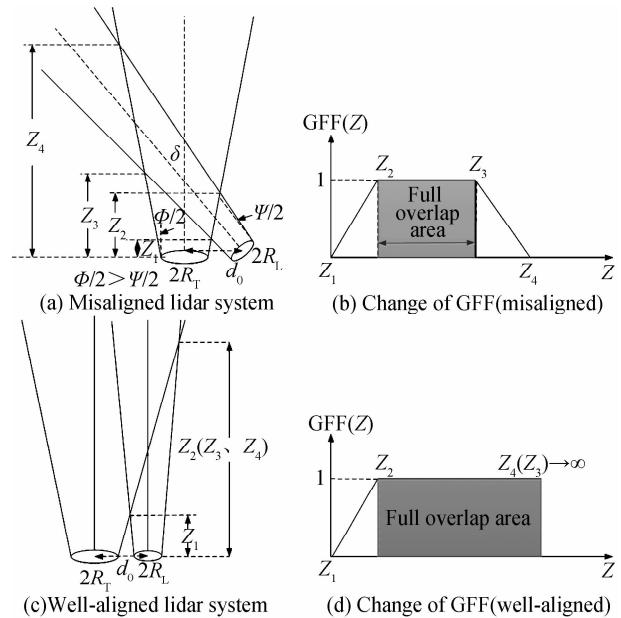


图1 离轴激光雷达光路及几何因子变化趋势

Fig. 1 Aligned lidar system and the change of GFF

图中 R_t 为望远镜的半径, R_L 为激光光束的初始半径, Φ 为望远镜的视场角, Ψ 为激光器的发散角, d_0 为激光器光轴与望远镜光轴间的距离, δ 为两光轴间的夹角,其中 $d(Z) = d_0 - \delta Z$, $R_L(Z) = R_L + \frac{\Psi}{2}Z$, $R_t(Z) = R_t + \frac{\Phi}{2}Z$ 。

$$\begin{cases} Z_1 = \frac{|d_0 - R_t|}{\Phi/(2+\delta+\Psi/2)}, & Z_2 = \frac{|d_0 - R_t|}{\Phi/(2+\delta-\Psi/2)} \\ Z_3 = \frac{d_0 + R_t}{\Phi/(2+\delta+\Psi/2)}, & Z_4 = \frac{d_0 + R_t}{\Phi/(2+\delta-\Psi/2)} \end{cases} \quad (2)$$

因为 R_L 相对于 d_0 和 R_t 很小,故在 Z_1 、 Z_2 、 Z_3 和 Z_4 的计算中忽略不计^[18]。图1(b)为雷达几何重叠因子随探测高度的变化。

从式(2)可以看出,激光雷达的非完全重叠区和完全重叠区不仅与轴间距 $d(Z)$ 有关,同时与轴间夹角 δ 有关。为保证完全重叠区的范围,即 $Z_4 \rightarrow \infty$,光轴夹角 δ 的最大值应 $|\delta|_{\max} = \frac{\Phi}{2} - \frac{\Psi}{2}$ 。

当 $\delta = \delta_{\min} = 0$ 时,激光雷达发射系统和接收系统光轴平行,且在 Z_2 以上的探测高度均为完全重叠区域,如图1(c)和1(d)。

1.2 雷达光学系统的几何概率因子

计算雷达光学系统GPF的光线图如图2^[9]。

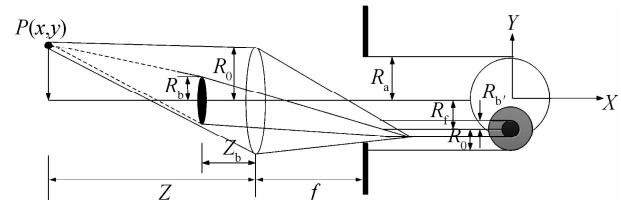


图2 计算GPF的光线图

Fig. 2 Ray diagram in calculation of GPF

由图 2 可知

$$\begin{cases} R_c = R_0 f / Z \\ R'_b R_b (f + Z_b) / (Z - Z_b) \\ R_f = R f / Z, R = \sqrt{x^2 + y^2} \\ x' = -x f / Z, y' = -y f / Z \end{cases} \quad (3)$$

式中, R_a 为探测器(Photomultiplier Tube, PMT)的半径, R_b 为望远镜副镜的半径, f 为望远镜的焦距, Z_b 为望远镜副镜距主镜的距离, R_0 为望远镜主镜的半径.

根据图 1 和图 2, 激光光斑与望远镜视场随着探测高度的改变存在三种位置关系, 如图 3.

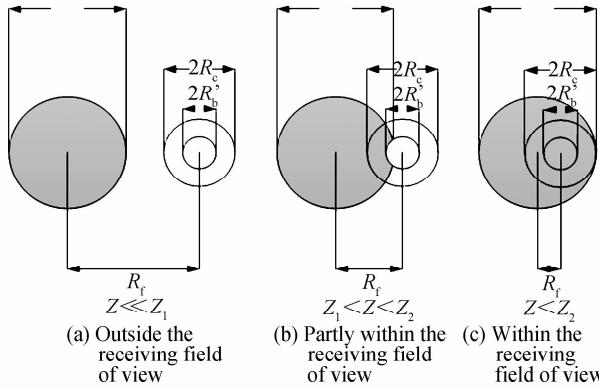


图 3 激光光斑与接收视场的三种位置

Fig. 3 Three states of laser beam and telescope aperture

GPF 定义为光斑与接收视场的重叠面积 $O(Z)$ 与望远镜接收视场面积的比值(如图 3), 考虑到望远镜副镜在主镜上投影对 GPF 的影响, $O(Z)$ 可以表示为

$$O(Z) = S(R_a, R_c; R_f) - S(R_a, R'_b; R_f) \quad (4)$$

$S(R_a, R_c; R_f)$ 和 $S(R_a, R'_b; R_f)$ 可以分别表示为

$$\left\{ \begin{array}{l} S(R_a, R_c; R_f) = \begin{cases} 0, & R_f \geq 2R_c + R_a \\ \frac{1}{2} [R_a^2 (2\alpha_1 - \sin 2\alpha_1) + R_c^2 (2\beta_1 - \sin 2\beta_1)], & |R_c - R_a| < R_f < 2R_c + R_a \\ \pi \min^2(R_a, R_c), & R_f < |R_a - R_c| \end{cases} \\ S(R_a, R'_b; R_f) = \begin{cases} 0, & R_f > 2R'_b + R_a \\ \frac{1}{2} [R_a^2 (2\alpha_2 - \sin 2\alpha_2) + R_c^2 (2\beta_2 - \sin 2\beta_2)], & |R'_b - R_a| < R_f < 2R'_b + R_a \\ \pi \min^2(R'_b, R_a), & R_f < |R_a - R'_b| \end{cases} \end{array} \right. \quad (5)$$

式(5)中, $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ 分别定义为

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 = \arccos\left(\frac{R_a^2 + R_f^2 - R_c^2}{2R_a R_f}\right) \\ \beta_1 = \arccos\left(\frac{R_c^2 + R_f^2 - R_a^2}{2R_c R_f}\right) \\ \alpha_2 = \arccos\left(\frac{R_a^2 + R_f^2 - R'_b^2}{2R_a R_f}\right) \\ \beta_2 = \arccos\left(\frac{R'_b^2 + R_f^2 - R_a^2}{2R'_b R_f}\right) \end{array} \right. \quad (6)$$

1.3 光斑强度分布概率函数

激光器光斑的强度服从高斯分布, 在直角坐标系下, $P(x, y)$ 投影到望远镜副镜上时, 坐标表示为

$$\begin{aligned} x' &= -(Z - Z_b)/Z x \\ y' &= -(Z - Z_b)/Z y \end{aligned} \quad (7)$$

因此, 不同探测高度的光斑强度分布概率表示为

$$\text{Gauss}(Z) = \frac{2}{\pi \omega^2(Z)} \int_{S(x,y) \setminus S(x',y')} \exp\left\{-2 \frac{x'^2 + (y' - d(z))^2}{\omega^2(Z)}\right\} dA^*, x'^2 + y'^2 \leq R_L^2(Z), x'^2 + y'^2 \leq R_b^2(Z) \quad (8)$$

1.4 利用 Monte Carlo Integral Method 计算 GFF

结合式(4)、(5)和(8), 得到改进后的雷达几何重叠因子计算公式^[9-10, 19-20]

$$\text{GFF}(Z) = \int_{-R_a - \sqrt{R_a^2 - y^2}}^{+R_a + \sqrt{R_a^2 - y^2}} \int_{S(x,y; R_c) \setminus S(x',y'; R_b)} \zeta(Z, x, y, R_a, R_b) dx dy \times \frac{2}{\pi \omega^2(Z)} \int_{S(x,y; R_c) \setminus S(x',y'; R_b)} \exp\left\{-2 \frac{x'^2 + (y' - d(Z))^2}{\omega^2(Z)}\right\} dS^* \quad (9)$$

基于 Monte Carlo 积分法的原理^[9, 21], 式(9)可以写作

$$\text{GFF}(Z) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \xi(Z, x_i, y_j, R_a, R_b) \times \frac{2}{\pi \omega^2(Z)} \int_{S(x,y) \setminus S(x',y')} \exp\left\{-2 \frac{x'^2 + (y' - d(Z))^2}{\omega^2(Z)}\right\} dS^* \quad (10)$$

在计算式(10)时, 首先需要选择一个合理的 n . 因为如果 n 取值过小, 模拟计算结果与实际情况会有较大的偏差; 如果 n 取值过大, 会增大计算量. 本文通过计算 $\epsilon(n)$ 来选择 n 值^[21]

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon(n) = (\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n M_{i,j}) / \pi \\ M_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{if } [(i - \frac{1}{2}) \frac{2}{n} - 1]^2 + [(j - \frac{1}{2}) \frac{2}{n} - 1]^2 \leq 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases} \end{array} \right. \quad (11)$$

根据式(11)计算可知, 当 $n \geq 50$ 时, $\epsilon(n)$ 近似恒等于 1, 因此在文中计算 GFF 时取 $n=50$.

2 GFF 的理论计算以及影响因素

本文理论计算和实验测量所采用的激光雷达系统参数如表 1. 文献[20]中已经对不同激光发散角、接收系统视场角和光轴间距的变化在 GFF 计算中引起的变化进行了分析讨论, 因此本文主要分析发射系统和接收系统光轴间的夹角对 GFF 分布的影响.

表 1 激光雷达系统参数
Table1 System parameters of lidar

Laser	Receiving		
Wavelength	355	Primary mirror	280mm
Pulse energy	400mJ	Second mirror	40mm
Divergence	0.58mrad	View field	1.0mrad
Pulse duration	7.01ns	Separation	40mm

2.1 光轴夹角对激光雷达探测盲区、过渡区和完全重叠区的影响

理想情况的激光雷达系统中,发射系统光轴与接收系统的光轴是严格平行的。但是在激光雷达的实际装调过程中,很难保证发射系统与接收系统光轴的绝对平行。因此在实际情况中,发射系统与接收系统的光轴间往往存在一个夹角 δ 。由式(2)可以看出, δ 会显著影响激光雷达的探测盲区、过渡区和完全重叠区等。

如图1(a)所示,当 δ 向逆时针变化时, $\delta>0$,此时系统为交轴失调;当 δ 向顺时针变化时, $\delta<0$,此时系统为离轴失调。在系统装调过程中,需要避免离轴失调,因此文中只讨论交轴失调,即 $\delta>0$ 的情况。

根据式(2)和表1中的系统参数,分别计算激光雷达的探测盲区、完全重叠和过渡区与光轴夹角 δ 的关系,结果如图4。

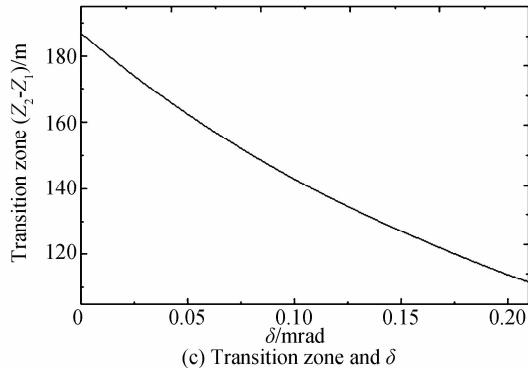
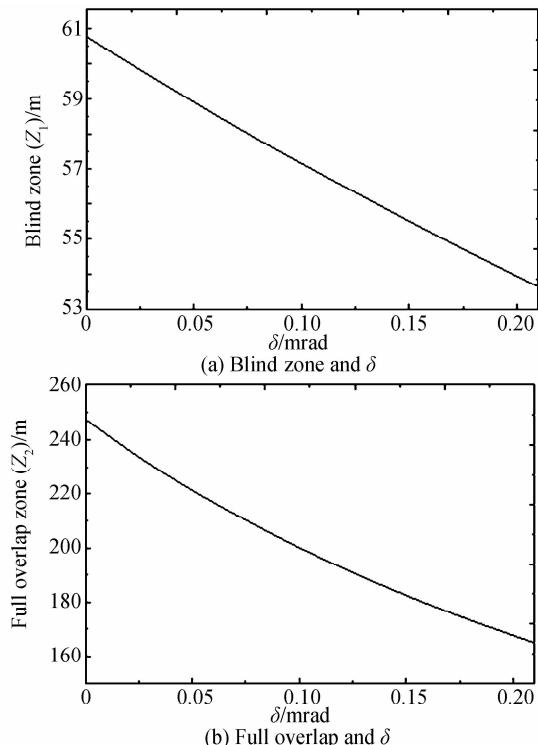


图 4 δ 与盲区完全重叠区和过渡区的关系
Fig. 4 The relationship between blind zone, full overlap zone and transition zone with δ

由图4可以看出,当 δ 在 $\delta_{\min} \sim \delta_{\max}$ (0~0.21mrad)之间变化时,激光雷达探测盲区、完全重叠区和过渡区随着 δ 的增大而明显减小。

图5为过渡区(Z_2-Z_1)与($\Phi-\Psi$)、 δ 的关系。当 δ 的值一定时,($\Phi-\Psi$)越大(望远镜的视场角与激光器发散角相差越大),(Z_2-Z_1)越小,即系统的探测盲区和过渡区距离越短。

因此,在利用激光雷达进行近地面探测时,选择合适的光轴夹角,可以减小探测盲区和过渡区的距离,压缩近场信号的动态变化范围,使回波信号快速进入完全重叠区,有利于近场信号的探测。

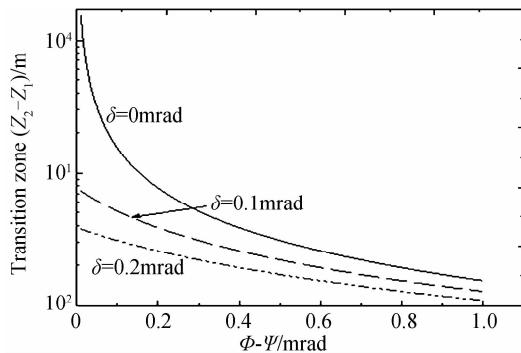


图 5 过渡区(Z_2-Z_1)与($\Phi-\Psi$)、 δ 的关系
Fig. 5 The relationship between (Z_2-Z_1) with ($\Phi-\Psi$) and δ

2.2 理论计算与实际测量对比分析

选取一个晴朗污染少的夜晚,将激光器和望远镜水平放置,实验测量回波信号并处理得到该雷达系统的GFF^[6,9]。

将文中提出的方法与传统理论计算结果与实验测得的几何因子相比较,结果如图6。

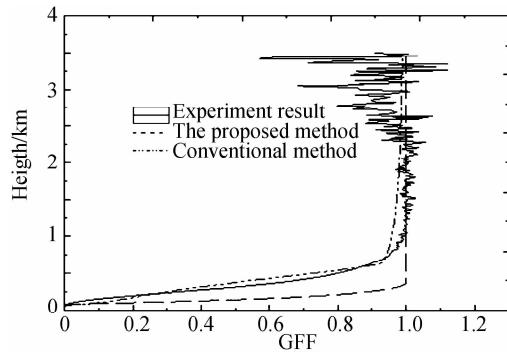


图 6 几何因子测量值与理论计算值对比

Fig. 6 Comparative map of GFF experimental result and calculated result

由图 6 可以看出,本文提出的计算方法得到的结果更接近实验法所得的几何因子的分布.

为了进一步比较两种方法的精确性,分别^[22]计算两种理论计算方法所得的几何因子与实验法所得的结果的相对误差,其结果如图 7.

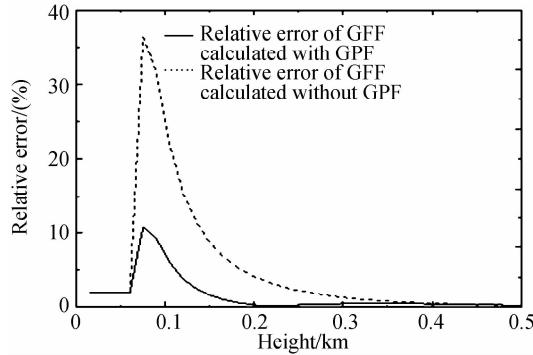


图 7 两种理论计算结果的相对误差

Fig. 7 The relative error of two calculated result

通过比较图 7 中的相对误差可知,与传统的计算方法相比,改进后计算方法更加优越.

3 系统 GFF 的优化方法

为了提高激光雷达的探测性能,必须优化系统的 GFF,即减小激光雷达的探测盲区,使回波信号尽可能多的进入探测器中,通常采用的方法主要有:1)更换一个大尺寸的探测器,即增大探测器对信号的有效接收面积;2)在探测器前,望远镜的焦平面处加一个透镜.在望远镜的焦平面处加入一个透镜时,望远镜通过此透镜在探测器端面上成像,且该像小于探测器的有效探测面积,从而保证全部回波信号通过该透镜进入探测器中^[23-24],即保证回波信号的入射光瞳只与望远镜的口径有关,不受探测器的有效探测面积影响.其光路设置如图 8.

根据透镜成像原理,透镜的焦距 f_l 和位置 d_l 需满足条件

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{f} + \frac{1}{d_l} = \frac{1}{f_l} \\ \frac{R_0 \cdot d_l}{f} \leq R_a \end{array} \right. \quad (12)$$

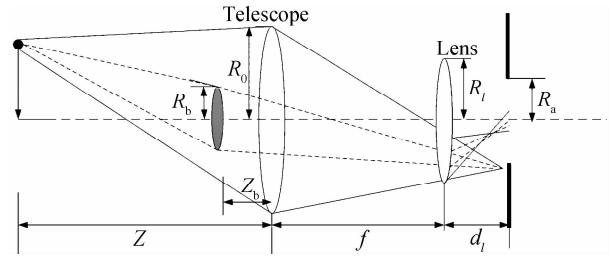


图 8 在望远镜焦平面处添加透镜后计算 GPF 的光路图

Fig. 8 Ray diagram in calculation of GPF with a lens in the focal plane of telescope

一般情况下,望远镜的焦距 f 远大于 f_l ,故有 $f_l = d_l$. 根据表 1 中的参数, $f=2800\text{mm}$, $R_0=140\text{mm}$,得到 $f_l \leq 40\text{mm}$,因此在 GFF 的优化中,取 $f_l=d_l=40\text{mm}$ (探测器放置在添加透镜的焦平面处).

用 R_l 代替式(4)、(9)和(10)中的 R_a 即可得到加入透镜后的 GFF.

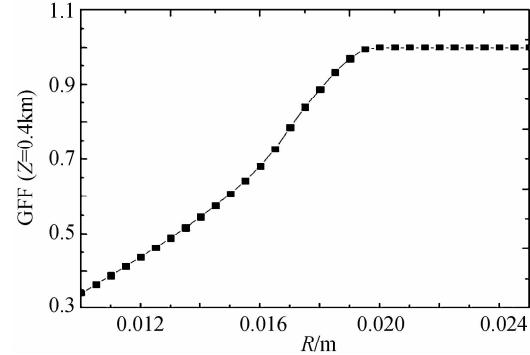
图 9 0.4km 高度处的 GFF 与 R_l 的关系Fig. 9 Relationship between R_l and GFF at 0.4km

图 9 为 0.4km 高度处不同的透镜半径 R_l 所对应的 GFF 值.由图中可以看出,当 $R_l \geq 20\text{mm}$ 时 $\text{GFF}=1$,因此,在本文的计算中取 $R_l=20\text{mm}$.

在望远镜的焦平面处,加一个 $f_l=40\text{mm}$, $R_l=20\text{mm}$ 的透镜,图 10 中分别给出了添加透镜前(增大探测器的接收面积 $R'_a=1.5R_a$)和加透镜后(不改变探测器的接收面积 $R'_a=R_a$)的 GFF 变化曲线.

从图 10 可以看出,加入透镜后(不改变探测器的

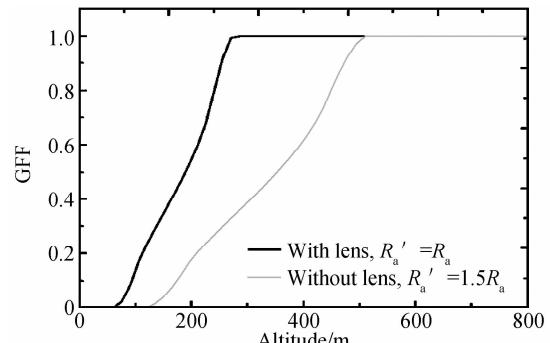


图 10 两种情况下计算的 GFF 值

Fig. 10 GFF for the cases

尺寸),明显降低了激光雷达探测的完全重叠区高度,加快了回波信号进入完全重叠区的速度.与加透镜相比,增大探测器的接收面积效果不是很理想.

图 11 为激光器发散角对 GFF 的影响.如图 11(a)所示,未添加透镜前,发散角的变化(从 0.58mrad 增大到 0.90mrad)对 GFF 的影响很明显,当 $\Psi=0.90\text{mrad}$ 时,GFF 的终值是 0.72,表明此时有很大一部分回波信号没有进入探测器.从图 11(b)中可以看出,添加透镜后,激光器发散角的变化($\Psi<\Phi$)对 GFF 影响不是很明显.

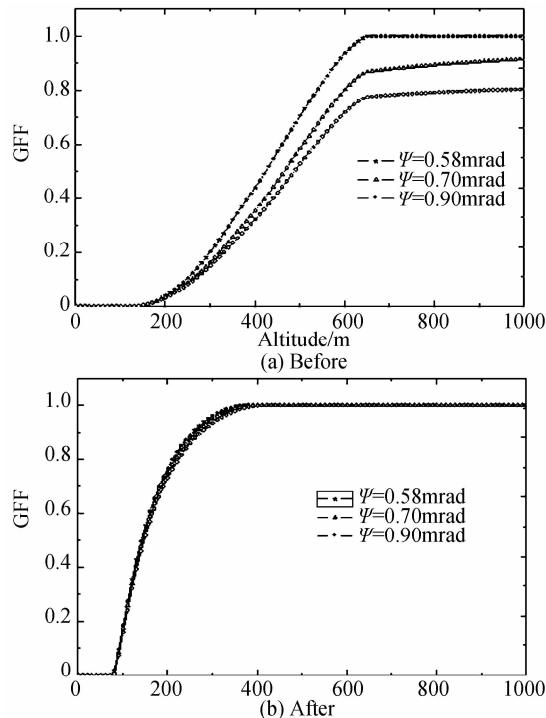


图 11 激光器发散角对 GFF 的影响

Fig. 11 GFF sensitivity to laser divergence before and after with lens

理论计算结果表明,通过在望远镜焦平面处加上一个合适焦距、尺寸的透镜来优化激光雷达系统的 GFF 是可行的.

4 结论

本文对激光雷达几何因子的理论计算进行了全面的分析,在理论计算过程中考虑了雷达光学系统几何概率因子和望远镜接收系统副镜在主镜上的投影对激光光斑高斯强度分布的影响,同时引入蒙特卡罗积分法,改进了 GFF 的理论计算方法.

通过与实验法测得的几何因子比较,改进后的理论计算结果更符合实际 GFF 的分布,相对误差的计算结果进一步证明了改进后方法的优越性.此外,分析了光轴夹角对激光雷达盲区和过渡区的影响,分析结果表明:在离轴激光雷达系统中,接收系统和发射系统的光轴夹角对激光雷达探测盲区、过渡区和完全重叠区

的初始高度影响显著.在激光雷达系统的装调过程中尽量保证接收系统和发射系统的光轴平行.激光雷达进行近地面探测时,合理范围内的光轴夹角(交轴失调情况),可以有效地减小雷达的盲区和过渡区,压缩近场信号的动态变化范围,使回波信号快速进入完全重叠区,提高激光雷达近地面信号的探测精度.

由 GFF 的分布可知,在 200m 高度以下,激光雷达基本上处于探测盲区;700m 高度以下为探测过渡区.在望远镜焦平面处添加合适焦距尺寸的透镜,通过透镜的成像效应,保证回波信号的入射光瞳只与望远镜的口径有关,不受探测器有效接收面积的影响,可实现对系统 GFF 的优化,并对透镜的焦距、尺寸等参数的选取进行了讨论.模拟计算结果表明,该方法有效缩短了系统的探测盲区和过渡区,并加快了回波信号进入系统完全重叠区的速度,对激光雷达系统 GFF 的优化效果比较理想,同时简单易行.

参考文献

- [1] FIOCCO G, SMULLIN L D. Detection of scattering layers in upper atmosphere (60~140 km) by optical radar[J]. *Nature*, 1963, **199**(4900):1275-1276.
- [2] HE Tao, HOU Lu-jian, LÜ Bo, et al. Study of accuracy of lidar inversion PM2.5 Concentration[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2013, **40**(1): 0113001. 何涛,侯鲁健,吕波,等. 激光雷达探测反演 PM2.5 浓度的精度研究[J]. 中国激光,2013, **40**(1) : 0113001.
- [3] ZHAO Shao-qing, ZHANG Chu. Simulation on atmospheric transmission characteristic of Laser and Its impact on Laser ranging[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2013, **50**(11): 110101. 赵少卿,张维. 激光大气传输特性仿真及对激光测距的影响[J]. 激光与光电子学进展 2013, **50**(11):110101.
- [4] MENG Xiang-qian, HU Shun-xing , WANG Zhen-zhou, et al. Vertical distribution of aerosol extinction coefficient detection in Boundary Layer using CCD[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, **33**(8):0801003. 孟祥谦,胡顺星,王珍珠,等. CCD 激光雷达探测边界层气溶胶消光系数垂直分布[J]. 光学学报,2013, **33**(8):0801003.
- [5] LIU Qiao-jun, YANG Lin, WANG Jie-yu, et al. Calculation of the overlap factor and correction of near-field signal of the off-axis lidar based on the Gaussian mode of laser beam[J]. *Acta Physics Sinica*, 2009, **58**(10):7376-7381. 刘巧君,杨林,王洁予,等,基于激光器输出模式的离轴激光雷达重叠因子计算和近场信号校正[J]. 物理学报,2009, **58**(10):7376-7381.
- [6] WANG Wei, MAO Fei-yue, GONG Wei, et al. Overlap factor calculation method based on laser intensity Distribution and its sensitivity analysis[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, **34** (2): 0228005. 王威,毛飞跃,龚威,等,基于激光强度分布的激光雷达重叠因子计算及其敏感性分析[J]. 光学学报,2014, **34**(2) : 0228005.
- [7] GONG W, MAO F, LI J. OFLID: Simple method of overlap factor calculation with laser intensity distribution for biaxial lidar[J]. *Optics Communications*, 2011, **284**(12): 2966-2971.
- [8] STELMASZCZYK K, DELL AGLIO M, SCHUDAYNSKIS, et al. Analytical function for lidar geometrical compression form-factor calculations[J]. *Applied Optics*, 2005, **44** (7): 1323-1331.

- [9] MAO Fei-yue, GONG Wei, LI Jun. Geometrical form factor calculation using Monte Carlo integration for lidar[J]. *Optics and Laser Technology*, 2012, **44**(4): 907-912.
- [10] HALLDORSSON T, LANGERHOLC J. Geometrical form factors for lidar function[J]. *Applied Optics*, 1978, **17**(2): 240-244.
- [11] HARMS J, LABMANN W, WEIKAMP C. Geometrical compression of lidar return signal[J]. *Applied Optics*, 1978, **17**(7): 1131-1135.
- [12] VELOTTA R, BARTOLI B, CAPOBIANCO R, et al. Analysis of the receiver response in lidar measurements[J]. *Applied Optics*, 1998, **37**(20): 6999-7007.
- [13] BEREZHNYY I. A combined diffraction and geometrical optics approach for lidar overlap function computation [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2009, **47**(7-8): 855-859.
- [14] TOMINE K, HIRAYAMA C, MICHIMOTO K, et al. Experimental determination of the crossover function in the laser radar equation for days with a mist[J]. *Applied Optics*, 1989, **28**(12): 2194-2195.
- [15] DHO S W, PARK Y J, KONG H J. Experimental determination of a geometrical form factor in lidar equation for an inhomogeneous atmosphere[J]. *Applied Optics*, 1997, **36**(24): 6009-6010.
- [16] WANDINGER U, ANSMANN A. Experimental determination of the lidar overlap profile with Raman lidar [J]. *Applied Optics*, 2002, **41**(3): 511-514.
- [17] KOVALEV V A, EICHIGER W E. Elastic lidar: theory, practice, and analysis methods [M]. Wiley-Interscience, 2004.
- [18] KUMAR D, ROCADENBOSCH F. Determination of overlap factor and its enhancement for medium-size tropospheric lidar system : a ray-tracing approach [J]. *Applied Remote Sensing*, 2013, **7**: 073591.
- [19] MEASURES R M. Laser remote sensing: fundamentals and applications[M]. John Wiley & Sons, 1984.
- [20] DHO S W, PARK Y J, KONG H J. Application of geometrical form factor in differential absorption lidar measurement[J]. *Optical Review*, 1997, **4**: 521-526.
- [21] CHEN Rui-qiang, JIANG Yue-song, WANG Hai-yang. Calculation method of the overlap factor and its enhancement for airborne lidar[J]. *Optic Communications*, 2014, **331**: 181-188.
- [22] 费业泰. 误差理论与数据分析[M], 机械工业出版社, 2010, **6**: 1-2.
- [23] COMERON A, SICARD M, KUMAR D, et al. Use of a field lens for improving the overlap function of a lidar system employing an optical fiber in the receiver assembly [J]. *Applied Optics*, 2011, **50**(28): 5538-5544.
- [24] KUMAR D, ROCADENBOSCH F. Determination of the overlap factor and its enhancement for medium-size tropospheric lidar system: a ray-tracing approach [J]. *Journal of Applied Remote Sensing*, 2013, **7**: 073591.