

doi: 10.3788/gzxb20154403.0312004

## 负折射率材料透镜的消色差

张博, 崔庆丰, 薛常喜, 朴明旭, 于春岩

(长春理工大学 光电工程学院, 长春 130022)

**摘要:** 以工作在近红外波段  $0.848 \mu\text{m} \sim 1.114 \mu\text{m}$ , 焦距  $100 \text{ mm}$ , 入瞳直径  $20 \text{ mm}$ , 具有负阿贝数的负折射率平凹透镜为例, 介绍了两种对该类负折射率透镜的消色差设计方法, 即利用正折射率材料透镜与负折射率材料透镜组合消色差和负折射率透镜中引入衍射光学元件实现折衍射混合透镜消色差方法。结果表明, 正负折射率材料透镜组合消色差方法中正折射率材料透镜承担几乎全部光焦度, 进而引入大量额外单色像差, 但利用衍射光学元件可以在不引入额外像差的同时实现负折射率透镜的消色差。根据负折射率材料在介质与空气分界面的特殊折射特性, 推导了以负折射率为基底的衍射光学元件的衍射效率公式, 得到衍射微结构高度公式, 求出不同波长处的衍射效率值。负折射率二元衍射光学元件在设计波长  $0.912 \mu\text{m}$  处衍射效率为  $40.53\%$ , 在波长  $0.848 \mu\text{m}$  处的衍射效率为  $35.06\%$ , 在波长  $1.114 \mu\text{m}$  处的衍射效率值为  $39.83\%$ 。

**关键词:** 衍射光学; 负折射率透镜; 光子晶体; 消色差

中图分类号: O436

文献标识码: A

文章编号: 1004-421(2015)03-0312004-6

## Achromatism about Negative Refractive Index Lens

ZHANG Bo, CUI Qing-feng, XUE Chang-xi, PIAO Ming-xu, YU Chun-yan

(Department of Optical Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun, 130022, China)

**Abstract:** An example of achromatic designs for a negative-refractive-index plane-concave lens with  $100 \text{ mm}$  focal length,  $20 \text{ mm}$  the pupil diameter and negative abbe number in near infrared wave band from  $0.848 \mu\text{m}$  to  $1.114 \mu\text{m}$  was given to explain two achromatic methods about the negative-refractive-index lens. The two methods are combining positive-refractive-index lens with negative-refractive-index lens and introducing the diffractive optical elements into the negative-refractive-index lens. The analysis results show that the positive-refractive-index lens undertakes almost all the power in the method of combining positive-refractive-index lens with negative-refractive-index lens, so a large number of additional monochromatic aberrations are introduced. However, the diffraction optical element can correct the chromatic-aberration of the negative-refractive-index lens without introducing additional aberrations. The diffraction efficiency of the negative-refractive-index diffractive optical elements is deduced based on the special propagating laws and imaging properties of negative-index lenses, the expression for microstructure height is given, and the diffraction efficiencies are calculated. The diffraction efficiency for the negative-index binary diffractive optical element in the design wavelength  $0.912 \mu\text{m}$  is  $40.53\%$ , in wavelength  $0.848 \mu\text{m}$  is  $35.06\%$ , and in wavelength  $1.114 \mu\text{m}$  is  $39.83\%$ .

**Key words:** Diffractive optics; Negative-index lens; Photonic crystals; Achromatization

**OCIS Codes:** 120.3620; 050.1970; 050.1965; 160.5298

基金项目: 国家自然科学基金(No. 61108044)资助

第一作者: 张博(1988—), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为光学设计和衍射光学. Email: zhangboyiran@163.com

导师(通讯作者): 崔庆丰(1954—), 男, 教授, 博导, 主要研究方向为光学设计和衍射光学等. Email: qf\_cui@163.com

收稿日期: 2014-08-06; 录用日期: 2014-09-19

<http://www.photon.ac.cn>

## 0 引言

近年来,以负折射率材料为代表的新型人工电磁介质的研究引起了国内外的广泛关注,已成为当前电磁学界和光电子学界的前沿和热门研究领域之一<sup>[1-5]</sup>.对于成像光学系统,负折射率介质扩展了可供选择的材料折射率范围,进而可以设计出具有高质量成像特性的新型透镜.随着负折射率材料制备工艺的进一步发展,特别是光波段负折射率光子晶体材料的出现,使负折射率介质材料越来越多地应用到成像光学系统中.

2005 年,P. Vodo 等人用具有等效负折射率的二维光子晶体制作的通光口径尺寸为 30 cm 到 40 cm 的平凹透镜对厘米波段的平面入射波进行了汇聚成像实验<sup>[6]</sup>,该实验表明,在同一凹面半径下,不同入射波频率的汇聚点不同,即存在色差.并且,光子晶体可以等比例缩放,由其构成的透镜可以应用到红外、可见光波段甚至 X 光波段<sup>[7]</sup>,因此,在这些波段也存在色差.D. Schuring 和 D. R. Smith 已经讨论了负折射率透镜的单色像差<sup>[8]</sup>.然而,目前还鲜有关于负折射率透镜消色差方面的研究报道.传统正折射率光学系统消色差方法主要有两种,既正负透镜组合消色差和利用衍射光学元件消色差.采用衍射光学原理可以仅用一种材料校正光学系统的色差<sup>[9-14]</sup>.本文基于正折射率透镜消色差方法提出了负折射率透镜的两种消色差方法,既利用正折射率透镜与负折射率透镜组合消色差方法和负折射率透镜中引入衍射光学元件实现折衍射混合负折射率透镜消色差的方法.利用这两种方法对一个负折射率平凹透镜进行消色差设计,引入衍射光学元件可以实现该负折射率透镜的消色差.并根据负折射率材料在介质分界面处具有特殊的折射特性,推导出负折射率衍射光学元件(Negative-index Diffractive Optical Elements, NDOEs)的衍射效率表达式及衍射微结构高度公式.

## 1 以负折射率材料为基底的衍射光学元件衍射效率

与传统衍射光学元件一样,衍射效率也是评价以负折射率材料为基底的衍射光学元件的重要参数.通常将衍射光学元件上第  $m$  级衍射光的能量  $E_m$  与入射到衍射光学元件上的总能量  $E_0$  之比定义为衍射光学元件第  $m$  级次的衍射效率,即

$$\eta_m = \frac{E_m}{E_0} \quad (1)$$

将 NDOEs 的衍射微结构用二元台阶表面近似模拟,得到斜入射的光线经过负折射率二元光学元件相邻子周期时的情形,如图 1 所示.

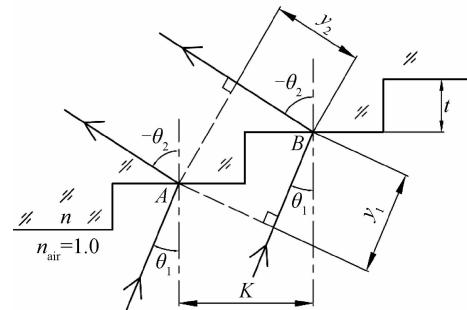


图 1 光线经过两个相邻子周期的情形  
Fig. 1 Light rays passed through two neighboring subperiods

衍射二元光学元件的衍射效率表达式为<sup>[15]</sup>

$$\eta_m^N = \left\{ \frac{\sin \left[ \pi(m - \varphi') \right]}{\sin \left[ \frac{\pi(m - \varphi')}{N} \right]} \frac{\sin \left( \frac{m\pi}{N} \right)}{\pi m} \right\}^2 \quad (2)$$

式中,  $m$  代表衍射级次,  $N$  表示位相级数,  $\varphi'$  表示多级结构位相延迟, 并且有  $\varphi' = N\varphi$ ,  $\varphi$  为相邻子结构位相延迟.从图 1 可知, 多级结构中每一级的高度为  $t$ , 宽度为  $k$ , 以波长为单位则相邻子周期的位相差可以表示为

$$\varphi = \frac{1}{\lambda} (y_1 + ny_2) \quad (3)$$

式中,  $n$  表示负折射率基底材料的折射率, 且为负值.根据几何关系可以得到

$$\begin{aligned} y_1 &= k \sin \theta_1 + t \cos \theta_1 \\ y_2 &= -k \sin \theta_2 - t \cos \theta_2 \end{aligned} \quad (4)$$

式中  $\theta_1$  为入射角,  $\theta_2$  为折射角. 将式(4)代入式(3)得到

$$\varphi = \frac{1}{\lambda} (k \sin \theta_1 + t \cos \theta_1 - n k \sin \theta_2 - n t \cos \theta_2) \quad (5)$$

负折射率介质与空气分界面处满足斯涅耳定律<sup>[16-17]</sup>

$$\sin \theta_1 = -n \sin \theta_2 \quad (6)$$

将式(6)代入式(5)并整理得到

$$\varphi = \frac{1}{\lambda} [2k \sin \theta_1 + t(\cos \theta_1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1})] \quad (7)$$

NDOEs 在整个周期内的最大位相延迟  $\varphi'$  为

$$\varphi' = N\varphi = \frac{2T \sin \theta_1}{\lambda} + \frac{d(\cos \theta_1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1})}{\lambda} \quad (8)$$

式中衍射微结构的宽度为  $T$ , 且  $T = Nk$ , 衍射微结构高度为  $d$ , 且  $d = Nt$ . 从式(8)中可以看出, NDOEs 以  $\theta_1$  角度入射时衍射效率不仅与基底折射率和工作波段有关, 还与微结构周期宽度  $T$  有关. 特别地, 当光线正入射时, 即  $\theta_1 = 0$ , 式(8)可以简化为

$$\varphi' = N \frac{t(1-n)}{\lambda} = \frac{d(1-n)}{\lambda} \quad (9)$$

由式(9)可以看出正入射时整个周期内位相延迟与微结构宽度  $T$  无关. 当设计波长  $\lambda_0$  对应的折射率和位相延迟分别为  $n_0$  和  $\varphi'_0$ , 且  $\varphi'_0$  等于 1 时有

$$\varphi' = \frac{d(1-n_0)}{\lambda_0} = 1 \quad (10)$$

通过化简得到了 NDOEs 的衍射微结构的高度公式为

$$d = \frac{\lambda_0}{1-n_0} \quad (11)$$

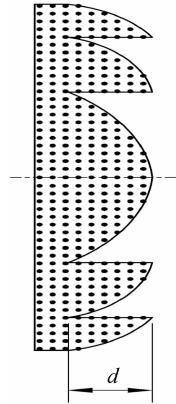


图 2 NDOEs 的微结构示意图

Fig. 2 Profile of a negative index diffractive lens

相比于传统衍射光学元件, NDOEs 的衍射微结构高度公式发生了变化。衍射微结构高度示意图如图 2。将式(11)代入式(9)得到

$$\varphi' = \frac{\lambda_0}{\lambda} \frac{1-n}{1-n_0} \quad (12)$$

将式(12)代入式(2), 得到正入射时以负折射率为基底的二元衍射光学元件衍射效率表达式为

$$\eta_m^N = \left\{ \frac{\sin \left[ \pi \left( m - \frac{\lambda_0 (1-n)}{\lambda (1-n_0)} \right) \right] \sin \left( \frac{m\pi}{N} \right)}{\sin \left[ \frac{\pi}{N} \left( m - \frac{\lambda_0 (1-n)}{\lambda (1-n_0)} \right) \right] \pi m} \right\}^2 \quad (13)$$

当位相级数  $N$  趋于无穷时, 衍射结构的子结构消失, 每个周期都变成一个连续的表面, 此时的衍射二元光学元件变成具有连续表面型结构的衍射光学元件。对式(2)取  $N \rightarrow \infty$  的极限, 则衍射光学元件衍射效率表达式为<sup>[18]</sup>

$$\eta_m = \text{sinc}^2(m - \varphi') \quad (14)$$

式中  $\text{sinc } x = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$ ,  $m$  表示衍射级次。将式(12)代入式(14)得到任意波长处衍射效率表达式为

$$\eta_m = \text{sinc}^2 \left( m - \frac{\lambda_0}{\lambda} \frac{1-n}{1-n_0} \right) \quad (15)$$

## 2 负折射率透镜的消色差设计

构成负折射率透镜的材料是具有等效负折射率的光子晶体, 其特点是负折射现象在任意角度下都可以发生<sup>[19-20]</sup>, 这种情况下, 光子晶体能带的折射率是各向

同性的, 产生具有等效负折射率的负折射现象。童元伟等<sup>[21]</sup>已经通过实验验证了晶格常数为  $1 \mu\text{m}$ 、介电常数  $\epsilon=9$ 、圆柱直径为  $0.4 \mu\text{m}$  的排列成六角格子结构的二维光子晶体在近红外三个波长处的折射率值, 如表 1 所示。

表 1 不同波长对应的等效折射率值

Table 1 Equivalent negative refraction indices for different wavelengths

Wavelength/ $\mu\text{m}$	Frequency/Hz	Index
0.848	$1.18 \times 10^6$	-0.74
0.912	$1.097 \times 10^6$	-0.51
1.114	$0.8977 \times 10^6$	-1

利用上述二维光子晶体设计了一个负折射率平凹透镜, 如图 3。透镜焦距为  $100 \text{ mm}$ , 入瞳直径为  $20 \text{ mm}$ , 工作波段从  $0.848 \mu\text{m}$  到  $1.114 \mu\text{m}$ , 选取  $0.912 \mu\text{m}$  为中央波长。根据成像公式

$$n = 1 - \frac{R}{f} \quad (16)$$

计算得到负折射率平凹透镜在波长  $0.848 \mu\text{m}$  处的焦距为  $75.5 \text{ mm}$ , 在波长  $1.114 \mu\text{m}$  处的焦距为  $86.78 \text{ mm}$ , 两个波长对应的焦距差为  $11.28 \text{ mm}$ 。

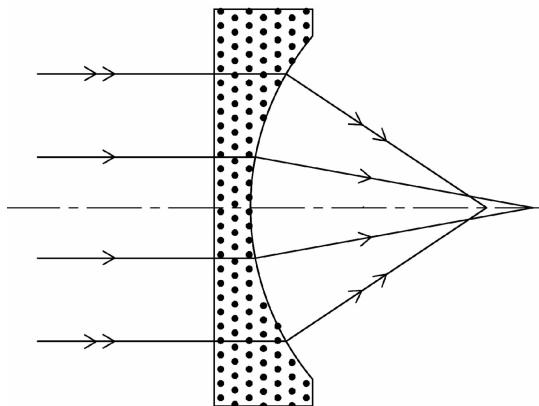


图 3 负折射透镜结构

Fig. 3 Layout of the refractive negative-index lens

用光学设计软件 ZEMAX 对该负折射单透镜进行模拟, 得到色差移焦曲线、垂轴像差曲线及点列图如图 4。

图 4(a) 中, 色差移焦曲线两端点对应的横坐标有明显的差值, 从图 4(b) 可以看出不同波长的像差曲线明显分离, 图 4(c) 中两个边缘波长对应的像面弥散斑尺寸明显不同。所以光束经过负折射单透镜后, 两个边缘波长对应焦点不重合, 证明存在明显的色差。对于上述负折射率透镜存在的色散问题, 提出两种消除该负折射率透镜色差的方法。

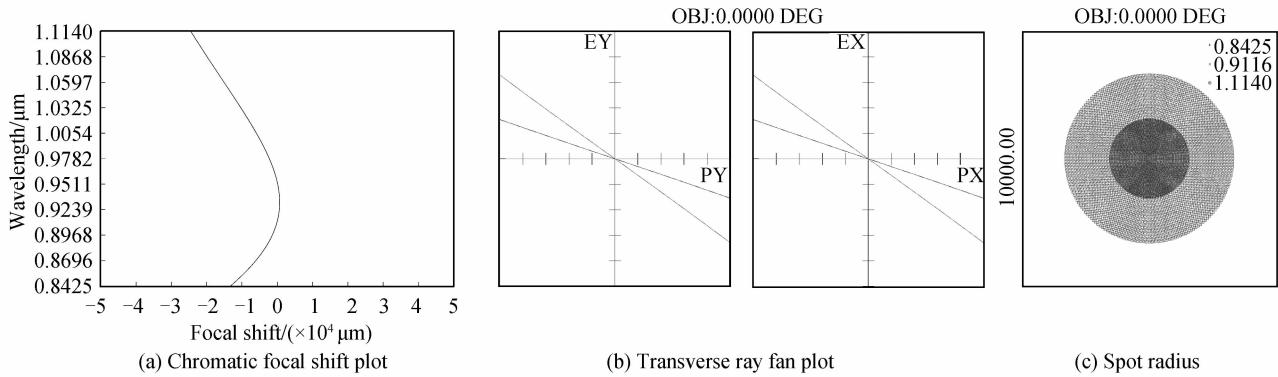


图 4 负折射率平凹透镜的分析曲线

Fig. 4 The analysis curves of the refractive negative-index lens

## 2.1 利用正负折射率材料透镜组合消色差

选取  $0.912 \mu\text{m}$  为参考波长, 对波段  $0.848 \mu\text{m}$  到  $1.114 \mu\text{m}$  校正色差, 该色差可以利用色散公式求得

$$\nu_{\text{ND}} = \frac{n_{\text{M}} - 1}{n_{\text{S}} - n_{\text{L}}} \quad (17)$$

通过计算得到, 该负折射率透镜的阿贝数  $\nu_{\text{ND}}$  为  $-5.81$ .

组合透镜消色差的原理是基于消色差方程组

$$\begin{cases} \Phi = \Phi_1 + \Phi_2 \\ \frac{\Phi_1}{\nu_1} + \frac{\Phi_2}{\nu_2} = 0 \end{cases} \quad (18)$$

式中,  $\Phi$  表示组合系统的总光焦度值,  $\Phi_1$  和  $\Phi_2$  分别表示两个透镜各自的光焦度值,  $\nu$  表示透镜材料的阿贝数.

对于传统的两个正折射率材料透镜组合消色差的情况, 阿贝数  $\nu_1$  和  $\nu_2$  都是正数, 为了满足消色差方程组(18)中的第二个方程, 两个透镜的光焦度  $\Phi_1$  和  $\Phi_2$  应为一正一负, 因此传统的正折射率材料构成的消色差透镜组由一个正透镜和一个负透镜构成. 对于由一个正折射率材料透镜和一个负折射率材料透镜的组合消色差方案, 当负折射率材料透镜的阿贝数为正数时, 组合系统中的两个透镜也应该由一个正透镜和一个负透镜构成; 当负折射率材料透镜的阿贝数为负数时, 两种材料的阿贝数一正一负, 为了满足消色差方程组(18)中的第二个方程, 组合透镜的光焦度值应该是同号. 如果总光焦度是正数, 为了同时满足消色差方程组(18)中的第一个方程, 组合透镜中两个透镜的光焦度值只能是两个正数.

选取 H-ZF88 作为正折射率透镜材料, 其在工作波段  $0.848 \mu\text{m}$  到  $1.114 \mu\text{m}$  处的阿贝数  $\nu$  为  $55.29$ . 根据消色散方程, 可以计算出组合系统中正负折射率透镜各自承担的光焦度值

$$\begin{cases} \Phi = \Phi_N + \Phi_P \\ \frac{\Phi_N}{\nu_{\text{ND}}} + \frac{\Phi_P}{\nu_P} = 0 \end{cases} \quad (19)$$

式中  $\Phi$  为组合系统的光焦度值,  $\Phi_N$  为负折射率透镜的

光焦度值,  $\Phi_P$  为正折射率透镜的光焦度值,  $\nu_{\text{ND}}$  为负折射率透镜的阿贝数,  $\nu_P$  为正折射率透镜 H-ZF88 的阿贝数. 组合透镜的结构示意图如图 5. 设组合系统的光焦度  $\Phi$  为 1 时, 计算得  $\Phi_N$  为  $0.095$ ,  $\Phi_P$  为  $0.905$ . 引入正折射率透镜的目的是为了平衡负折射率透镜的色差, 故正折射率透镜应该承担较少的光焦度, 且尽量不引入额外的像差. 然而计算结果显示, 在该组合系统中正折射率透镜承担了几乎全部光焦度, 这将导致正折射率透镜引入大量的单色像差, 使组合系统的成像质量下降. 因此利用正负折射率材料透镜组合的方法实现该负折射率透镜的消色差并非是一个好的选择.

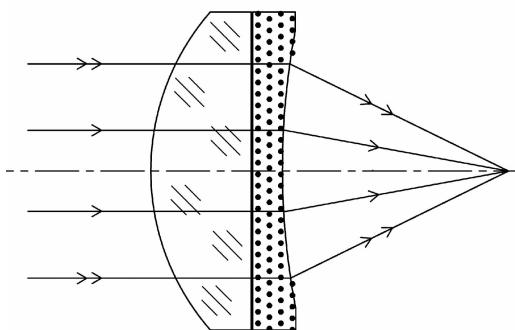


图 5 正负折射率材料透镜组合系统结构示意图

Fig. 5 The positive and negative refractive index material lens combination system structure diagram

## 2.2 利用衍射光学元件实现衍射混合负折射率透镜消色差

在负折射率透镜中引入衍射光学元件, 如图 6, 对负折射率透镜元件和衍射光学元件进行适当的光焦度分配, 使  $0.848 \mu\text{m}$  和  $1.114 \mu\text{m}$  对应的焦点重合, 实现整个近红外波段的消色差. 根据消色散方程, 计算负折射率透镜和 NDOE 的光焦度

$$\begin{cases} \Phi = \Phi_{\text{NDOE}} + \Phi_N \\ \frac{\Phi_{\text{NDOE}}}{\nu_{\text{NDOE}}} + \frac{\Phi_N}{\nu_N} = 0 \end{cases} \quad (20)$$

式中  $\Phi$  为衍射混合透镜的总光焦度,  $\Phi_{\text{NDOE}}$  为衍射光学元件的光焦度,  $\nu_{\text{NDOE}}$  为 NDOEs 的阿贝数. 通过计算得到 NDOEs 的光焦度  $\Phi_{\text{NDOE}}$  为  $-0.011433$ , 负折射元

件的光焦度  $\Phi_N$  为 0.024 33. 图 7 为该衍射混合负折射率透镜的色差移焦曲线、垂轴像差曲线和点列图.

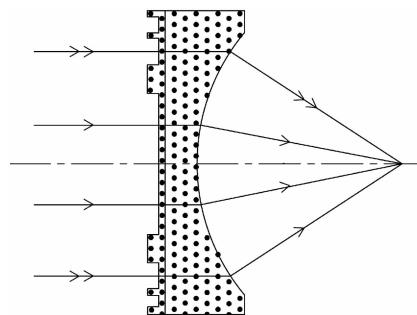


图 6 负折射率衍射混合透镜结构

Fig. 6 Layout of the refractive-diffractive negative-index lens

加入衍射面之后,图 7(a)中两个端点对应的横坐标差值和图 7(b)中不同波长的像差曲线之间均无明显差异,而且从图 7(c)可知两个边缘波长对应的像面弥散斑尺寸几乎相同. 所以光束经过衍射混合负折射率单透镜后,两个边缘波长对应焦点重合,校正了负折射率透镜的色差. 计算结果显示,负折射率透镜承担了较大的光焦度,且 NDOEs 仅校正负折射率透镜的色差,并不引入额外的单色像差. 与正负折射率透镜组合消色差的方法相比,负折射率衍射混合透镜仅用一个光学元件实现消色差,减少了系统体积和重量. 所以利用衍射光学元件实现该负折射率透镜消色差是一个可行的方法.

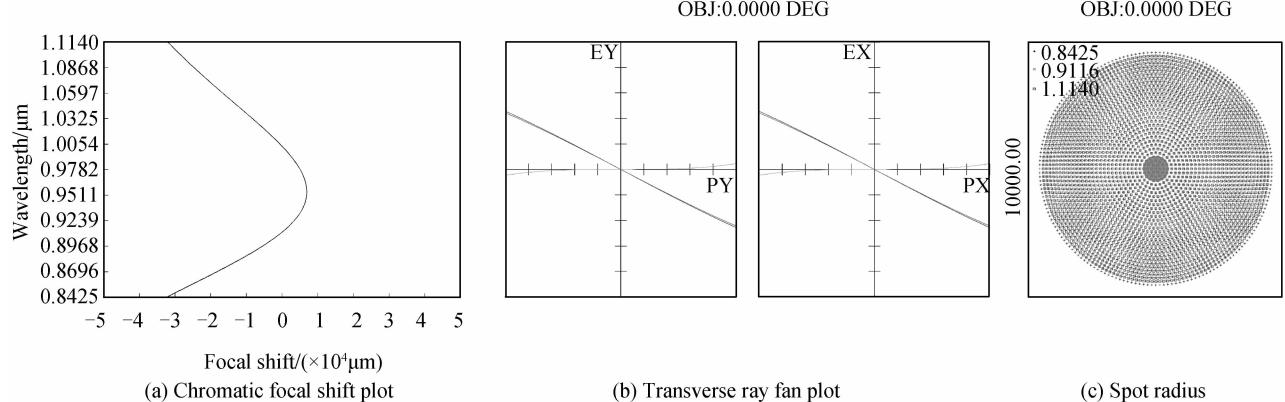


图 7 衍射混合负折射率透镜的分析曲线

Fig. 7 The analysis curves of the refractive-diffractive negative-index lens

图 8 为负折射率衍射元件的衍射面特征参量曲线,图中曲线 I 表示衍射面的相位随径向坐标的变化,以周期数(periods)表示,曲线 II 表示衍射面每毫米的周期数随径向坐标的变化. 由曲线 II 可知,随径向坐标的增加,衍射面每毫米的周期数增大. 在衍射面边缘处,每毫米的周期数为 156, 对应的最小周期宽度为  $6.4 \mu\text{m}$ . 根据式(11)计算得到微结构高度为  $0.604 \mu\text{m}$ , 由于受到光子晶体结构尺寸的限制,衍射光学元件设计成二元台阶型表面. 然而随着光子晶体材料的进一步发展,通过相同的分析方法,可以利用结构

更紧凑的光子晶体制作得到衍射效率更高的 NDOEs. 该衍射结构的最小周期宽度为设计波长的 7 倍,由于周期波长比大于 5 倍,因此可以应用标量衍射理论计算衍射效率<sup>[15]</sup>. 根据衍射效率公式(13)计算得到在各波长处的衍射效率值如表 2.

表 2 衍射混合负折射率透镜在各波长处的衍射效率值  
Table 2 Diffraction efficiencies in different wavelengths for the refractive-diffractive negative-index lens

Wavelength / $\mu\text{m}$	Frequency / Hz	Diffraction efficiency / (%)
0.848	$1.18 \times 10^6$	35.06
0.912	$1.097 \times 10^6$	40.53
1.114	$0.8977 \times 10^6$	39.83

从表 2 可知二元衍射光学元件在设计波长  $0.912 \mu\text{m}$  处衍射效率为 40.53%, 在波长  $0.848 \mu\text{m}$  处的衍射效率为 35.06%, 在波长  $1.114 \mu\text{m}$  处的衍射效率值为 39.83%. 利用插值算法,可以得到衍射效率拟合曲线,如图 9.

图(9)中拟合曲线上黑色圆点代表三个波长对应的衍射效率值. 从图中可以看出,当入射波长小于设计波长时,衍射效率下降较快,而入射波长大于设计波长时,衍射效率下降较慢.

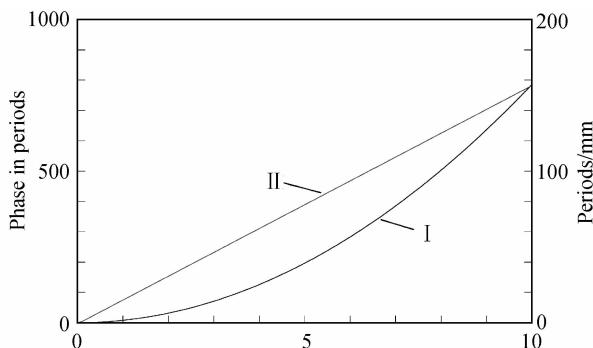


图 8 以负折射率材料为基底的衍射面特征参量曲线

Fig. 8 Characteristic curve of the negative-index diffraction plane

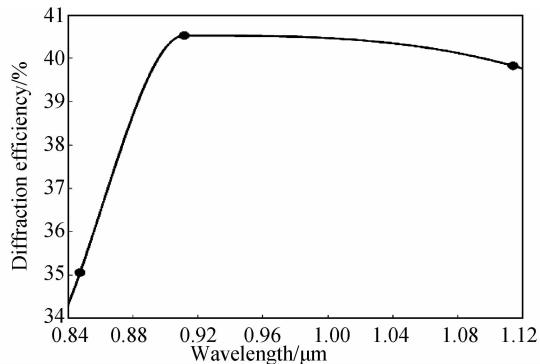


图 9 折衍射混合负折射率透镜衍射效率拟合曲线

Fig. 9 Diffraction efficiency fitting curve of the refractive-diffractive negative-index lens

## 4 结论

本文提出了两种应用于成像光学系统的负折射率透镜的色差校正方法,即利用正负折射率材料透镜组合消色差和在负折射率透镜中引入衍射光学元件消色差。通过这两种消色差方法对焦距为 100 mm, 入瞳口径为 20 mm 的具有负阿贝数的光子晶体构成的负折射率平凹透镜在 0.848  $\mu\text{m}$  到 1.114  $\mu\text{m}$  波段处进行消色差设计,并利用 ZEMAX 软件对设计透镜进行模拟分析。结果表明,对于本文提及的负折射率材料透镜,由于正负折射率材料透镜组合消色差方法中正折射率材料透镜承担几乎全部光焦度,会引入大量额外单色像差,但利用衍射光学元件可以在不引入额外像差的同时实现负折射率透镜的消色差。对于本文的负折射率透镜利用衍射光学元件可以实现其消色差。对于阿贝数为正值的负折射率成像透镜,可以利用相同的方法验证两种消色差方法的可行性。本文根据负折射率介质和空气分界面处光线的折射特性,推导了以负折射率材料为基底的衍射光学元件的衍射效率表达式和衍射微结构高度表达式。从推导的表达式可知,一定角度入射的负折射率衍射光学元件衍射效率不仅与基底材料折射率、波长和入射角度有关,还与衍射微结构周期宽度有关。利用推导的公式求出不同波长处的衍射效率值,并且拟合出设计波段的衍射效率曲线。

## 参考文献

- [1] SHELBY R A, SMITH D R, SCHULTZ S. Experimental verification of a negative index of refraction[J]. *Science*, 2002, **292**(5514):77-79.
- [2] YEN T J, PADILLA W J, FANG N, et al. Terahertz magnetic response from artificial materials [J]. *Science*, 2004, **303**(5663):1494-1496.
- [3] LINDEN S, ENKRICH C, WEGENER M, et al. Magnetic response of metamaterials at 100 terahertz[J]. *Science*, 2004, **306**(5700):1351-1353.
- [4] ZHANG S, FAN W, MALLOY K J, BRUECK S R J, et al. Near-infrared double negative metamaterials [J]. *Optics Express*, 2005, **13**(13):4922-4930.
- [5] CHEN J, RADU C, PURI A. Aberration-free negative-refractive-index lens [J]. *Applied Physics Letters*, 2006, **88**(7):071119.
- [6] VODO P, PARIMI P V, LU W T, et al. Focusing by plano-concave lens using negative refraction [J]. *Applied Physics Letters*, 2005, **86**(20):201108-201110.
- [7] LU W T, SRIDHAR S, VODO P, et al. Photonic crystal devices using negative refraction: US, 7808716[P]. 2010-10-05.
- [8] SCHURIG D, SMITH D R. Negative index lens aberrations [J]. *Physical Review E*, 2004, **70**(6):065601-065604.
- [9] CUI Qing-feng, KUANG Yu-guang. Design principles of hybrid apochromats [J]. *Acta Optica Sinica*, 1995, **15**(4):499-503. 崔庆丰, 匡裕光. 混合复消色差透镜组的设计原理[J]. 光学学报, 1995, **15**(4):499-503.
- [10] MISSIG M D, MORRIS G M. Diffractive optics applied to eyepiece design[J]. *Applied Optics*, 1995, **34**(14):2452-2461.
- [11] SUN Qiang, LU Zhen-wu, WANG Zhao-qi. The dual band design of harmonic diffractive-refractive optics system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(6):830-833. 孙强, 卢振武, 王肇圻. 谐衍射/折射双波段系统设计[J]. 光学学报, 2004, **24**(6):830-833.
- [12] FAN Chang-jiang, WANG Zhao-qi, WU Huan-bao, et al. The design of infrared dual-band double layer harmonic diffractive optical system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(7):1266-1270. 范长江, 王肇圻, 吴环宝, 等. 红外双波段双层谐衍射光学系统设计[J]. 光学学报, 2007, **27**(7):1266-1270.
- [13] BAI Jian, MA Tao, SHEN Yi-bing, et al. Characteristic analysis of multilayer diffractive elements[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2006, **35**(suppl):44-47. 白剑, 马韬, 沈亦兵, 等. 多层衍射光学元件的特性分析[J]. 红外与激光工程, 2006, **35**(增):44-47.
- [14] PEI Xue-dan, CUI Qing-feng, LENG Jia-kai. Effect of incident angle on diffraction efficiency of a two-layer diffractive optical element[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(1):120-125. 裴雪丹, 崔庆丰, 冷家开. 入射角对双层衍射光学元件衍射效率的影响[J]. 光学学报, 2009, **29**(1):120-125.
- [15] CUI Qing-feng. Research on hybrid diffractive-refractive optical system[D]. Changchun: Changchun Institute of Optics and Precision Mechanics of CAS, 1996:37. 崔庆丰. 折衍射混合光学系统的研究[D]. 长春: 中国科学院长春光学精密机械研究所, 1996:37.
- [16] HOUCK A A, BROCK J B, CHUANG I L. Experimental observation of a left-handed material that obeys Snell's law [J]. *Physical Review Letters*, 2003, **90**(13):137401.
- [17] PARAZZOLI C G, GREGOR R B, LI K, et al. Experimental verification and simulation of negative index of refraction using Snell's law[J]. *Physical Review Letters*, 2003, **90**(10):7401-7404.
- [18] PIAO Ming-xu, CUI Qing-feng, Zhu Hao, et al. Diffraction efficiency change of multilayer diffractive optics with environmental temperature[J]. *Journal of Optics*, 2014, **16**(3):035707.
- [19] ENOCH S, TAYEB G, GRALAK B. The richness of the dispersion relation of electromagnetic band gap materials[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2003, **51**(10):2659-2661.
- [20] BERRIER A, MULOT M, SWILLO M. Negative refraction at infrared wavelengths in a two-dimensional photonic crystals [J]. *Physical Review Letters*, 2004, **93**(7):73902.
- [21] TONG Yuan-wei, MAO Yu, ZHUANG Song-lin. Numerical study on 2-D photonic crystal with negative refractive index at multiple frequency bands[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, **59**(8):5554-5557. 童元伟, 毛宇, 庄松林. 光频段多频率域负折射率材料的数值研究[J]. 物理学报, 2010, **59**(8):5554-5557.