**doi**:10.3788/gzxb20154402.0214003

# 扭转模结构双腔双频 Nd:YAG 激光器

### 邢俊红,焦明星

(西安理工大学 机械与精密仪器工程学院精密仪器系,西安 710048)

摘 要:为了产生频差可调谐1064 nm 双频激光输出,设计了一种扭转模结构双腔双频 Nd:YAG 激 光器,其两个驻波谐振腔共用相同的 Nd:YAG 增益介质,以扭转模结构消弱增益空间烧孔效应,使 Nd:YAG激光器的两个驻波腔均以单纵模振荡,从而获得正交线偏振1064 nm 双频激光输出.理论分 析了扭转模结构激光单纵模选择原理和双频激光同时振荡原理,实验研究了双频激光振荡特性和频差 调谐特性.研究结果表明:双频 Nd:YAG 激光器的两个谐振腔能够同时以线偏振单纵模稳定振荡输 出,其频差大小可随激光腔长的改变而调谐,频差调谐范围可达1个纵模间隔,实验观察到的频差调谐 范围为 0.3 GHz~3 GHz.

# Two-cavity Dual-frequency Nd : YAG Laser with a Twisted-mode Configuration

XING Jun-hong, JIAO Ming-xing

(Department of Precision Instruments, School of Mechanical and Instrumental Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

**Abstract**: In order to produce the dual-frequency laser with tunable frequency-difference at 1 064 nm, a two-cavity dual-frequency Nd : YAG laser was designed using a twisted-mode configuration, the two standing-wave cavities of which share the same gain medium Nd : YAG, and the twisted-mode configuration reduced or even eliminated the spatial hole-burning effect of gain so that the single longitudinal mode can be oscillated in both standing-wave cavities of the Nd : YAG laser, thus the orthogonally and linearly polarized dual-frequency laser at 1 064 nm was obtained. The principles of both single longitudinal mode selection of the twisted-mode configuration and the simultaneous oscillation of the dual-frequency laser were theoretically analyzed, and the characteristics of dual-frequency laser oscillation and frequency difference tuning were investigated experimentally. The experimental results show that both cavities of the Nd : YAG laser can steadily oscillate in linearly polarized single longitudinal mode, and the frequency-difference can be tuned up to one longitudinal mode interval by changing the cavity length, the frequency-difference tuning range is 0.3 GHz to 3 GHz.

**Key words**: Dual-frequency laser; Nd : YAG laser; Twisted-mode; Single longitudinal mode selection; Frequency-difference tuning

**OCIS Codes:** 140. 3480;140. 3530;140. 3570;140. 3600;140. 3580

**基金项目:**国家自然科学基金(No. 51175421,61205135)、陕西省科技计划(No. 2011K09-14)和陕西省教育厅产业化培育项目(No. 2010JC12)资助

第一作者:邢俊红(1978-),女,讲师,博士研究生,主要研究方向为激光技术及器件.Email:xjh3729@xaut.edu.cn

导师(通讯作者):焦明星(1962-),男,教授,博士,主要研究方向为全固态激光技术及器件、激光传感与测量技术. Email: jiaomx@xaut. edu. cn

**收稿日期**:2014-07-15;录用日期:2014-09-19

### 0 引言

全固态双频激光器具有体积小、效率高、噪音小、 单色性好和输出功率大等一系列优点,因此被广泛应 用于激光干涉测量、激光传感、太赫兹波产生和激光雷 达探测等领域,成为目前激光科技前沿领域中的重要 研究方向之一.固体激光器产生双频的方法是在保证 激光器单纵模运转的情况下,利用双折射效应或偏振 效应使单纵模激光产生分裂,从而获得正交线偏振双 频激光输出[1].其中激光单纵模的选择方法主要有双 折射滤光片法[2-3]、标准具法[4]、短腔法[5]、扭转模腔 法[6]和环形行波腔法[7-8]等,扭转模腔单纵模激光器能 够有效消弱增益的空间烧孔效应,获得较大的单纵模 激光输出功率,且激光器结构易于集成,有利于频率稳 定. 最早的扭转模腔是 A siegman 等[9]于 1965 年提出 的,此后该技术得到不断发展,并取得了一系列重要研 究成果[10-16]. 1994 年,上海光机所林岳明等[17] 采用扭 转模腔实现 LD 泵浦连续波 Nd:YAG 激光器单频运 转;1999年,北京理工大学赵长明等[18]采用微失调扭 转模腔实现双频激光振荡输出.

本文在分析扭转模腔选模原理的基础上,采用偏振分光棱镜(Polarizing Beam Splitter Prism,PBSP)的分光特性,将激光谐振腔分成直线驻波腔和直角驻波腔,设计了一种扭转模结构双腔双频 Nd:YAG激光器,两个驻波腔共用相同的 Nd:YAG 增益介质,从而实现正交线偏振双频激光同时振荡输出,并通过改变两个驻波腔的腔长,可以调谐双频激光的频差大小,频差调谐范围最大可达 1 个纵模间隔.

### 1 扭转模腔选模原理

扭转模腔单频 Nd: YAG 激光系统如图 1,假设 x 方向与纸面平行,y方向与纸面垂直,谐振腔轴为z轴.





在  $M_1$  和  $M_2$  两个腔镜组成的 Nd: YAG 激光谐振腔 内放置一个起偏器 P,在 Nd: YAG 增益介质两端各放 一个  $\lambda/4$  波片 QWP<sub>1</sub> 和 QWP<sub>2</sub>,其快轴(慢轴)互相垂 直<sup>[8]</sup>,并且 QWP<sub>1</sub> 的快轴与偏振片 P 的偏振方向成 45° 夹角,构成扭转模腔.偏振片 P 的偏振方向与 x 方向平 行.光在腔内振荡,首先经偏振片 P 变为沿 x 方向振动 的线偏振光,即垂直线偏振光,其琼斯矢量为

$$E_1 = E_0 e^{ikz} \begin{bmatrix} 0\\1 \end{bmatrix}$$
(1)

式中, $k=2\pi/\lambda$ , $\lambda$ 为振荡激光的波长.已知快轴与x轴成 45°放置的 $\lambda/4$ 波片的琼斯矩阵为

$$E_{1/4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{bmatrix}$$
(2)

那么垂直线偏振光通过 $\lambda/4$ 波片 QWP<sub>1</sub>后,其琼 斯矢量为

$$E_{2} = E_{0} e^{-ikz} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} E_{0} e^{-ikz} \begin{bmatrix} -i \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} E_{0} e^{-i(kz + \pi/2)} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$$
(3)

由式(3)可以看出,垂直线偏振光通过 QWP<sub>1</sub> 后变为了左旋圆偏振光.当光通过  $\lambda/4$  波片 QWP<sub>2</sub> 后,其琼斯矢量表示为

$$E_{3} = \frac{1}{\sqrt{2}} E_{0} e^{-i(kz + \pi/2)} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} = E_{0} e^{-i(kz + \pi/2)} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(4)

即左旋圆偏振光变成了水平线偏振光.可见线偏振光 的偏振方向与入射至 QWP<sub>1</sub> 的线偏振光的偏振方向互 相垂直.

光经腔镜  $M_2$  反射后再次通过  $\lambda/4$  波片 QWP<sub>2</sub>,这 时其琼斯矢量表示为

$$E_{4} = E_{0} e^{-i(2kl - kz - \pi/2)} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} E_{0} e^{-i(2kl - kz - \pi/2)} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$$
(5)

式中,*l*表示为谐振腔的光学长度.可见,水平线偏振光 变成了右旋圆偏振光,也就是说,在增益介质 Nd: YAG 中存在两个传播方向相反、旋向相反的圆偏振 光.将电场 *E*<sub>2</sub> 和 *E*<sub>4</sub> 叠加后,可得

$$E_{5} = \frac{1}{\sqrt{2}} E_{0} \begin{bmatrix} e^{-i(kz + \pi/2)} + e^{-i(2kl - kz - \pi/2)} \\ e^{-ikz} + e^{-i(2kl - kz - \pi)} \end{bmatrix}$$
(6)

可见,传播方向相反、旋向相反的圆偏振光在晶体 任意一个截面内的相位关系是确定的,即叠加成一个 有确定方向的线偏振光.同时,晶体不同截面内线偏振 光的偏振方向每隔λ旋转一周,这样的光场形状就如 同一个麻花状,因此称之为扭转模.

由式(6)可以获得增益介质 Nd: YAG 中光强的 分布为

$$I = E_x^2 + E_y^2 = 4e_0^2 e^{-2ikl}$$
<sup>(7)</sup>

可以看出,增益介质中光强 I的表达式不含位置 坐标z,也就是说光强 I的空间分布和位置 z 无关.这 样在激光增益介质中就形成了一个能量均匀分布的驻 波场,不同的纵模要在相同区域内获得增益,就会产生 互相抑制的竞争,即消除了空间烧孔效应,这样就保证 了均匀加宽 Nd:YAG 激光器以单纵模振荡输出<sup>[9]</sup>.

# 扭转模结构双腔双频 Nd: YAG 激 光器

### 2.1 激光系统组成

基于扭转模结构的双腔双频 Nd:YAG 激光器如 图 2. 从半导体激光二极管(LD)尾纤 OF 出射的 808nm 泵浦光经自聚焦透镜 GL 汇聚并入射至 Nd: YAG 晶体的左端面,Nd:YAG 晶体的两端各放置一 个 $\lambda/4$  波片 QWP<sub>1</sub>和 QWP<sub>2</sub>,QWP<sub>1</sub>和 QWP<sub>2</sub>的快轴 互相垂直,并且 QWP<sub>1</sub>的快轴与 PBS<sub>1</sub>的 P 光透光轴 和 s 光透光轴的夹角均为 45°.QWP<sub>1</sub>的左端面镀有对 1 064 nm 振荡激光高反、对 808 nm 泵浦光增透双色介 质膜,作为激光谐振腔的后反射镜.沿自聚焦透镜 GL 的光轴在 QWP<sub>2</sub> 的右侧依次放置偏振分光棱镜 PBS<sub>1</sub> 和输出耦合镜 OC<sub>1</sub>,在 PBS<sub>1</sub>反射光方向上放置输出耦 合镜 OC<sub>2</sub>.这样 QWP1的左端面介质膜与输出耦合镜 OC<sub>1</sub>便构成了直线型驻波腔,与 OC<sub>2</sub>构成了直角型驻 波腔.为了减小腔内损耗,QWP<sub>1</sub>的右端面、QWP<sub>2</sub>和 PBS<sub>1</sub>的两个端面均镀有 1 064 nm 增透膜.

由图 2 可见,QWP<sub>1</sub>、QWP<sub>2</sub> 和 PBS<sub>1</sub>构成扭转模结构,可以消除增益的空间烧孔效应.激光器的直线腔和 直角腔共用 Nd:YAG 激光介质与扭转模结构,均可 以以线偏振单纵模振荡输出.两路激光分别经反射镜 M<sub>1</sub>和 M<sub>2</sub>后由 PBS<sub>2</sub>合光,实现 1 064 nm 的正交偏振 双频激光同轴输出.输出耦合镜 OC<sub>1</sub>和 OC<sub>2</sub>分别粘在 压电陶瓷 PZT<sub>1</sub>和 PZT<sub>2</sub>上,当改变压电陶瓷上 PZT<sub>1</sub> 和 PZT<sub>2</sub>的电压时,直线腔和直角腔的腔长发生变化, 可以调谐双频激光的频差.





#### 2.2 双频激光同时振荡原理

由于图 2 中的激光器具有两个驻波谐振腔,因此 存在两组纵模频率梳,如图 3(a)所示,其中 q 和 q'分别 表示直线腔和直角腔的纵模序数.扭转模腔消除了激 光介质空间的增益烧孔效应,不同纵模之间的竞争结 果是靠近增益曲线中心频率 ν<sub>0</sub> 的那个纵模获胜而形 成激光振荡.由图 3 可知,直线腔和直角腔优先起振的 单纵模分别为 ν<sub>q</sub> 和 ν<sub>q</sub>',其他纵模由于远离中心频率 ν<sub>0</sub>,获得的增益较小而不能起振.于是,这种扭转模结 构双腔 Nd:YAG 激光器就可实现正交线偏振双频激 光输出,如图 3(b).





# 2.3 频差调谐原理

由激光原理可知,激光器光学腔长每改变半个波长,激光频率就会移动一个纵模间隔.因此,当改变加在 PZT 上的电压以微调腔长时,可以调谐直线腔和直角腔的谐振频率.

## 假设直线腔和直角腔的纵模间隔分别为 $\Delta \nu_q$ 和 $\Delta \nu_{q'}$ ;初始时 $\nu_q = \nu_{q'} = \nu_0$ ,如图 4(a),由 2.2 节分析可知, $\nu_q$ 和 $\nu_{q'}$ 优先起振,即直线腔和直角腔的谐振频率分别 为 $\nu_q$ 和 $\nu_{q'}$ ,频差为 0,处于频率简并状态,如图 4(b).通 过增大直线腔的腔长,使 $\nu_q$ 在频率轴上向左移动(频率 变小);同时,通过减小直角腔腔长,使 $\nu_{q'}$ 在频率轴上向 右移动(频率变大),这样双频激光的频差逐渐变大.当 $\nu_q$ 在频率轴上向左移动 $\Delta \nu_q/2$ , $\nu_{q'}$ 在频率轴上向右移动 $\Delta \nu_{q'}/2$ 时,如图 4(c),双频激光的频差达到最大(记作 $\Delta \nu_{max}$ ),如图 4(d).如进一步调谐两谐振腔的腔长,两 个腔都将发生跳模现象,频差减小.可见,这种双腔双 频激光器的频差最小值为零,频差最大值 $\Delta \nu_{max}$ 为 ( $\Delta \nu_q + \Delta \nu_{q'}$ )/2.





Fig. 4 Tuning principle of frequency difference

### 3 实验研究及结果分析

LD 泵浦 1 064 nm 双腔双频 Nd: YAG 激光器实 验系统如图 2. LD 最大出纤功率为 2W;自聚焦透镜 GL 的节距为 1/4,尺寸规格为 Φ2.6 mm×6.5 mm;两 个 1 064 nm 的  $\lambda/4$  波片 QWP<sub>1</sub> 和 QWP<sub>2</sub> 为石英波片, 其直径均为10 mm,QWP1 左端面镀 808nm 增透介质 膜(T>95%)和1064高反膜(反射率 R>99.5%),腔 内一面(即右端面)镀 808 nm 和1064 nm 双色增透介 质膜(透过率 T > 95%),波片 QWP<sub>2</sub> 两通光面均镀 1064 nm增透介质膜(透过率 T>99.5%);Nd:YAG 晶体的尺寸为3 mm×3 mm×5.5 mm,其通光长度为 5.5 mm,原子掺杂浓度为 1.1%,其左端面镀有对 808 nm高透射(T>95%)并对1064 nm 全反射(R> 99.8%)的双色介质膜,其右端面镀有对1064 nm 增 透的介质膜;PBS 尺寸为5 mm×5 mm×5 mm,它对 p 光透射率和对 s 光反射率分别为 95%和 99.9%;输出 耦合镜 OC 的镜面直径 10 mm,球面曲率半径为 100 mm,球面镀有对1064 nm 透过率为3.6%的介质 膜.直线腔和直角腔的光学长度均约为50mm,相应的 纵模间隔都为 3 GHz.

### 3.1 单腔单频激光振荡特性

在图 2 所示的激光系统中,在 OC<sub>2</sub> 与 PBS<sub>1</sub> 之间插 入一挡光板以抑制直角腔的激光振荡,只让直线腔纵 模起振.同理,在 OC<sub>1</sub>和 PBS<sub>1</sub> 之间插入一挡光板以抑 制直线腔的激光振荡,只让直线腔纵模起振.两个腔单 独振荡时,实验测得直线腔和直角腔的阈值泵浦功率 分别为 190 mW 和 140 mW,当 Nd:YAG 晶体的端面 泵浦功率为 850mW 时,直线腔和直角腔输出功率分别 为 62 mW 和 75 mW.可见,直角腔的输出功率大于直 线腔输出功率,并且其阈值泵浦功率也较小.这主要是 由于腔内 PBS<sub>1</sub> 对 s 光的反射率大于对 p 光的透射率 的缘故.

实验采用自由光谱范围为 3.75 GHz 的共焦扫描 干涉仪观察激光的振荡模谱.直线腔和直角腔的振荡 模谱如图 5 所示,可以看出,直线腔和直角腔均以单纵 模振荡输出,说明扭转模腔具有有效的激光纵模选择 能力.





#### 3.2 双腔双频激光同时振荡特性研究

在如图 2 所示扭转模结构双腔双频 Nd:YAG 激 光系统中,当 QWP<sub>1</sub> 和 QWP<sub>2</sub> 的快轴互相垂直,并且 QWP<sub>1</sub> 的快轴与 PBS<sub>1</sub> 的 P 光透光轴和 s 光透光轴的 夹角均为 45°时,可使双腔同时以基横模单纵模振荡输 出.当 Nd:YAG 晶体的端面泵浦功率为 850mW 时, 直线腔和直角腔输出总功率为 53 mW.可见双腔同时 振荡的输出功率小于单腔振荡时的输出功率,这是因 为两个腔的损耗大于单腔的损耗.

#### 3.2.1 频差调谐特性

在双腔同时以基横模单纵模振荡的情况下,将直 线腔和直角腔输出的单纵模激光同时耦合进共焦扫描 干涉仪,可以测得双腔同时振荡时的激光模谱,如图 6 所示,可以看出两个谐振腔的确均以单纵模振荡.当分 别在输出耦合镜 OC<sub>1</sub> 和 OC<sub>2</sub> 后面用挡光板遮挡进入 共焦扫描干涉仪的激光时,可以区分激光模谱图上的 p 光和 s 光.



图 6 双频激光振荡模谱 Fig. 6 Oscillating mode pattern of dual-frequency laser

调节 PZT<sub>1</sub> 的电压,使直线腔输出激光的模谱在 频率轴上向左漂移,同时改变 PZT<sub>2</sub> 上的电压,使直角 腔输出激光的模谱在频率轴上向右漂移,结果使双频 激光的频差变大,如图 6(b),说明微调两个谐振腔的 腔长的确能够调谐双频激光的频率和频差大小.在此 基础上若再进一步调谐腔长,则两个腔内的振荡激光 均将发生模式跳变,从而使频差变小.实验观察到的双 频激光频差调谐范围为 0.3 GHz~3 GHz,最小频差接 近于 0,最大频差约等于直线腔纵模间隔一半与直角 腔腔纵模间隔一半的和.可见实验结果与 2.3 节理论 分析一致.

#### 3.2.2 偏振特性

为检验激光器输出激光的偏振状态,将格兰-泰勒 棱镜置于精密旋转台上,在垂直于激光光轴的平面内 旋转格兰棱镜.图7为激光透过率随格兰棱镜转角的 变化曲线.可以看出,直线腔透过格兰棱镜的功率随转 角呈正弦曲线变化,而直角腔透过格兰棱镜的功率随 转角呈余弦规律变化,周期均为180°,符合马吕斯定 律,说明直线腔和直角腔输出的1064 nm 单频激光均 为线偏振光,并且它们是偏振方向正交的 p 光和 s 光.



图 7 激光透过率随格兰棱镜转角的关系 Fig. 7 Dependence of transmission of laser on the rotation angle of Glan prism

### 4 结论

本文在分析扭转模腔选模原理的基础上,采用 PBS作为分光和起偏元件,设计了一种扭转模结构双 腔双频 Nd:YAG激光器,其两个谐振腔共用相同的 激光增益介质,并同时以线偏振单纵模振荡输出.通过 改变激光腔长,实现了双频激光的频差在 0.3 GHz~3 GHz 范围内连续调谐.这种连续可调谐双腔双频 Nd: YAG激光器在激光干涉测量等领域具有广阔的应用 前景.

#### 参考文献

- [1] 焦明星,冯其波,王鸣,等. 激光传感与测量[M]. 北京:科学出版社,2014:120-121.
- [2] JIAO Ming-xing, XING Jun-hong, Liu Yun, et al. Design and experimental study of two-cavity dual-frequency all-solid-state Laser with large frequency difference[J]. Chinese Journal of Lasers, 2010, 37(11): 2784-2789.
  焦明星,邢俊红,刘芸,等.双腔大频差双频全固态激光器设计 与实验研究[J]. 中国激光, 2010,37(11):2784-2789.
- [3] WANG Jun-ying, ZHENG Quan, XUE Qing-hua, et al.
  1.12W single-frequency green laser adopting birefringent filter technique [J]. Acta Photonica Sinica, 2005, 34(3): 321-324.
  王军营,郑权,薛庆华,等.利用双折射滤光片技术获得瓦级单频绿光输出[J].光子学报, 2005, 34(3): 321-324.
- [4] ZHANG Jing, LEI Hong-xiang, WANG Shao-kai, et al. All-solid-state single-frequency and intracavity-frequency-doubled Nd: YVO4 laser with fold-cavity [J]. Chinese Journal of Lasers, 2001, 28(11): 971-973.
  张靖,雷宏香,王少凯,等.可调谐全固化折叠腔单频倍频 Nd: YVO4 激光器[J]. 中国激光, 2001, 28(11):971-973.
- [5] RROLLAND A, FREIN L, VALLET M, et al. 40-GHz photonic synthesizer sing a dual-polarization microlaser[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2010, 22(23): 1738-1740.

- [6] DRAEGERT D A. Efficient single-longitudinal-mode Nd : YAG laser[J]. IEEE Journal of Quantum Electronics, 1972, QE-8(2): 235-239.
- [7] ZHENG Yao-hui, WANG Ya-jun, PENG Kun-chi. Single-end pumping single-frequency Nd: YVO<sub>4</sub>/LBO laser with output power of 21.5W[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2012, 39 (6): 0602011.
  郑耀辉,王雅君,彭堃墀. 输出功率为 21.5W 的单端抽运 Nd: YVO<sub>4</sub>/LBO 单频激光器[J]. 中国激光, 2012, 39(6):
- 0602011.
  [8] ZHANG Jing, WANG Run-lin, MA Hong-liang, et al. Investigation of frequency tuning characteristics of LD-pumped single-frequency ring Nd: YVO4 laser[J]. Chinese Journal of Lasers, 2001, 30(4): 473-477.
  张靖,王润林,马红亮,等. LD 泵浦环形单频 Nd: YVO4 激光 器的频率调谐特性研究[J]. 中国激光,2001,30(4):473-477.
- [9] EVTUHOV V, SIEGMAN A E. Twisted-mode technique for obtaining axially uniform energy density in a laser cavity[J]. *Applied Optics*, 1965, 4(1): 142-143.
- [10] ADAMS C S, VORBERG J, MLYNEK J. Single-frequency operation of a diode-pumped lanthanumneodymiumhexaaluminate laser by using a twisted-mode cavity[J]. Optics Letters, 1993, 18(6): 420-422.
- [11] NAKAGAWA K, SHIMIZU Y, OHTSU M. High power diode-laser pumped twisted-mode Nd : YAG [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 1994, 6(4): 499-501.
- [12] FAN T Y, OCHOA J. Tunable single-frequency Yb : YAG

laser with 1-W output power using twisted-mode technique [J]. *Photonics Technology Letters*, 1995, **7**: 1137-1138.

- [13] CHANG D I, GUY M J, HERNIKOV S V, et al. Single-frequency erbium fiber laser using the twisted-mode technique
   [J]. Electronics Letters, 1996, 32(19): 1786-1787.
- [14] POLYNKIN P, POLYNKIN A, MANSURIPUR M, et al. Single-frequency laser oscillator with watts-level output power at 1. 5μm by use of a twisted-mode technique [J]. Optics Letters, 2005, 30(20): 2745-2747.
- [15] HAO E, TAN H, LI Te, et al. Single-frequency laser at 473 nm by use of twisted-mode technique [ J ]. Optics Communications, 2007, 270: 327-331.
- [16] ZHANG Y, GAO C, GAO M, et al. A diode pumped tunable single-frequency Tm : YAG laser using twisted-mode technique[J]. Laser Physics Letters, 2010, 7(1): 17-20.
- [17] LIN Yue-ming, HE Hui-juan, LU Yu-tian. CW single-frequency operation of a diode laser-pumped Nd: YAG laser
  [J]. Acta Optica Sinica, 1994, 14(8): 891-893.
  林岳明,何慧娟,陆雨田.激光二极管泵浦单频连续工作的 Nd: YAG激光器[J].光学学报, 1994, 14(8): 891-893.
- [18] LU Cong-cong, ZHAO Chang-ming, WU Ke-ying. Investigation of two frequency laser in twisted-Mode cavity with fine detuning [J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 1999, 19(3): 343-347.
  卢葱葱,赵长明,吴克瑛.利用微失调扭转模腔产生双频激光 [J].北京理工大学学报, 1999, 19(3): 343-347.