

doi:10.3788/gzxb20154402.0208001

# 光源相干度对 Bessel 光最大无衍射距离的影响

孙川,何西,林炳福,姜妍,庄其仁,吴逢铁

(华侨大学 信息科学与工程学院,福建省光传输与变换重点实验室,福建 厦门 361021)

**摘要:**理论分析和实验研究了光源相干度对其产生的 Bessel 光最大无衍射距离的影响.以 He-Ne 激光器为光源,用旋转毛玻璃法产生部分相干光,经过扩束后再用轴棱锥法产生 Bessel 光束.通过移动旋转毛玻璃改变部分相干光的相干度,测量其产生的 Bessel 光束的最大无衍射距离,得到光源相干度与产生 Bessel 光束最大无衍射距离的关系.结果表明,随着光源相干度的降低,Bessel 光束最大无衍射距离明显变短,当相干度  $g \approx 1$  下降为  $g = 0.8$  时,最大无衍射距离缩短了一半.用高斯-谢尔模型进行分析和模拟,理论模拟结果与实验观察结果基本吻合.

**关键词:**光学分析;光学相干性;部分相干 Bessel 光;最大无衍射距离;相干长度;交叉谱密度;高斯谢尔模型

中图分类号:O439

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2015)02-0208001-6

## Effect of the Light Source Coherence on the Maximum Diffraction-free Distance of the Bessel Beam

SUN Chuan, HE Xi, LIN Bing-fu, JIANG Yan, ZHUANG Qi-ren, WU Feng-tie  
(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Fujian Key Laboratory of Optical Beam Transmission and Transformation, Xiamen, Fujian 361021, China)

**Abstract:** Theoretical analysis and experimental research was done on relation between the light source coherence degree and the maximum diffraction-free distance of the generated Bessel beam. A collimated partially coherent beam generated by a rotating ground glass illuminated by a He-Ne Laser was impinged on an axicon to generate partially coherent Bessel beam. Moving the position of a rotating ground glass to change the coherent degree of the light source, and measure the maximum diffraction-free distance of the generated Bessel beam with different coherence degree, the relation between the light source coherent degree and the maximum diffraction-free distance of the generated Bessel beam were obtained. A Gaussian shell model source was used in theoretical analysis and numerical simulation, the results show that the maximum diffraction-free distance suffers a rapid decline when the coherence degree decreased a little. If the coherence degree of the source decreased from  $g \approx 1$  to  $g = 0.8$ , the maximum diffraction-free distance will be only a half of the original, the experimental results is coincident with the theoretical analysis.

**Key words:** Optical analysis; Optical coherence; Partially coherent Bessel beams; Maximum diffraction-free distance; Coherence length; Cross spectral density; Gaussian Schell model

**OCIS Codes:** 080.1665; 030.1670; 350.4600

## 0 引言

贝塞尔(Bessel)光束由 J. Durnin<sup>[1]</sup>于 1987 年提

出,是自由空间标量波动方程的一组特殊解. Bessel 光束因其中心光斑极小,中心光强极大且在传输过程中不发散,同时光束遇到障碍物会发生自重建<sup>[2]</sup>等特性

**基金项目:**国家自然科学基金(No. 61178015)、福建省科技创新平台计划项目(No. 2012H2002)和泉州市科技重点项目(No. 2014Z127)资助

**第一作者:**孙川(1989-),男,硕士研究生,主要研究方向为光束传输与变换. Email:sch\_789@163.com

**导师(通讯作者):**吴逢铁(1958-),男,教授,博士,主要研究方向为光束传输与变换,短脉冲技术及非线性光学等. Email:fengtie@hqu.edu.cn

**收稿日期:**2014-06-22; **录用日期:**2014-07-29

<http://www.photon.ac.cn>

被应用在光学的许多领域,如激光加工、粒子操控<sup>[3-4]</sup>、光学引导、大气湍流<sup>[5-6]</sup>以及最近提出的光学拉力<sup>[7]</sup>等。

迄今为止,对 Bessel 光束的研究多是基于相干光源(激光),对非相干光源产生无衍射光束的研究甚少。事实上,部分相干 Bessel 光束<sup>[9-11]</sup>是一个很有意义的研究课题,它结合了部分相干光和 Bessel 光束,具有在一定范围内不发散、抗噪音能力强、易实现、对光源的要求低等优点,例如 Wu<sup>[12]</sup>提出部分相干光束在湍流介质中传输时受到的影响比完全相干光还要小。目前,部分学者已经开始用非相干光源产生无衍射光束,并用所得的无衍射光束开展粒子俘获等光学微操作,文献<sup>[8]</sup>在用非相干光源产生无衍射光束的研究中获得了一些进展。但是关于光源相干度对产生 Bessel 光束质量影响的研究并不全面,如文献<sup>[13]</sup>理论模拟了光束相干度对 Bessel 光束最大无衍射距离的影响,但缺乏实验。

本文从理论和实验两方面论证了光源相干度对 Bessel 光束质量的影响。由于最大无衍射距离是衡量 Bessel 光束质量的重要参量,它的大小直接反映了 Bessel 光束“无衍射”能力的强弱。研究中以红色 Bessel 光束为例,重点分析了当光源相干度变化时导致光源相干长度  $\delta$  的变化,以及对 Bessel 光束纵向光强、截面光强和最大无衍射距离的影响。理论模拟和实验结果相符,为部分相干光产生无衍射光束进行多重粒子操控提供依据。

## 1 理论分析

### 1.1 部分相干光的相干度表示

双缝干涉实验<sup>[13]</sup>装置见图 1。光源  $\sigma$  发出的光照到杨氏装置上,平面上  $Q$  点的光强可反映场中各点之间的相关性。

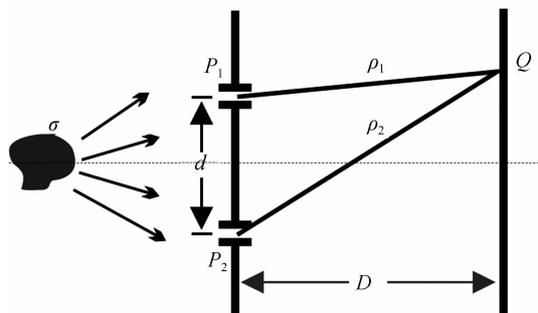


图 1 双缝干涉示意图

Fig. 1 Schematic of two-slit interference

$Q$  点的光强为

$$I(Q) = \langle V(Q, t) V^*(Q, t) \rangle$$

式中  $V(Q, t)$  是  $t$  时刻,  $P_1, P_2$  在  $Q$  点处形成的的光场。

$$I(Q) = |K_1|^2 I_1 + |K_2|^2 I_2 + 2 |K_1 K_2| G_{12}(t) \quad (1)$$

式中  $K_1, K_2$  是  $P_1, P_2$  处的光场分量,是纯虚数。

用复相干度  $G_{12}(t)$  的归一化函数  $g_{12}(t)$  表示为

$$I(Q) = I_1(Q) + I_2(Q) + 2 \sqrt{I_1(Q) I_2(Q)} \cdot |g_{12}(t)| \cos j_{12}(t).$$

将复相干度与干涉条纹的可见度  $v$  联系起来,即

$$v = \frac{2 \sqrt{I_1(Q) I_2(Q)}}{I_1(Q) + I_2(Q)} |g_{12}(t)| \quad (2)$$

当  $I_1 = I_2$  时,有

$$v = |g_{12}(t)| \quad (3)$$

为了得到相干长度  $\delta$  与干涉条纹对比度  $v$  的关系,引入高斯型相干度分布函数<sup>[14]</sup>,即

$$\mu(\rho_1, \rho_2, z=0) = \exp \left[ -\frac{(\rho_1 - \rho_2)^2}{\delta^2} \right]$$

式中  $\rho_1, \rho_2$  为光线发射面的位置坐标,  $\delta$  为相干长度。

用干涉条纹可见度  $v$  代替  $\mu$ , 经化简可得相干长度  $\delta$  的表达式为

$$\delta = \left[ \frac{-(\rho_1 - \rho_2)^2}{\ln v} \right]^{1/2} \quad (4)$$

### 1.2 交叉谱密度描述部分相干贝塞尔光束

实验中用氦氖激光经过旋转毛玻璃的方法获得部分相干光,理论上采用高斯-谢尔模型<sup>[16-18]</sup>进行分析和模拟。部分相干光在源  $z=0$  处的交叉谱密度为

$$W_0(r_1, r_2, 0) = \sqrt{I(r_1, 0) I(r_2, 0)} u(r_1 - r_2, 0).$$

即

$$W_0(r_1, r_2, 0) = I_0 \exp \left( -\frac{r_1^2 + r_2^2}{\omega_0^2} \right) \cdot \exp \left( -\frac{(r_1 - r_2)^2}{\delta^2} \right) \quad (5)$$

式中  $r_1, r_2$  为光线发射面的位置坐标,  $u(r_1 - r_2, 0)$  只与  $r_1 - r_2$  有关,称为谢尔源。  $\omega_0$  为光束的束腰宽度,  $\delta$  为光束的相关长度。

通过轴棱锥的部分相干光被线聚焦,形成一段最大无衍射距离为  $Z_{\max}$  的菱形区域,如图 2。

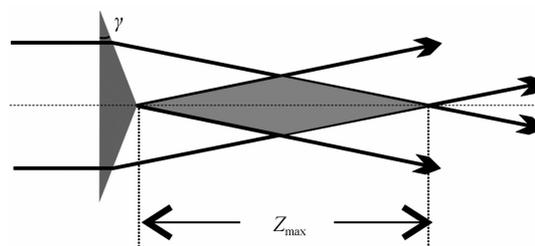


图 2 最大无衍射距离示意图

Fig. 2 Schematic of the maximum diffraction free distance

轴棱锥对光束的透过率为

$$t(r) = \begin{cases} \exp [ik\phi(r)] & (r \leq R) \\ 0 & (r > R) \end{cases}$$

式中  $\phi(r) = -(n-1)\gamma r$ ,  $n$  和  $\gamma$  分别为轴棱锥的折射率和底角。

那么,通过轴棱锥的高斯谢尔光束在自由空间内传输距离  $z$  后的交叉谱密度为

$$W(\rho_1, \rho_2, z) = \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 \iint W_0(r_1, r_2, 0) t^*(r_1) t(r_2) \cdot \exp\left\{-\frac{ik}{2z}[(\rho_1 - r_1)^2 - (\rho_2 - r_2)^2]\right\} d^2 r_1 d^2 r_2.$$

经过积分运算后,整理为

$$W(\rho_1, \rho_2, \theta_1, \theta_2, z) = \left(\frac{k}{z}\right)^2 e^{-(ik/2z)(\rho_1^2 - \rho_2^2)} \iint C_m \cdot \exp\left[-\left(\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{\delta^2}\right)(r_1^2 + r_2^2)\right] \exp\left\{\left[-\frac{ik}{2z}(r_1^2 - r_2^2)\right][ik(n-1)(r_1 - r_2)]\right\} r_1 r_2 dr_1 dr_2 \quad (6)$$

式中

$$C_m = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[ I_m\left(\frac{2r_1 r_2}{\delta^2}\right) J_m\left(\frac{kr_1 \rho_1}{z}\right) J_m\left(\frac{kr_2 \rho_2}{z}\right) \cdot \exp[-im(\theta_1 - \theta_2)] \right]$$

$I_m$  为  $m$  阶修正 Bessel 函数,  $J_m$  为  $m$  阶第一类 Bessel 函数,令  $\rho_1 = \rho_2, \theta_1 = \theta_2$  可得  $z$  位置的光强表达式为  $W(\rho, \rho, \theta, \theta, z)$ , 又  $I(\rho, z) = W(\rho, \rho, \theta, \theta, z)$ , 则,光强的最后表达式为

$$I(\rho, z) = \left(\frac{k}{z}\right)^2 \iint C_n \exp\left[-\left(\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{\delta^2}\right)(r_1^2 + r_2^2)\right] \cdot \exp\left\{\left[-\frac{ik}{2z}(r_1^2 - r_2^2)\right][ik(n-1)(r_1 - r_2)]\right\} \cdot r_1 r_2 dr_1 dr_2 \quad (7)$$

式中

$$C_n = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ I_n\left(\frac{2r_1 r_2}{\delta^2}\right) J_n\left(\frac{kr_1 \rho}{z}\right) J_n\left(\frac{kr_2 \rho}{z}\right) \right]$$

受到相干长度  $\delta$  的影响,入射轴棱锥的光束半径  $R$  将变为有效光束半径,即

$$R_{\text{ef}} = \left(\frac{1}{4\omega_0^2} + \frac{1}{\omega_0^2 \delta^2}\right)^{-1/4}.$$

最后可得部分相干光通过轴棱锥产生的无衍射光束的最大无衍射距离为

$$Z_{\text{max}} = \frac{R_{\text{ef}}}{(n-1)\gamma} = \frac{1}{(n-1)\gamma} \left(\frac{1}{4\omega_0^2} + \frac{1}{\omega_0^2 \delta^2}\right)^{-1/4} \quad (8)$$

式中  $\delta = \left[\frac{-(\rho_1 - \rho_2)^2}{2 \ln v}\right]^{1/2}$ .

## 2 实验及模拟

### 2.1 实验光路部分

实验装置如图 3. 部分相干光产生部分包括氦氖激光器发出的激光经过内部放有旋转毛玻璃的望远镜扩束系统,出射光便为部分相干光束,通过改变旋转毛玻璃的轴向位置可以改变部分相干光的相干度.

光束相干度测量部分包括部分相干光束透过光阑,经过反射镜反射,再通过双缝,形成干涉条纹,用光束分析仪测量干涉条纹的可见度,由式(3)计算可得到部分相干光的相干度.

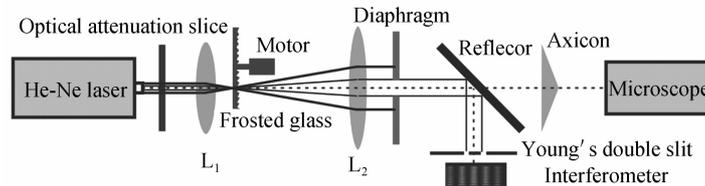


图 3 实验装置图

Fig. 3 Schematic of experiment

最大无衍射距离检测部分包括撤去反射镜,过光阑的部分相干光直接入射轴棱锥产生 Bessel 光束,用带有照相机的体式显微镜便可以将 Bessel 光束的横向光强分布图拍摄下.

### 2.2 实验及模拟

实验时,将旋转毛玻璃从紧贴透镜  $L_1$  处沿轴向缓慢移动,调整反射镜角度使得双缝干涉图样尽可能清晰,用光束分析仪记录下干涉图样.

撤去反射镜,用体式显微镜观测 Bessel 光束图样.将体式显微镜从  $z=55$  mm 处缓缓移动,并用照相机记录下不同轴向距离的横截面光强分布图.(受实验条件限制,只能从  $z=55$  mm 处开始移动.  $z$  为轴棱锥顶点到显微镜的距离)

重复这两个步骤,缓缓移动毛玻璃片,分别记录部

分相干光束在不同相干度的条件下产生的干涉图样和截面光强.

实验参量:  $\lambda = 632.8$  nm;  $f_1 = 15$  mm,  $f_2 = 190$  mm;光阑孔径  $R = 2$  mm;轴棱锥折射率  $n = 1.458$ ,底角  $\gamma = 1^\circ$ ;束腰宽度  $\omega_0 = 2$  mm;双缝间距  $d = 0.2$  mm,缝宽为  $0.04$  mm;反射镜中心到双缝的距离等于反射镜中心到轴棱锥表面的距离;光束分析仪是美国的 Ophir-Spiricon.

利用式(4)反求出不同相干度下的相干长度,并按照式(7)用 Math Cad 软件进行模拟.

当  $g=1$  时,由于完全相干光不可获得,实验使用相干长度  $\delta=2.75$  的 He-Ne 激光,其干涉条纹对比度  $v = 0.995$ ,由式(8)所得最大无衍射距离  $Z_{\text{max}} = 225$  mm,结果如图 4.

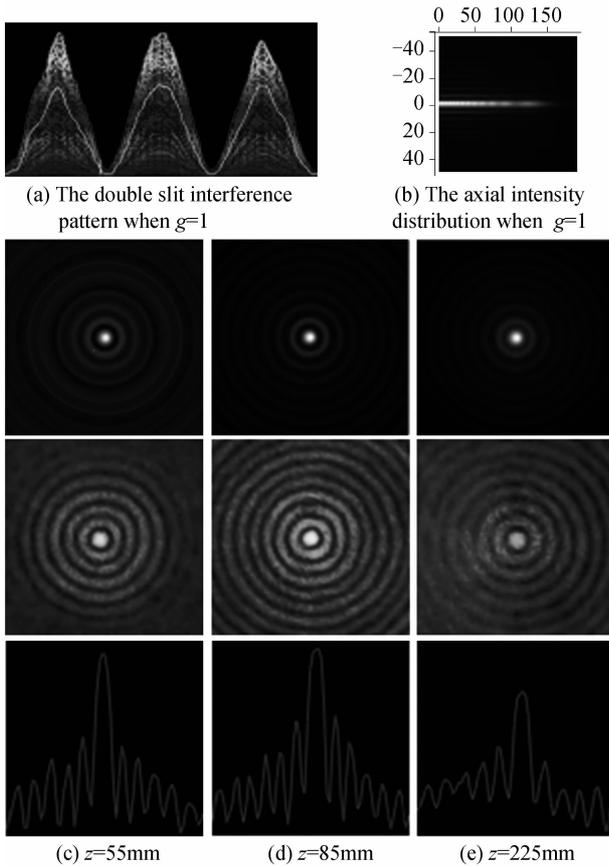


图4  $g=1$  时理论与实验对比图

Fig. 4 Comparison of theory and experiment when  $g=1$

图4~图7为实验和模拟结果对比图,图中第一行是光束分析仪拍摄的  $g=1$  时双缝干涉图样和 Bessel 光束沿轴向的光强分布模拟图.第二行是  $g=1$  不同轴向距离的截面光强模拟图.第三行是不同轴向距离的截面光强实验图.第四行对应不同轴向距离的实验图的中心光强分布.

从图4可以看出,  $g=1.0$  时,实验检测最大无衍射距离为 225 mm,与理论结果完全一致,而且在各个轴向距离上实验图与模拟图比较吻合.此时光束相干性最好, Bessel 光束图样最清晰,最大无衍射距离最远.

当  $g=0.8$  时,光束干涉条纹对比度  $v=0.800$ ,经式(4)计算,光束相干长度  $\delta=0.423$ ,由式(8)所得最大无衍射距离  $Z_{\max}=114\text{ mm}$ ,结果如图5.

通过观察,  $g=0.8$  时,实验测得最大无衍射距离为 115 mm,截面光强模拟图和实拍图相吻合,且实测

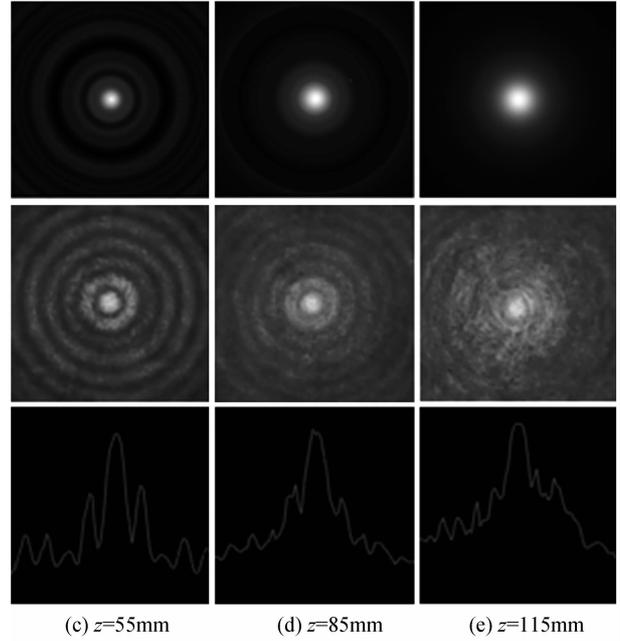
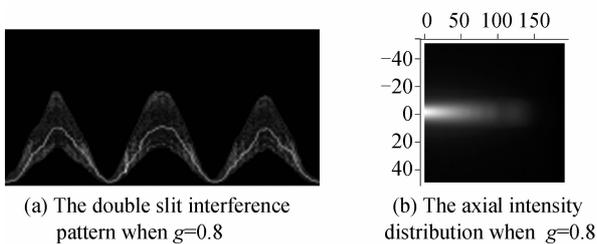


图5  $g=0.8$  时理论与实验对比图

Fig. 5 Comparison of theory and experiment when  $g=0.8$  最大无衍射距离与理论计算值相近.这种情况下光束相干性较好, Bessel 光束图样清晰,最大无衍射距离较远,且实际情况比模拟情况稍好.

$g=0.7$  时,光束干涉条纹对比度  $v=0.694$ ,光束

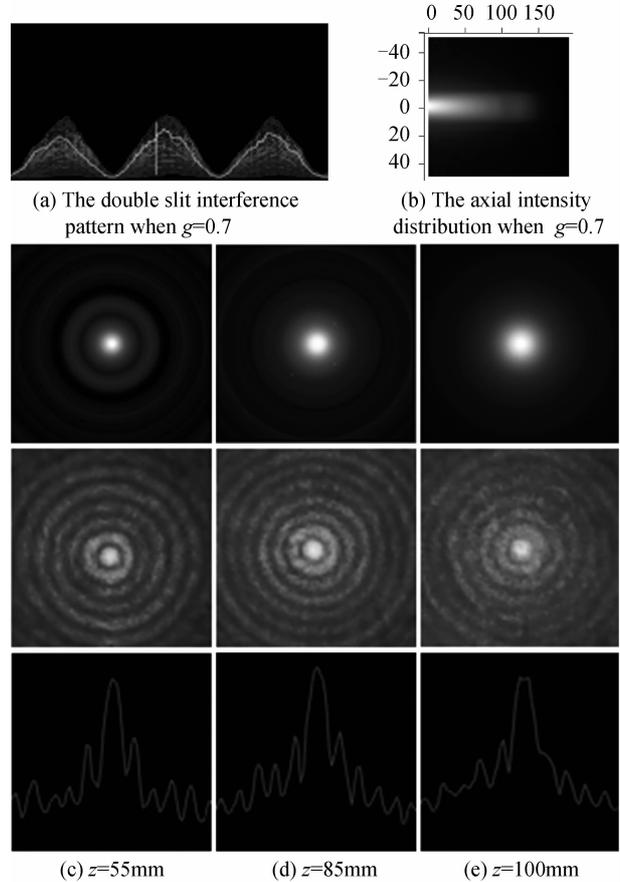


图6  $g=0.7$  时理论与实验对比图

Fig. 6 Comparison of theory and experiment when  $\gamma=0.7$

相干长度  $\delta = 0.331$ , 计算得最大无衍射距离  $Z_{\max} = 101$  mm, 结果如图 6.

从图中可以看出,  $g=0.70$  时, 实验测得最大无衍射距离为 100 mm, 后两组截面光强模拟与实拍图吻合没有上一组好, 但最大无衍射距离理论与实测基本一致. 这种情况下光束相干性稍差, Bessel 光束图样还算清晰, 最大无衍射距离变短.

当  $g=0.6$  时, 光束干涉条纹对比度  $v=0.623$ , 光束相干长度  $\delta=0.291$ , 计算得最大无衍射距离  $Z_{\max} = 95$  mm, 结果如图 7.

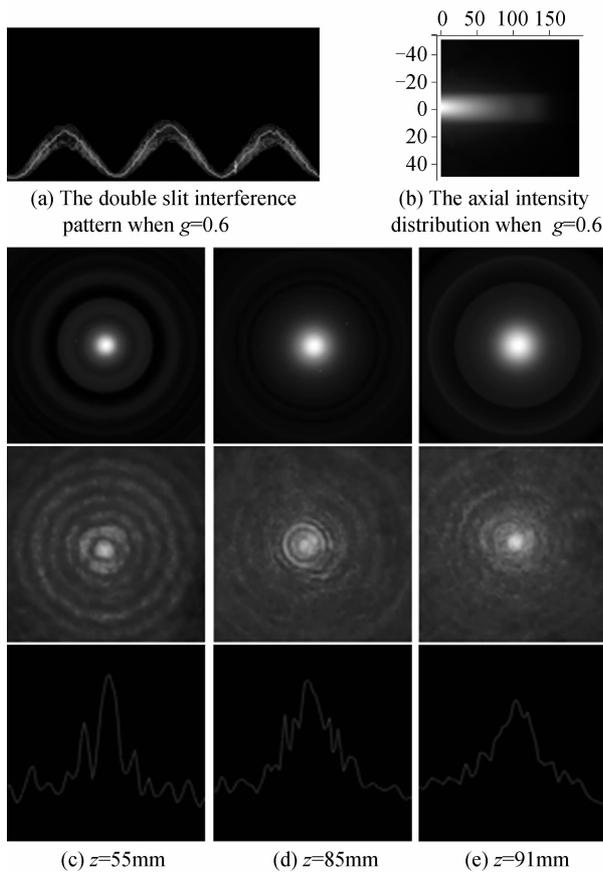


图 7  $g=0.6$  时实验对比图

Fig. 7 Contrast of experiment when  $g=0.6$

通过观察, 实验测得最大无衍射距离为 91 mm, 相干度变小后, 图样变得模糊, 最大无衍射距离处光斑进一步变大. 实验效果较差, 后两组图样几乎不可见, 最大无衍射距离理论与实测仍然吻合. 这种情况下, 光束相干性最差, Bessel 光束图样很不清晰, 最大无衍射距离最短.

当相干度  $g \leq 0.6$  时, 实验中不能再观察到清晰的 Bessel 光束图样. 一定相干度下最大无衍射距离理论结果由式(8)得出, 实验结果为实际观测值, 最大无衍射距离与光源相干度的关系曲线实验结果和模拟结果如图 8, 可见理论模拟结果和实验观察结果基本吻合.

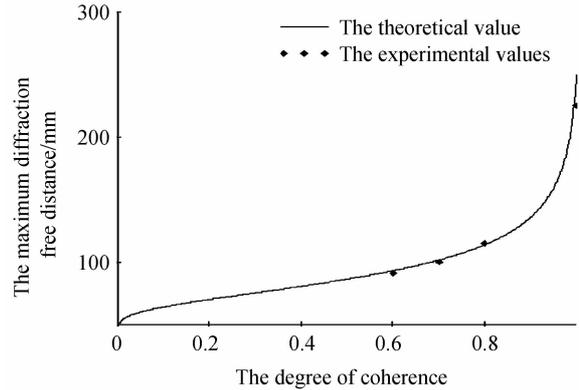


图 8 光源相干度与最大无衍射距离关系

Fig. 8 The relationship between the coherence degree and the maximum diffraction free distance

### 3 结论

理论分析和实验研究了光束相干度对其产生 Bessel 光束的最大无衍射距离的影响, 给出了光束在不同空间相干度下产生的 Bessel 光的截面光强分布. 通过改变旋转毛玻璃片的位置可以改变光束空间相干度, 其空间相干度由测量光束的双缝衍射图样获得. 不同相干度的光束通过轴棱锥后得到不同质量的 Bessel 光束. 实验结果表明, 光束相干度下降, 产生的 Bessel 光束质量变差, Bessel 光束最大无衍射距离变短; 理论模拟与测量结果基本一致.

光束相干度在 0.8 时, 最大无衍射距离为完全相干光最大无衍射距离的一半, 这可以指导我们选择一定相干度的部分相干光, 为实现用部分相干 Bessel 光束进行空间多重粒子操控提供了依据, 也为简化光学器件, 降低成本, 推广部分相干光应用拓展了空间.

#### 参考文献

- [1] DURNIN J. Exact solutions for nondiffracting beams [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1987, **4**(4): 651-654.
- [2] FAN Dan-dan, WU Feng-tie, CHENG Zhi-ming, *et al.* Reconstruction of incoherent source Bessel beam [J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, **62**(10): 264-269. 范丹丹, 吴逢铁, 程治明, 等. 非相干光源无衍射光的自重建 [J]. *物理学报*, 2013, **62**(10): 264-269.
- [3] CHEN J, NG J, LIN Z, *et al.* Optical pulling force [J]. *Nature Photonics*, 2011, **5**(9): 531-534.
- [4] GRIER D G. A revolution in optical manipulation [J]. *Nature*, 2003, **424**(6950): 810-816.
- [5] CHENG Zhi-ming, WU Feng-tie, FAN Dan-dan, *et al.* Non-diffraction bessel-like beam generated by green LED source [J]. *Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica)*, 2012, **42**(8): 805-811. 程治明, 吴逢铁, 范丹丹, 等. 绿光 LED 产生无衍射 Bessel 光束 [J]. *中国科学: 物理学力学天文学*, 2012, **42**(8): 805-811.
- [6] WANG Hai-yan, CHEN Chuan-lin, DU Jia-lei, *et al.* Propagation of bessel-gaussian beam with optical vortices in turbulent atmosphere [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2013, **42**(5): 505-510.

- 王海燕,陈川琳,杜家磊,等. 贝塞尔高斯涡旋光束在大气湍流中的传输特性[J]. 光子学报, 2013, **42**(5):505-510.
- [7] JIANG Yue-song, ZHANG Xin-gang, WANG Shuai-hui, *et al.* Propagation of partially coherent Bessel-gaussian beams in non-kolmogorov turbulence[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, **43**(1): 7-12.
- 江月松,张新岗,王帅会,等. 部分相干贝塞尔高斯光束在非柯尔莫哥诺夫湍流中的传输特性[J]. 光子学报, 2014, **43**(1):7-12.
- [8] WU J. Propagation of Gaussian-Schell beam through turbulent media[J]. *Journal of Modern Optics*, 1990, **4**(37): 671-684.
- [9] ZHU K C, LI S X, TANG Y, *et al.* Study on the propagation parameters of Bessel-Gaussian beams carrying optical vortices through atmospheric turbulence [J]. *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision*, 2012, **29**(3): 251-257.
- [10] QIN Z Y, TAO R M, ZHOU P, *et al.* Propagation of partially coherent Bessel-Gaussian beams carrying optical vortices in non-Kolmogorov turbulence[J]. *Optics and Laser Technology*, 2014, **56**(1): 182-188.
- [11] QIN Z Y, TAO R M, ZHOU P, *et al.* Coherence evolution of partially coherent beams carrying optical vortices propagating in non-kolmogorov turbulence [J]. *Applied Optics*, 2013, **52**(33): 8176-8183.
- [12] PASTRANA E. Bessel beams beyond the limit[J]. *Nature Methods*, 2013, **10**(2): 102-103.
- [13] 羊国光. 高等物理光学[M]. 宋菲君, 2版, 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2008.
- [14] CUI Sheng-wei, CHEN Zi-yang, PU Ji-xiong. Red LED light source generates partially coherent vortex beams[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2014, **39**: s202004.
- [15] CHEN G, HUA L, LIN H, *et al.* Experimental investigation on partially coherent higher-order non-diffractive beams[J]. *Chinese Physics B*, 2011, **20**(9): 94203.
- [16] ABDU A, ALKELLY, SHUKRI M, *et al.* Intensity distribution and focal depth of axicon illuminated by Gaussian Schell-model beam [J]. *Optics Communications*, 2011, **284**(19): 4658-4662.
- [17] WANG T, PU J, CHEN Z. Generation and propagation of partially coherent vortex beams[J]. *Optoelectronics Letters*, 2009, **5**(1): 77-80.
- [18] FANG Xiang, WU Feng-tie, CHENG Zhi-ming. Effects of Incoherent monochrome LED light source on the formation of Bessel beam[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, **2**(33): 205001.
- 方翔,吴逢铁,程治明. 非相干单色LED光源对Bessel光束形成的影响[J]. 光学学报, 2013, **2**(33): 205001.