

doi:10.3788/gzxb20154402.0201001

# Non-Kolmogorov 湍流下外差激光雷达探测性能

唐华, 杨文静, 李环宇

(北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100191)

**摘要:** 基于 Rytov 近似和 Huygens-Fresnel 原理, 推导出外差激光雷达在 non-Kolmogorov 弱湍流中斜程探测时目标平面的平均光强和闪烁指数, 得到外差激光雷达系统效率, 并针对广义指数、天顶角、结构常量、基站结构、望远镜孔径和光束类型对系统效率的影响进行了研究. 研究结果表明: 当广义指数小于 3.2 或大于 3.8 时, 外差激光雷达的系统效率减小幅度较大; 随着天顶角的增大系统效率逐渐减小; 双基站结构外差激光雷达的系统效率小于单基站结构; 随着望远镜孔径的增大, 系统效率存在最低值, 并最终趋于平缓; 近场时平行光系统效率最大, 远场时发散光的系统效率最大.

**关键词:** 外差激光雷达; non-Kolmogorov 湍流; 系统效率; 平均光强; 闪烁指数

中图分类号: TN929.12

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2015)02-0201001-6

## Detection Performance of Heterodyne Lidar in Non-Kolmogorov Turbulence

TANG Hua, YANG Wen-jing, LI Huan-yu

(School of Electronic and Information Engineering, BeiHang University, Beijing, 100191, China)

**Abstract:** Based on Rytov approximation and extended Huygens-Fresnel principle, the analytical expressions for average intensity and scintillation index on target plane in non-Kolmogorov weak turbulence along slant paths were derived, the system efficiency of heterodyne lidar was given. The system efficiency of heterodyne lidar is examined and the effects of exponent parameter, zenith angle, structure constant, system configurations and telescope aperture on system efficiency are also analyzed. It is shown that when the generalized index is less than 3.2 or greater than 3.8, the system efficiency decreases fast as the index increases. System efficiency decreases with the increase of zenith angle. System efficiency of bistatic configurations is smaller than that of monostatic configurations. With the increase of the telescope aperture, the system efficiency arrives the minimum, and eventually flattens out. In near field, the system efficiency of collimated beam is larger than the other two forms, but in far field the system efficiency of divergent beam is the largest one.

**Key words:** Heterodyne lidar; Non-Kolmogorov turbulence; System efficiency; Mean intensity; Scintillation index

**OCIS Codes:** 010.1290; 010.3310; 010.3640

## 0 引言

激光雷达是雷达技术与激光技术相结合的产物<sup>[1]</sup>. 激光雷达凭借其方向性好、波束窄、测角准确度高<sup>[2]</sup>等特性在军事、民用等多个领域得到广泛应用. 外差激光雷达是指使用相干探测技术的激光雷达, 多用于风速测量, 污染探测以及目标的跟踪、测距和成像等.

外差激光雷达依靠激光的回波来获得目标的相关信息, 但是激光在大气中的传输特性会影响系统实际的探测性能. 因此, 在对外差激光雷达的系统进行设计和应用时, 必须考虑大气对激光传输特性的影响. Rod G Frehlich 及 Aniceto Belmonte 等<sup>[3-7]</sup>研究了外差激光雷达在 Kolmogorov 湍流中水平探测的系统效率, 并利用相位屏模拟方法研究了激光雷达在 Kolmogorov 湍流中的系统效率. 但他们并没有考虑到斜程探测, 且推

基金项目: 国家自然科学基金(Nos. 61101005, 61008049) 和北京高等学校青年英才计划项目资助

第一作者: 唐华(1980—), 女, 副教授, 博士, 主要研究方向为空间激光通信大气传输技术. Email: huatang@buaa.edu.cn

收稿日期: 2014-06-16; 录用日期: 2014-11-14

<http://www.photon.ac.cn>

导出的系统效率表达式具有多重积分<sup>[8]</sup>,相位屏法虽然简易,但由于快速傅里叶变换(Fast Fourier Transform, FFT)具有周期性,导致其仿真结果偏差<sup>[9-10]</sup>.且由于实际大气的不均匀性或各向异性,大气湍流与Kolmogorov功率谱描述的湍流有较大的偏差<sup>[11-13]</sup>,因此Toselli等通过引入广义振幅因子和广义指数 $\alpha$ 来描述non-Kolmogorov湍流的功率谱<sup>[14-15]</sup>.本文研究了外差激光雷达在non-Kolmogorov弱湍流中斜程探测时的系统效率,利用平均光强和光强闪烁指数求出光强的二阶矩,得到系统效率,降低了计算的复杂程度,得到较简易的系统效率表达式,并对斜程探测下系统效率进行了分析.

## 1 理论推导

外差激光雷达的系统效率是衡量其性能的重要参数之一,它表示为发射光和后向传播本地振荡光(Back Propagated Local-oscillator, BPLO)在目标平面的积分<sup>[16]</sup>,这种方法可以降低计算两光束在传播路径光强的复杂性.激光雷达系统效率表示为<sup>[17]</sup>

$$\eta = \frac{R^2 \lambda^2}{A_R} \int_{-\infty}^{\infty} \langle I_T(\mathbf{p}, R) I_{\text{BPLO}}(\mathbf{p}, R) \rangle d\mathbf{p} \quad (1)$$

式中 $R$ 为探测范围, $\lambda$ 为发射光的波长, $A_R$ 为望远镜面积, $A_R = D^2 \pi/4$ , $D$ 为望远镜直径; $I_T(\mathbf{p}, R)$ 和 $I_{\text{BPLO}}(\mathbf{p}, R)$ 分别为发射光和后向传播本地振荡光在目标平面时的光强, $\mathbf{p}$ 表示目标平面, $p = |\mathbf{p}|$ .

对于双基站结构的外差激光雷达,发射望远镜与接收望远镜之间的距离很大,可以认为发射光和回波经过的大气湍流是独立的,因此双基站结构的系统效率积分部分可简化为

$$\int_{-\infty}^{\infty} \langle I_T(\mathbf{p}, R) \rangle \langle I_{\text{BPLO}}(\mathbf{p}, R) \rangle d\mathbf{p}$$

通常本地振荡光与发射光采用相同光束,即它们的光强均为 $I(\mathbf{p}, R)$ ,则系统效率表示为

$$\eta = \frac{R^2 \lambda^2}{A_R} \int_{-\infty}^{\infty} \langle I(\mathbf{p}, R)^2 \rangle d\mathbf{p} \quad (2)$$

由式(2)可知,研究激光雷达的系统效率,需要求出目标平面发射光的光强二阶矩.

设发射光为高斯光束

$$U(\mathbf{u}, 0) = \exp\left(-\frac{u^2}{w_0^2} - \frac{iku^2}{2F_0}\right) \quad (3)$$

式中 $w_0$ 为 $1/e$ 光强处的光半径, $F_0$ 为相前曲率半径, $\mathbf{u}$ 为发射平面, $u = |\mathbf{u}|$ .

根据Huygens-Fresnel积分公式,在自由空间下探测距离为 $R$ 时到达探测目标的光束为<sup>[18]</sup>

$$u^f(\mathbf{p}, R) = \frac{1}{1+i\gamma R} \exp\left[ikR - \frac{k\gamma R p^2}{2R(1+i\gamma R)}\right] \quad (4)$$

式中 $\gamma = 2/kw_0 + i/F_0$ 为与光斑大小和相前曲率半径有关的参量, $k = 2\pi/\lambda$ 为波数.因此自由空间目标平面的光强为 $I^f = |u^f|^2$ .

在湍流大气中,目标平面光强的二阶矩可表示为

$$\langle I^2(\mathbf{p}, R) \rangle = (\sigma_r^2(\mathbf{p}, R) + 1) \langle I(\mathbf{p}, R) \rangle^2 \quad (5)$$

式中 $\sigma_r^2(\mathbf{p}, R)$ 为目标平面光强的闪烁指数, $\langle I(\mathbf{p}, R) \rangle$ 为目标平面的平均光强.

### 1.1 平均光强

利用Rytov近似,弱湍流倾斜路径下目标平面的平均光强表示为<sup>[18]</sup>

$$\langle I(\mathbf{p}, R) \rangle = \frac{\omega_0}{\omega} \exp\left(-\frac{2p^2}{\omega^2}\right) \exp[2\sigma_r^2(\mathbf{p}, R) - T] \quad (6)$$

式中 $\omega$ 为到达目标平面的光斑半径

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_r^2(\mathbf{p}, R) &= 2\pi^2 k^2 R \int_0^1 \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa, \alpha, h) \times \\ &\exp\left(-\frac{\Delta R \kappa^2 \xi^2}{k}\right) [I_0(2\Delta p \kappa \xi) - 1] d\kappa d\xi \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} T &= 4\pi^2 k^2 R \int_0^1 \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa, \alpha, h) \times \\ &\left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta R \kappa^2 \xi^2}{k}\right)\right] d\kappa d\xi \end{aligned} \quad (8)$$

$\bar{\sigma}_r^2(\mathbf{p}, R)$ 为大气湍流在径向引起的平均光强变化, $T$ 为大气湍流在光轴上引起的平均光强的变化, $I_0(x)$ 为修正的贝塞尔函数, $\Delta = \Delta_0 / (\Theta_0^2 + \Delta_0^2)$ , $\Delta_0 = 2R/kw_0^2$ , $\Theta_0 = 1 - R/F_0$ , $\xi = 1 - h/H$ , $H = R \cos(\theta)$ , $\theta$ 为天顶角, $H$ 为目标距离地面的垂直高度, $\Phi_n(\kappa, \alpha, h)$ 为大气湍流的功率谱,这里采用non-Kolmogorov功率谱

$$\Phi_n(\kappa, \alpha, h) = A(\alpha) \tilde{C}_n^2(h) \kappa^{-\alpha}, \kappa > 0, 3 < \alpha < 4 \quad (9)$$

式中 $\alpha$ 为广义指数, $A(\alpha) = \Gamma(\alpha - 1) \cos(\alpha\pi/2) / 4\pi$ . $\tilde{C}_n^2(h)$ 为广义的折射率结构常量,在倾斜路径下它随高度的变化而变化,单位为 $\text{m}^{3-\alpha}$ .当 $\alpha = 11/3$ 时,为Kolmogorov模型下折射率结构常量 $C_n^2(h)$ ,单位为 $\text{m}^{-2/3}$ .这里采用最常用的Hufnagel-Vally(H-V)模型<sup>[19]</sup>

$$\tilde{C}_n^2 = \alpha C_n^2 \quad (10)$$

$$\begin{aligned} C_n^2(h) &= 0.00594 \left(\frac{v}{27}\right)^2 (10^{-5}h)^{10} \exp\left(-\frac{h}{1000}\right) + \\ &2.7 \times 10^{-16} \exp\left(-\frac{h}{1500}\right) + 1.7 \times 10^{-14} \cdot \\ &\exp\left(-\frac{h}{100}\right) \end{aligned} \quad (11)$$

$\alpha$ 为常量1,单位为 $\text{m}^{11/3-\alpha}$ . $v$ 为高空风速,通常取 $v = 21 \text{ m/s}$ .

经过一系列积分计算可得 $\bar{\sigma}_r^2(\mathbf{p}, R)$ 和 $T$ 分别为

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_r^2(\mathbf{p}, R) &= \pi^2 k^{(6-\alpha)/2} R^{\alpha/2} A(\alpha) \Gamma\left(\frac{2-\alpha}{2}\right) \cdot \\ &\Delta^{(\alpha-2)/2} \frac{(2-\alpha)p^2}{\omega^2} X, \quad p < \omega \end{aligned} \quad (12)$$

$$T = -2\pi^2 k^{(6-\alpha)/2} R^{\alpha/2} A(\alpha) \Gamma\left(\frac{2-\alpha}{2}\right) \Delta^{(\alpha-2)/2} X \quad (13)$$

式中 $X = \int_0^1 \tilde{C}_n^2(h) \xi^{\alpha-2} d\xi$

因此,弱湍流倾斜路径下目标平面的平均光强表示为

$$\langle I(\mathbf{p}, R) \rangle = \frac{\omega_0}{\omega} \exp\left(-\frac{2p^2}{\omega^2}\right) \exp\left\{2\pi^2 k^{(6-\alpha)/2} R^{a/2} \cdot A(\alpha) \times \Gamma\left(\frac{2-\alpha}{2}\right) \Lambda^{(\alpha-2)/2} \left[1 + \frac{(2-\alpha)p^2}{\omega^2}\right] X\right\} \quad (14)$$

## 1.2 闪烁指数

弱湍流倾斜路径下的闪烁指数可表示为<sup>[18]</sup>

$$\sigma_i^2(\mathbf{p}, R) = \sigma_{i,r}^2(\mathbf{p}, R) + \sigma_{i,l}^2(R) \quad (15)$$

式中  $\sigma_{i,r}^2(\mathbf{p}, R) = 4\sigma_r^2(\mathbf{p}, R)$  为闪烁指数的径向分量,  $\sigma_{i,l}^2(R)$  为闪烁指数的纵向分量, 表示为

$$\sigma_{i,l}^2(R) = 8\pi^2 k^2 R \int_0^1 \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa, \alpha, h) \exp\left(-\frac{\Lambda R \kappa^2 \xi^2}{k}\right) \times \left[1 - \cos\left(\frac{R \kappa^2}{k} \xi (1 - \bar{\Theta} \xi)\right)\right] d\kappa d\xi \quad (16)$$

式中  $\bar{\Theta} = \Theta_0 / (\Theta_0^2 + \Lambda_0^2)$ .

经过一系列积分计算可得纵向分量  $\sigma_{i,l}^2(R)$  为

$$\langle I^2(\mathbf{p}, R) \rangle = (\sigma_i^2(\mathbf{p}, R) + 1) \langle I(\mathbf{p}, R) \rangle^2 = \left\{4\pi^2 k^{(6-\alpha)/2} R^{a/2} A(\alpha) \Gamma\left(\frac{2-\alpha}{2}\right) \left[\Lambda^{(\alpha-2)/2} \left(1 + \frac{2p^2 - \alpha p^2}{\omega^2}\right) X - Y\right] + 1\right\} \cdot \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \times \exp\left[-\frac{4p^2}{\omega^2}\right] \exp\left[4\pi^2 k^{(6-\alpha)/2} R^{a/2} A(\alpha) \Gamma\left(\frac{2-\alpha}{2}\right) \Lambda^{(\alpha-2)/2} \left(1 + \frac{2p^2 - \alpha p^2}{\omega^2}\right) X\right] \quad (19)$$

求得光强的二阶矩后, 通过数值计算就可得到外差激光雷达的系统效率.

## 2 数值计算及分析

对外差激光雷达系统在 non-Kolmogorov 弱湍流中斜程探测时的系统效率与各种参量的关系进行数值计算与分析. 图 1 为单/双基站外差激光雷达系统效率

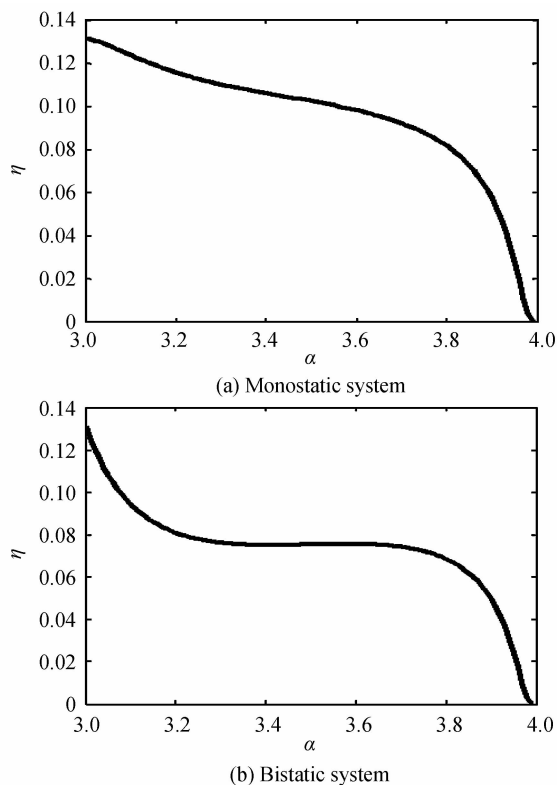


图 1 系统效率  $\eta$  与广义指数  $\alpha$  的关系  
Fig. 1 System efficiency  $\eta$  versus exponent parameter  $\alpha$

$$\sigma_{i,l}^2(R) = 4\pi^2 k^{(6-\alpha)/2} R^{a/2} A(\alpha) \Gamma\left(\frac{2-\alpha}{2}\right) \cdot (X \Lambda^{(\alpha-2)/2} - Y) \quad (17)$$

式中

$$Y = \int_0^1 \tilde{C}_n^2(h) [\Lambda^2 \xi^4 + \xi^2 (1 - \bar{\Theta} \xi)^2]^{(\alpha-2)/4} \times \cos\left[\left(\frac{\alpha-2}{2}\right) \tan^{-1}\left(\frac{1 - \bar{\Theta} \xi}{\Lambda \xi}\right)\right] d\xi$$

则弱湍流倾斜路径下的闪烁指数为

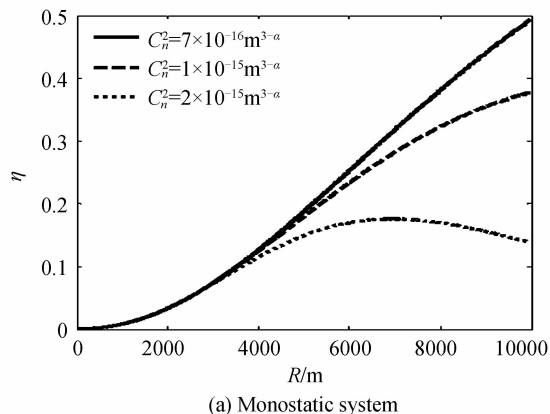
$$\sigma_i^2(\mathbf{p}, R) = 4\pi^2 k^{(6-\alpha)/2} R^{a/2} A(\alpha) \Gamma\left(\frac{2-\alpha}{2}\right) \times \left[\Lambda^{(\alpha-2)/2} \left(1 + \frac{2p^2 - \alpha p^2}{\omega^2}\right) X - Y\right] \quad (18)$$

将式(14)和式(18)代入式(5), 最终可得系统效率中的被积函数——光强的二阶矩为

$\eta$  与广义指数  $\alpha$  的关系. 发射孔径和接收孔直径均为  $D=0.17$  cm, 光束截断为  $1.25^{[20]}$  (也就是说  $D=1.25 \times 2\omega_0$ ). 波长  $\lambda=2$   $\mu\text{m}$ , 探测距离为  $R=4$  km, 天顶角  $\theta=60^\circ$ , 采用平行光 ( $\Theta_0=1$ ).

由图 1 可以看出, 对于单基站外差激光雷达, 随着广义指数的增大, 系统效率逐渐减小,  $\alpha > 3.8$  时, 下降幅度增大. 对于双基站结构, 广义指数  $\alpha < 3.2$  时, 系统效率  $\eta$  随着  $\alpha$  的增加而大幅下降,  $3.2 < \alpha < 3.8$  时  $\eta$  下降幅度不超过 0.01,  $\alpha > 3.8$  时  $\eta$  又以较大幅度降低. 这是因为  $\alpha < 3.2$  时, 随着  $\alpha$  的增大, 湍流对光强造成的影响较大<sup>[15]</sup>, 所以使系统效率减小, 而双基站结构的发射光和回波独立的探测路径使大气湍流对  $\eta$  的影响增大, 所以其  $\eta$  比单基站结构的  $\eta$  下降幅度大,  $\alpha > 3.8$  时, 光斑扩散严重<sup>[21]</sup>, 平均光强的减小使  $\eta$  降低.

系统效率  $\eta$  与折射率结构常量  $\tilde{C}_n^2$  的关系如图 2 和图 3, 其中  $\alpha=3.5$ , 其他设置与图 1 相同. 图 2 中斜程探测下  $R$  对  $\eta$  的影响与水平探测时相似<sup>[5]</sup>, 随着结构常量  $\tilde{C}_n^2$  的减小, 系统效率  $\eta$  增大. 由图 2(a) 和 (b) 两



(a) Monostatic system

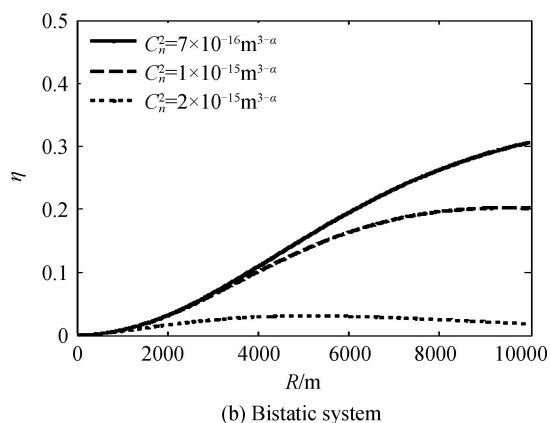


图2 不同  $\tilde{C}_n^2$  下系统效率  $\eta$  随探测距离  $R$  的变化  
Fig. 2 System efficiency  $\eta$  versus range  $R$  with different  $\tilde{C}_n^2$

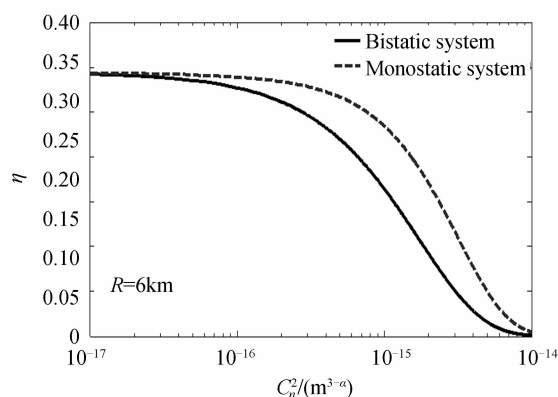


图3 湍流下单/双基站下系统效率  $\eta$  随  $\tilde{C}_n^2$  的变化  
Fig. 3 System efficiency  $\eta$  versus  $\tilde{C}_n^2$  with monostatic/bistatic system

图对比及图3可知,单基站的  $\eta$  比双基站的,也就是说单基站的性能更好,同时,在近场时,大气湍流对双基站结构激光雷达的影响也更显著。

系统效率  $\eta$  与天顶角  $\theta$  的关系如图4.图4中随着天顶角  $\theta$  的增大系统效率减小,因为当探测距离一定时, $\theta$  越大,光束在近地面传输的距离越长,受湍流的影响就越大,从而系统效率越小。

大气湍流下望远镜孔径的大小也影响着系统效率.系统效率  $\eta$  与望远镜孔径  $D$  的关系如图5.由图5可知,当  $D < 0.15$  cm 时系统效率减小,这是因为此时

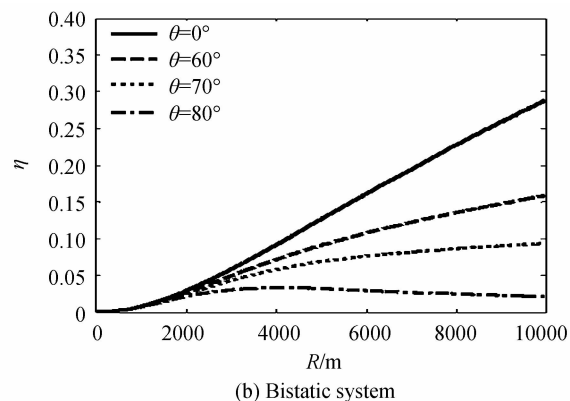
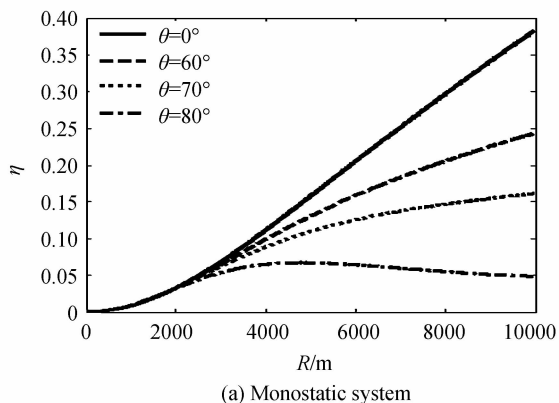


图4 不同天顶角  $\theta$  下系统效率  $\eta$  随探测距离  $R$  的变化  
Fig. 4 System efficiency  $\eta$  versus range  $R$  with different  $\theta$

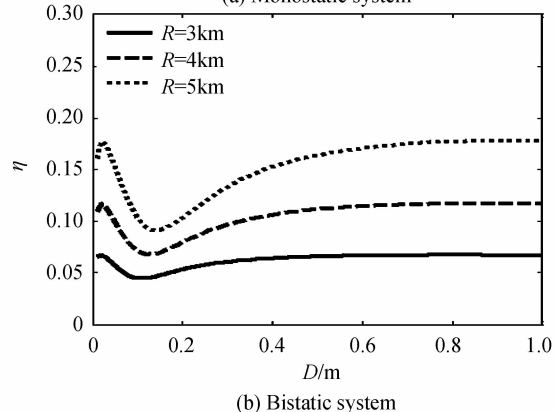
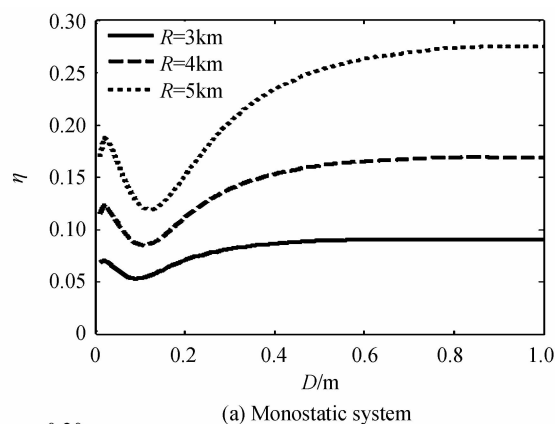


图5 系统效率  $\eta$  与望远镜孔径  $D$  的关系  
Fig. 5 System efficiency  $\eta$  versus aperture  $D$

$D$  小于发射光和 BPLO 光的相关长度,使闪烁指数增大,降低了系统效率.当  $0.15 \text{ cm} < D < 0.4 \text{ cm}$  时,系统效率逐渐升高,这是因为随着接收孔径的增大,可接受到的光信号增多,从而提高系统效率.当  $D > 0.4 \text{ cm}$  时, $\eta$  受望远镜孔径大小的影响逐渐降低,这是因为当接收孔径大于光斑半径时, $D$  的增大不会影响望远镜所接收到的光信号,则系统效率就不会再受到影响。

图6为平行光( $\Theta_0 = 1$ )、收敛光( $\Theta_0 < 1$ )和发散光( $\Theta_0 > 1$ )对系统效率  $\eta$  的影响.由图6可知,在近场时,收敛光的系统效率小于平行光,这是因为收敛光的相关长度大于平行光<sup>[22]</sup>,发射光和 BPLO 光的相关性更

大,其闪烁指数也更大,导致系统效率降低.随着探测距离的增大,发散光的 $\eta$ 高于其他两种光束,这是因为发散光的光半径较大<sup>[23]</sup>,式(2)中对目标平面的积分面积增大,进而增大了系统效率.

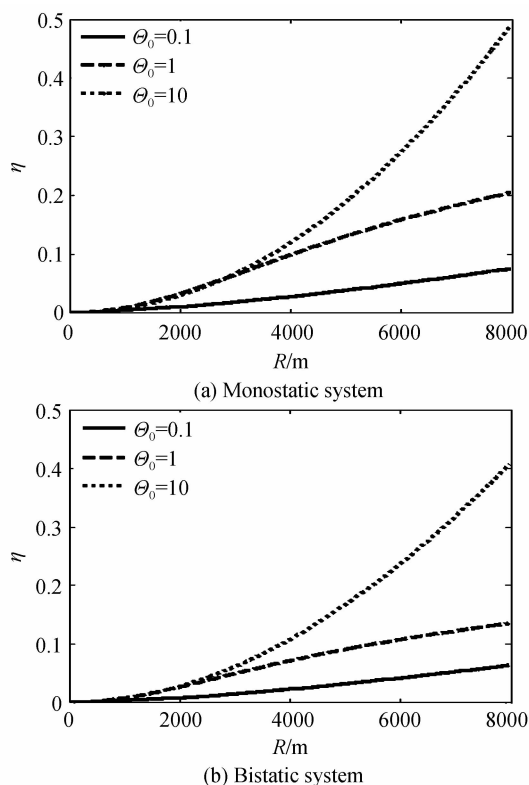


图6 不同光束类型 $\theta_0$ 下系统效率 $\eta$ 随探测距离 $R$ 的关系  
Fig.6 System efficiency  $\eta$  versus rang  $R$  with different  $\theta_0$

### 3 结论

本文对外差激光雷达系统在 non-Kolmogorov 弱湍流中斜程探测时的系统效率进行了研究,推导出外差激光雷达在 non-Kolmogorov 弱湍流中斜程探测时目标平面的平均光强和闪烁指数,并得出外差激光雷达的系统效率,详细讨论了广义指数、天顶角、结构常量、望远镜孔径、基站结构和光束类型对外差激光雷达系统效率的影响.当广义指数小于 3.2 或大于 3.8 时,系统效率随着广义指数的增大有较明显的减小;随着湍流强度的减小系统效率增大;天顶角越大,光束在近地面传输时间越长,受湍流影响越大,使系统效率降低;双基站结构外差激光雷达的发射波与回波经历的湍流是不相关的,这一特点使其系统效率小于单基站结构;由于发射光与后向传播本地振荡光的相关性,随着望远镜孔径的增大,系统效率存在最小值,孔径增大到一定程度时,系统效率便不再受其变化的影响.在近场时,因为收敛光的相关长度大于平行光,所以收敛光的系统效率小于平行光,但随着探测距离的增大,发散光的系统效率高于其他两种光束,这是因为发散光的较大的光半径使得目标平面的积分面积增大,进而增

大了系统效率.该研究对 non-Kolmogorov 湍流中的激光雷达探测有潜在的应用价值.

#### 参考文献

- [1] 戴永江. 激光雷达技术[M]. 电子工业出版社, 2010.
- [2] WEITKAMP C. Range-resolved optical remote sensing of the Atmosphere[M]. Springer, 2005.
- [3] FREHLICH R G. Effects of refractive turbulence on coherent laser radar[J]. *Applied Optics*, 1993, **32**(12): 2122-2139.
- [4] BANAKH V A, SMALIKHO I N, WERNER C. Numerical simulation of the effect of refractive turbulence on coherent lidar return statistics in the atmosphere[J]. *Applied Optics*, 2000, **39**(30): 5403-5414.
- [5] BELMONTE A, RYE B J. Heterodyne lidar returns in the turbulent atmosphere; performance evaluation of simulated systems[J]. *Applied Optics*, 2000, **39**(15): 2401-2411.
- [6] FREHLICH R. Effects of refractive turbulence on ground-based verification of coherent Doppler lidar performance[J]. *Applied Optics*, 2000, **39**(24): 4237-4246.
- [7] HE Wu-guang, WU Jian, YANG Chun-ping, *et al.* Numerical simulation of beam propagation through atmospheric turbulence for laser radar[C]. International Society for Optics and Photonics, 2007: 683225-683225-8.
- [8] HARDING C M, JOHNSTON R A, LANE R G. Fast simulation of a Kolmogorov phase screen[J]. *Applied Optics*, 1999, **38**(11): 2161-2170.
- [9] ZHANG Hui-min, LI Xin-yang. Numerical simulation of wavefront phase screen distorted by atmospheric turbulence[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2006, **33**(1): 14-19.
- [10] 张慧敏, 李新阳. 大气湍流畸变相位屏的数值模拟方法研究[J]. *光电工程*, 2006, **33**(1): 14-19.
- [11] BELMONTE A. Feasibility study for the simulation of beam propagation; consideration of coherent lidar performance[J]. *Applied Optics*, 2000, **39**(30): 5426-5445.
- [12] KOLMOGOROV A N. Local structure of turbulence in an incompressible fluid at very high reynolds numbers [J]. *Proceeding of the VSSR Academy of Science*, 1941, **30**: 301.
- [13] RAO Chang-hui, JIANG Wen-han, LING Ning. Spatial and temporal characterization of phase fluctuations in non-Kolmogorov atmospheric turbulence[J]. *Journal of Modern Optics*, 2000, **47**(6): 1111-1126.
- [14] ZILBERMAN A, GOLBRAIKH E, KOPEIKA N S. Lidar studies of aerosols and non-Kolmogorov turbulence in the Mediterranean troposphere [C]. International Society for Optics and Photonics, 2005: 598702.
- [15] TOSELLI I, ANDREWS L C, PHILLIPS R L, *et al.* Angle of arrival fluctuations for free space laser beam propagation through non Kolmogorov turbulence [C]. International Society for Optics and Photonics, 2007: 65510E.
- [16] TOSELLI I, ANDREWS L C, PHILLIPS R L, *et al.* Free-space optical system performance for laser beam propagation through non-Kolmogorov turbulence [J]. *Optical Engineering*, 2008, **47**(2): 026003.
- [17] RYE B J. Refractive-turbulence contribution to incoherent backscatter heterodyne lidar returns[J]. *The Journal of the Oriental Society of Australia*, 1981, **71**(6): 687-691.
- [18] RYE B J. Antenna parameters for incoherent backscatter heterodyne lidar[J]. *Applied Optics*, 1979, **18**(9): 1390-1398.
- [19] ANDREWS L C, PHILLIPS R L. Laser beam propagation through random media[M]. The International Society for

- Optical Engineering Press, 2005.
- [19] JIANG Yue-song, WANG Shuai-hui, OU Jun, *et al.* Average capacity of free space optical systems for a Laguerre-Gaussian beam propagating through non-Kolmogorov turbulence[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, **62**(21): 214201. 江月松,王帅会,欧军,等. 基于拉盖尔-高斯光束的通信系统在非Kolmogorov湍流中传输的系统容量[J]. *物理学报*, 2013, **62**(21): 214201.
- [20] RYE B J, FREHLICH R G. Optimal truncation and optical efficiency of an apertured coherent lidar focused on an incoherent backscatter target[J]. *Applied Optics*, 1992, **31**(15): 2891-2899.
- [21] TOSELLI I, ANDREWS L C, PHILLIPS R L, *et al.* Free space optical system performance for a Gaussian beam propagating through non-Kolmogorov weak turbulence[J]. *Optical Engineering*, 2009, **57**(6): 1783-1788.
- [22] CHEN Zhi-xiao, YU Song, WANG Tianyi, *et al.* Spatial correlation for transmitters in spatial MIMO optical wireless links with Gaussian-beam waves and aperture effects[J]. *Optics Communications*, 2013, **287**: 12-18.
- [23] TANG Hua, YUAN Xue-jing, WANG Bao-qiang. Scintillation optimization of linear Gaussian beam array propagating through weak turbulence[J]. *Journal of Modern Optics*, 2013 (ahead-of-print): 1-8.