doi:10.3788/gzxb20154412.1227001

频率非简并第Ⅰ类自发参量下转换纠缠光子对量子特性

李百宏[1],王豆豆[1],张涛[1],刘伟[1],李永放[2]
(1 西安科技大学 理学院 ,西安 710054)
(2 陕西师范大学 物理学与信息技术学院 ,西安 710062)

摘 要:理论研究了频率非简并第Ⅰ类自发参量下转换过程中产生的纠缠光子对的量子特性,且与频率简并的情况做了对比.通过纠缠光子对的联合谱强度分析了纠缠光子对的光谱特性及纠缠特性;通过洪-区-曼德尔干涉仪和马赫-曾德尔干涉仪分析了纠缠光子对的量子干涉特性.结果表明:脉冲泵浦作用下,由于频率非兼并使得相位匹配函数不对称,导致两纠缠光子可区分,量子干涉可见度减小.随着泵浦脉冲频宽的增加,这种效应更加明显.连续激光泵浦时,相位匹配函数是对称的,得到最大的纠缠度和量子干涉可见度.该研究为频率非简并纠缠光子源在各种量子信息方案中的应用提供理论指导.

关键词:纠缠光子对;第Ⅰ类自发参量下转换;量子干涉;非简并
中图分类号:O431.2 **文献标识码**:A **文章编号**:1004-4213(2015)12-1227001-6

Quantum Properties of Entangled Biphotons Generated via Frequency-nondegenerate Type-I Spontaneous Parametric Down-conversion

LI Bai-hong, WANG Dou-dou, ZHANG Tao, LIU Wei, LI Yong-fang
(1 *College of Science, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an* 710054, *China*)
(2 *School of Physics and Information Technology, Shaanxi Normal University, Xi'an* 710062, *China*)

Abstract: The quantum properties of entangled biphotons generated via frequency-nondegenerate type-I Spontaneous Parametric Down-Conversion (SPDC) were studied in theory, and compared with that of frequency-degenerate type-I SPDC. The properties of spectrum and entanglement of entangled biphotons in both cases were analyzed by the joint spectral intensity; the property of quantum interference was given by the results of Hong-Ou-Mandel interferometer and Mach-Zehnder interferometer. The results show that, for pulse pumping, the phase-matching function is shown to be asymmetric as a result of frequency-nondegenerate, which leads to entangled biphotons distinguishable and quantum interference visibility was reduced. As the pump bandwidth is increased, this effect becomes more pronounced. For monochromatic pumping, the phase-matching function is shown to be symmetric, which results in maximum entanglement and quantum interference visibility. These results provide a theoretical basis for the applications of frequency-nondegenerate entangled photon source in various quantum information schemes.

Key words: Entangled biphotons; Type-I spontaneous parametric down-conversion; Quantum interference; Non-degenerate
OCIS Codes: 270.0270;190.4410;270.4180;270.5585

基金项目:国家自然科学基金(Nos. 11504292,61201088,11405127)、陕西省自然科学基础研究计划项目(Nos. 2014JQ8335,2015JM1027)和西安科技大学博士启动金项目(No. 2015QDJ060)资助
第一作者(通讯作者):李百宏(1985—),男,工程师,博士,主要研究方向为量子光学、非线性光学. Email:baihongli@xust.edu.cn
收稿日期:2015-07-06;**录用日期**:2015-09-29

0 引言

纠缠光源已被广泛应用于量子信息[1]、量子度量衡[2-3]，量子成像[4-5]等领域的实验研究中. 目前，产生纠缠光子源的有效方法是自发参量下转换(Spontaneous Parametric Down-Conversion, SPDC)[6-7]，它是利用一束高频强光作用非线性晶体同时产生两个低频纠缠光子对(分别称为信号光(signal)和闲散光(idler))的过程，利用该方法可以产生偏振、时间-能量、频率等各种光子自由度形式的纠缠源. 对于常用的负单轴晶体，第 II 类(e→o+e)SPDC 产生的是正交偏振纠缠光子对，其特性已有很多的理论和实验研究[8-10]. 第 I 类(e→o+o)SPDC 产生的是具有相同偏振方向的纠缠光子对，这也是产生纠缠光子源的主要方式[11]. 2008 年，So-Young Baek[12-13]等人研究了第 I 类 SPDC 产生的频率兼并和非兼并纠缠光子对的光谱特性. 2009 年，卢宗贵[14]等人研究了第 I 类 SPDC 产生的纠缠双子光谱分布特性。然而，这些光谱特性会对纠缠光子对的纠缠特性和量子干涉特性产生怎样的影响，目前鲜有报道. 频率非简并是指通过 SPDC 产生的纠缠光子对中心频率不相同，在实际的纠缠光源产生中较常见。这种纠缠光源对执行包括量子通讯[15-17]、高维量子态[18-21]、光与物质量子界面[22-23]、量子度量衡[2-3]等量子信息方案非常重要.

本文考虑频率非简并第 I 类 SPDC 产生的纠缠光子对，理论研究了相位匹配条件所对应的相位匹配函数的性质，并讨论了其对纠缠光子对光谱特性、纠缠特性和量子干涉特性的影响，为其在实际中的应用提供理论依据.

1 纠缠光子对光谱及纠缠特性

自发参量下转换所产生的纠缠光子对波函数为[9]

$$|\psi\rangle = C\int \mathrm{d}\omega_{\mathrm{s}}\int \mathrm{d}\omega_{\mathrm{i}} A(\omega_{\mathrm{s}},\omega_{\mathrm{i}})a_{\mathrm{s}}^{\dagger}(\omega_{\mathrm{s}})a_{\mathrm{i}}^{\dagger}(\omega_{\mathrm{i}})|0\rangle \tag{1}$$

式中，C 是常数，$a_{\mathrm{s}}^{\dagger}(\omega_{\mathrm{s}})$，$a_{\mathrm{i}}^{\dagger}(\omega_{\mathrm{i}})$ 分别是信号光和闲散光的产生算符，$|0\rangle$ 为真空态. $A(\omega_{\mathrm{s}},\omega_{\mathrm{i}})=\alpha(\omega_{\mathrm{s}}+\omega_{\mathrm{i}})\cdot\Phi(\omega_{\mathrm{s}},\omega_{\mathrm{i}})$ 为联合谱函数. $\alpha(\omega_{\mathrm{s}}+\omega_{\mathrm{i}})$，$\Phi(\omega_{\mathrm{s}},\omega_{\mathrm{i}})$ 分别是泵浦线型函数和相位匹配函数. 泵浦线型函数是泵浦脉冲函数时域分布的傅里叶变换，它保证了能量守恒，即下转换过程只允许产生光子对的频率之和等于泵浦频率的情况. 由于泵浦线型函数依赖于信号光和闲散光频率之和，因此 ω_{s}，ω_{i} 是对称的. 对一个给定的泵浦光子，相位匹配函数决定了能量如何分配. 相位匹配函数可表示为

$$\Phi(\omega_{\mathrm{s}},\omega_{\mathrm{i}})=\mathrm{sinc}[\Delta \boldsymbol{k}L/2] \tag{2}$$

式中，L 为非线性晶体的长度. $\Delta\boldsymbol{k}=\boldsymbol{k}_{\mathrm{s}}(\omega_{\mathrm{s}})+\boldsymbol{k}_{\mathrm{i}}(\omega_{\mathrm{i}})-\boldsymbol{k}_{\mathrm{p}}(\omega_{\mathrm{p}})$ 为径向相位失配量. $\boldsymbol{k}_{\mathrm{p}}$，$\boldsymbol{k}_{\mathrm{s}}$，$\boldsymbol{k}_{\mathrm{i}}$ 分别是泵浦光，信号光，闲散光波矢量，其振幅大小 $k_r=\omega_r n(\omega_r,T)/c$，$r=\mathrm{p,s,i}$，$n(\omega_r,T)$ 为折射率，c 是真空中的光速. 本文暂未考虑温度对折射率的影响.

为简化分析，考虑下转换的信号光、闲散光与泵浦光在同一方向传播即共线的情况. 频率非简并是指信号光、闲散光有不同的中心频率. 此时相位匹配函数不对称，信号光和闲散光的光谱出现差异，是可区分的. 以下讨论这种不对称性和光谱差异对产生的纠缠光子对量子特性的影响.

由于晶体中的色散效应，波矢 $\boldsymbol{k}_j$ 是 $\omega_j(j=\mathrm{s,i})$ 的函数. 设 $\omega_r=\Omega_r+\upsilon_r$，$r=\mathrm{p,s,i}$；$\Omega_r$，$\upsilon_r$ 分别表示对应光场的中心频率和频率的偏移量. 将 $k_j(\omega)$ 按级数展开取一阶项(高阶项的贡献很小，可以忽略)有：$k_r=K_r+\upsilon_r/u_r(\Omega_r)$；并利用关系 $K_s+K_i=K_p$，$\upsilon_p=\upsilon_s+\upsilon_i$，得到 $\Delta k=-(\upsilon_p D_+ +\upsilon_- D/2)$，其中，$\upsilon_p=\omega_p-\Omega_p=\omega_s+\omega_i-\Omega_p$，$\upsilon_-=\upsilon_i-\upsilon_s$，$\Omega=\Omega_s-\Omega_i$ 是信号光和闲散光中心频率的偏移量. $D=1/u_s-1/u_i$ 为逆群速度之差，DL 的物理意义是信号光和闲散光在晶体中传播的时间差；$D_+=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{u_s}+\frac{1}{u_i}\right)-\frac{1}{u_p}$，$D_+L$ 表示信号光和闲散光在晶体中传播的平均时间与泵浦光传播的时间差，D，D_+ 的大小、正负均取决于晶体的性质. 此时，相位匹配函数变为

$$\begin{cases}\Phi(\omega_{\mathrm{s}},\omega_{\mathrm{i}})=\mathrm{sinc}\{[-(\omega_{\mathrm{s}}+\omega_{\mathrm{i}}-\Omega_{\mathrm{p}})D_+ - \\ \qquad (\omega_{\mathrm{i}}-\omega_{\mathrm{s}}+\Omega)D/2]L/2\} \\ \Phi(\omega_{\mathrm{i}},\omega_{\mathrm{s}})=\mathrm{sinc}\{[-(\omega_{\mathrm{i}}+\omega_{\mathrm{s}}-\Omega_{\mathrm{p}})D_+ - \\ \qquad (\omega_{\mathrm{s}}-\omega_{\mathrm{i}}-\Omega)D/2]L/2\}\end{cases} \tag{3}$$

若频率简并，即 $\Omega=0$，则产生的纠缠光子对完全相同，完全不可区分. 相位匹配函数关于 ω_{s}，ω_{i} 是对称的，即 $\Phi(\omega_{\mathrm{s}},\omega_{\mathrm{i}})=\Phi(\omega_{\mathrm{i}},\omega_{\mathrm{s}})$，此时 Δk 按级数展开后一阶项为零，需考虑二阶项的影响[8]，即：$\Delta k=-\upsilon_{\mathrm{p}}D_+ -\upsilon_- D''/4$，$D''$ 表示群速度色散(Group Velovity Dispersion, GVD)参量. 若频率不简并，即 $\Omega\neq 0$，从式(3)可以看到，当 ω_{s} 和 ω_{i} 交换后，相位匹配函数是不对称的. 即 $\Phi(\omega_{\mathrm{s}},\omega_{\mathrm{i}})\neq\Phi(\omega_{\mathrm{i}},\omega_{\mathrm{s}})$，信号光和闲散光的单光子谱不同，是可区分的. 这将影响纠缠光子对的量子干涉特性和纠缠特性.

纠缠光子对联合谱强度表示为 $|A(\omega_{\mathrm{s}},\omega_{\mathrm{i}})|^2$，信号光和闲散光的单光子谱强度是纠缠光子对联合谱强度分别沿信号光和闲散光频率方向的投影，即

$$\begin{cases}|\zeta_{\mathrm{s}}(\omega_{\mathrm{s}})|^2=\int \mathrm{d}\omega_{\mathrm{i}}\,|\alpha(\omega_{\mathrm{s}}+\omega_{\mathrm{i}})\Phi(\omega_{\mathrm{s}},\omega_{\mathrm{i}})|^2 \\ |\zeta_{\mathrm{i}}(\omega_{\mathrm{i}})|^2=\int \mathrm{d}\omega_{\mathrm{s}}\,|\alpha(\omega_{\mathrm{s}}+\omega_{\mathrm{i}})\Phi(\omega_{\mathrm{i}},\omega_{\mathrm{s}})|^2\end{cases} \tag{4}$$

设光场脉冲线型为高斯型 $\alpha(\omega_{\mathrm{p}})\propto\exp[-(\omega_{\mathrm{p}}-\Omega_{\mathrm{p}})^2/2\sigma^2]$，对应频宽为 σ，其数量为 $10^{-13}\,\mathrm{s}^{-1}$. 根据参考文献[24]的数据，在本文的理论计算中取泵浦光的中心波长 $\lambda_{\mathrm{p}}=420$ nm，$D=1.0\times10^{-13}$ s/mm，$D_+=-1.8\times$

10^{-13} s/mm，$L=1$ mm. $D''=1\times10^{-25}$ s^2/mm. 为方便描述，作图时画出谱强度随波长的演化规律 $|\zeta(\lambda)|^2$.

图 1 为频率非简并和频率简并时纠缠光子对联合谱强度的分布，可以看到信号光和休闲光的频率是反关联的，即随着信号光频率（波长）的增加，休闲光频率（波长）减小. 图 1(a)，(b)，(c)分别为 $\sigma=2$，$\sigma=10$，$\sigma\to0$ 时频率非简并纠缠光子对联合谱强度，可以看到，由于光子对频率非简并，图形的中心不在泵浦光中心波长的 2 倍即 840 nm 的位置，而是有所偏移，这种偏移使得相位匹配函数不对称，因而泵浦光有频宽时联合谱强度图形关于 $\lambda_i=\lambda_s$ 轴是不对称的（图 1(a)，(b)），随着泵浦光频宽的增大，有更多的泵浦光子参与频率下转换，信号光和闲散光光谱也扩大，这种不对称性更加明显. 这使两纠缠光子对光谱出现差异，其谱线不可区分性降低，最终导致量子干涉可见度下降. 当泵浦光频宽接近零，即连续光时，此时联合谱强度图形关于 $\omega_i=\omega_s$ 对称，如图 1(c). 此时，两纠缠光子对线宽很窄，且完全相同，完全不可区分，因此会得到最大量子干涉可见度. 影响这种对称性的关键参数是非线性晶体的厚度 L 和 D_+，由式(3)可以看到，当 $D_+=0$ 时，相位匹配函数是对称的；或者当 L 足够长时，相位匹配函数近似用函数 $\delta(\omega_s-\omega_i)$ 代替，此时联合谱强度图形关于 $\lambda_i=-\lambda_s$ 是对称的，只由泵浦脉冲光场决定，产生的是正关联的同频率纠缠光子对，即休闲光和闲散光频率相同，且随着信号光频率（波长）的增加，休闲光频率（波长）也是增加的. 这种纠缠光源可以通过扩展相位匹配条件实现[25]. 而单光子谱的宽度则由信号光和闲散光的逆群速度之差 D 决定，D 越小，单光子谱越宽. D，D_+ 的大小及正负对特定的晶体（如 BBO）随中心波长的变化而各不相同[10]. 图 1(d)为频率简并纠缠光子对联合谱强度，可以看到，由于光子对频率简并，图形的中心在泵浦光中心波长的 2 倍即 840 nm 的位置. 联合谱强度图形关于 $\lambda_i=\lambda_s$ 轴是对称的，纠缠光子对谱完全相同，完全不可区分，因此也将得到最大量子干涉可见度. 另外，由于频率简并时相位失配受二阶项的影响，而频率非简并时相位失配只取一阶项，因而频率简并时得到的纠缠光子对光谱要比频率非简并时得到的更宽.

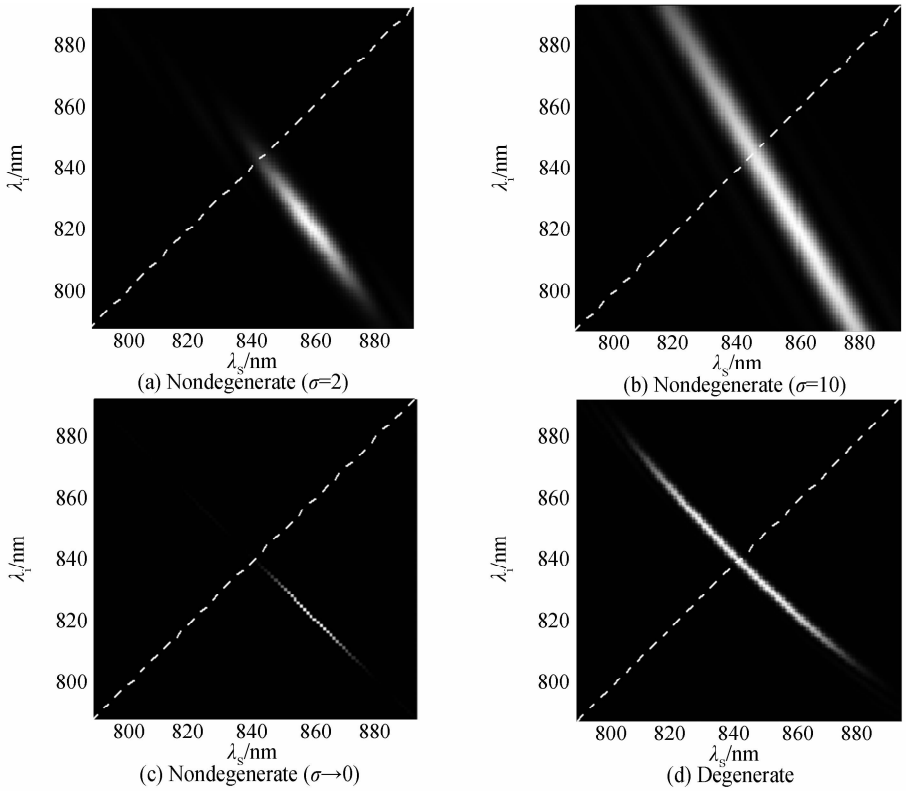

图 1　纠缠光子对联合谱强度

Fig. 1　The joint spectral intensity of entangled biphtons

此外，在纠缠光子对联合谱强度分布图中，联合谱宽度可以反应光子对间关联区域大小，即纠缠度的大小[26]. 泵浦光频宽越大，联合谱越宽，关联区域越大，两纠缠光子间关联性和纠缠度越小. 因为对一个给定的信号光光子而言，联合谱越宽，和它相关联的闲散光子的范围越大. 因而其关联性和纠缠度下降. 连续激光泵浦时，其频宽非常窄，因此纠缠光子对是强关联的，因而纠缠度最大. 联合谱宽度还与晶体的厚度有关，晶体越厚，联合谱越窄，关联性和纠缠度越大. 但晶体变厚时会使得到的纠缠光源强度减弱.

图 2 为信号光(s)和闲散光(i)的单光子谱强度分布图,可以看到,由于频率非兼并,信号光和闲散光中心频率(波长)有偏移,使单光子谱各不相同,是可区分的,且这种偏移的程度越大,他们的单光子谱差异越大,可区分性越大.这是由频率非简并导致相位匹配函数不对称引起的.而在频率简并第 II 类 SPDC 中,虽然频率是简并的,但由于产生的信号光和闲散光本身存在差异,因此也出现上述结果.若在第 I 类 SPDC 中频率是简并的,则信号光和闲散光中心频率相同,单光子谱完全相同,完全不可区分[24].

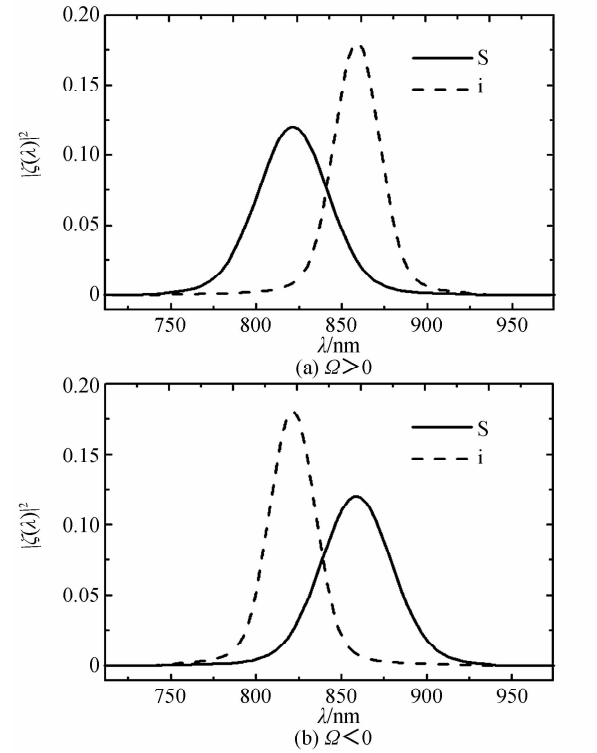

图 2 频率非简并时信号光(s)和闲散光(i)的单光子谱强度

Fig. 2 The single-photon spectra of signal and the idler photons at frequency-nondegenerate type-I SPDC

2 量子干涉特性

纠缠光子对量子干涉特性可以用洪-区-曼德尔(Hong-Ou-Mandel, HOM)干涉仪[27]和马赫-曾德尔(Mach-Zehnder, MZ)干涉仪[28]来反映.如图 3,图(a)为 HOM 量子干涉实验装置图,图(b)为 MZ 量子干涉实验装置图.泵浦场(pump)进入非线性晶体产生第 I 类 SPDC,出射光反射后 45°角进入分束器(BS(50/50)),两个探测器 1,2 探测到的信号到达符合计数器(Coincidence Counter, CC)符合计数,τ 为两干涉臂的延迟时间.干涉结果是光场二阶相关函数 $G^{(2)}(t_1,t_2;\tau)$ 在测量时间内的平均值,即平均符合计数率,它的定义为 $R(\tau)=\frac{1}{T}\iint_0^T \mathrm{d}t_1\mathrm{d}t_2 G^{(2)}(t_1,t_2;\tau)$,其中,$T$ 是探测时间.对于 HOM 干涉仪和 MZ 干涉仪,其干涉结果分别为[25]

$$R_{\mathrm{HOM}}(\tau)\propto\iint \mathrm{d}\omega_s\mathrm{d}\omega_i\,|\,\alpha(\omega_s+\omega_i)\,|^2\,|\,\Phi(\omega_s,\omega_i)-\Phi(\omega_i,\omega_s)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\omega_i-\omega_s)\tau}\,|^2 \tag{5}$$

$$R_{\mathrm{MZ}}(\tau)\propto\iint \mathrm{d}\omega_s\mathrm{d}\omega_i\,|\,\alpha(\omega_s+\omega_i)\,|^2\,|\,\Phi(\omega_s,\omega_i)\sin(\omega_s\tau/2)\cdot\sin(\omega_i\tau/2)-\Phi(\omega_i,\omega_s)\cos(\omega_i\tau/2)\cos(\omega_s\tau/2)\,|^2 \tag{6}$$

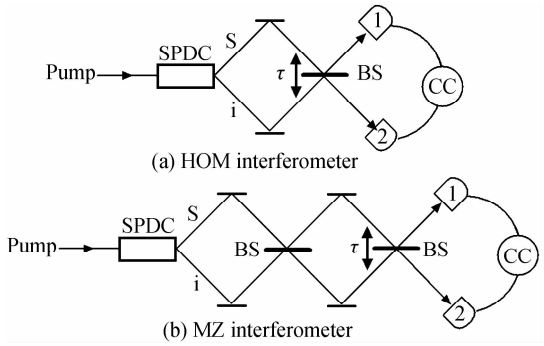

图 3 量子干涉实验装置

Fig. 3 Experimental setups for measuring quantum interference

若频率简并,即相位匹配函数关于 ω_s,ω_i 是对称的,则干涉结果变为

$$R_{\pm}(\tau)\propto\iint \mathrm{d}\omega_s\mathrm{d}\omega_i\,|\,\alpha(\omega_s+\omega_i)\Phi(\omega_s,\omega_i)\,|^2\cdot\{1\pm\cos[(\omega_i\pm\omega_s)\tau]\} \tag{7}$$

正号代表 MZ 干涉结果,负号代表 HOM 干涉结果.可见,MZ 干涉结果测量的是频率和这部分,而 HOM 干涉结果测量的是频率差这部分.

从图 4 中可以看到,HOM 量子干涉结果是一个"V"字型干涉图,干涉图的宽度由DL决定.随着泵浦

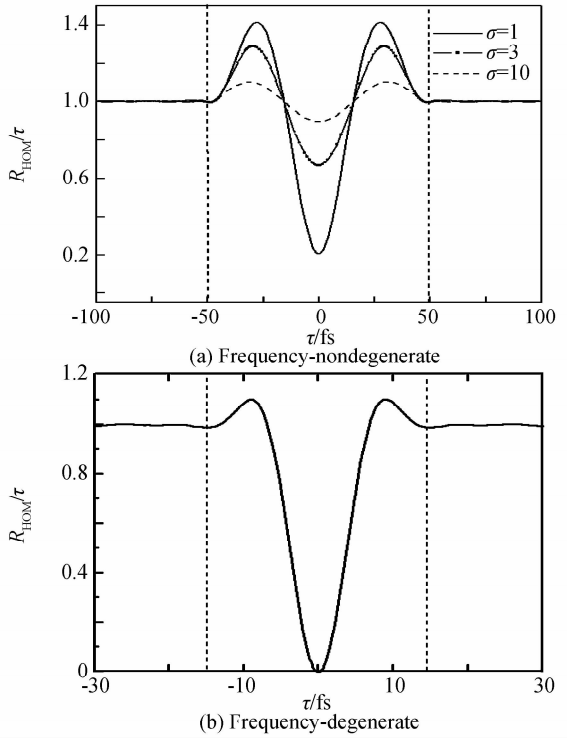

图 4 HOM 量子干涉结果随干涉臂延迟时间的演化

Fig. 4 The results of HOM quantum interference as a function of the delay time between interferometric arms

频宽的增加，干涉可见度逐渐下降，连续激光泵浦时干涉可见度最大. 这是由光子对频率非简并使相位匹配函数不对称所引起的，不对称程度越大，干涉可见度越小. 若频率简并，则相位匹配函数对称，干涉可见度最大. 此外，HOM 量子干涉可见度只与泵浦频宽有关，与晶体的厚度无关. 而晶体的厚度则会影响量子干涉精度，纠缠光源强度及纠缠度. 随着晶体厚度的增加，量子干涉精度会逐渐减小，纠缠光源强度逐渐减弱，但纠缠度却逐渐增加.

图 5(a)，(b)分别为频率非简并和简并时 MZ 量子干涉结果，频率简并时相位匹配函数是对称的，因而干涉可见度最大，非简并时相位匹配函数是不对称的，因而干涉可见度减小，且相位匹配函数不对称程度越大，干涉可见度越小. 此外，MZ 量子干涉可见度与泵浦频宽无关，而与晶体的厚度有关，随着晶体厚度的增大，MZ 量子干涉可见度减小. 由于 MZ 量子干涉可见度与泵浦频宽无关，因而，单独用 MZ 量子干涉无法完全描述这种纠缠光源的量子干涉结果. 必须用 HOM 量子干涉加以区分. 该结果与频率简并第 II 类 SPDC 所得结果是类似的. 虽然这两种情况下纠缠光子对的不可区分性都减小，出现了类似的量子干涉结果，但他们的产生机理却是不同的. 在频率简并第 II 类 SPDC 情况下，是信号光和闲散光本身的差异导致量子干涉可见度的降低，而在频率非简并第 I 类 SPDC 情况下，信号光和闲散光的差异是由他们的中心频率

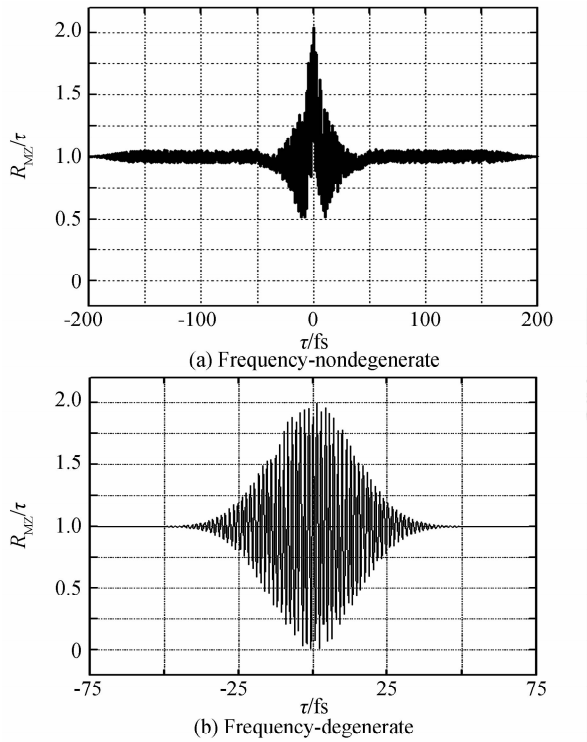

图 5　MZ 量子干涉结果随干涉臂延迟时间的演化

Fig. 5 The results of MZ quantum interferenceas a function of the delay time between interferometric arms

不同而导致的. 而这种差异都会随着光在晶体或介质中的传输被放大. 因而，实际中若想得到高可见度的量子干涉结果，必须从他们各自的产生机理出发，想办法恢复纠缠光子对的不可区分性，从而得到高纠缠度的纠缠光源和高可见度的量子干涉结果.

3　结论

理论研究了频率非简并第 I 类 SPDC 过程中产生的纠缠光子对光谱特性、纠缠特性及量子干涉特性. 结果表明，脉冲泵浦作用下，由于频率的非兼并，使相位匹配函数不对称，导致两纠缠光子可区分，量子干涉可见度减小. 随着泵浦频宽的增加，这种效应更加明显. 实际中，可以使用很薄的非线性晶体(～100 μm)或在探测器前使用窄带干涉滤光片来提高量子干涉可见度，但不足是会减弱探测信号强度. 连续激光泵浦时，相位匹配函数是对称的，得到最大的纠缠度和量子干涉可见度. 该结果与频率简并的第 II 类自发参量下转换所得结果类似，但他们的产生机理是不同的. 本文结果有助于理解频率非简并第 I 类 SPDC 纠缠光子对的光谱特性、纠缠特性及量子干涉特性，为这一纠缠光源在各种量子信息方案中的应用提供理论依据.

参考文献

[1] BOUWMEESTER D, EKERT A, ZEILINGER A . The physics of quantum information[M]. Berlin: Springer, 2001.

[2] GIOVANNETTI V, LLOYD S, MACCONE L. Advances in quantum metrology[J]. *Nature Photonics*, 2011, **5**: 222-229.

[3] LI Yong-fang, WANG Zhao-hua, LI Bai-hong, *et al*. Experimental scheme design and analysis for the quantum spatial positioning with pulse laser[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(10): 1811-1815.
李永放，王兆华，李百宏 等. 脉冲激光作用下的量子定位实验方案的设计及分析[J]. 光子学报，2010，**39**(10)：1811-1815.

[4] PITTMAN T B, SHIH Y H, STREKALOV D V, *et al*. Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement[J]. *Physical Review A*, 1995, **52**(5): R3429-R3432.

[5] ANGELO M D, KIM Y H, KULIK S P, *et al*. Identifying entanglement using quantum ghost interference and imaging [J]. *Physical Review Letters*, 2004, **92**(23): 452 - 453.

[6] KLYSHKO D N. Photons and nonlinear optics [M]. New York: Gordon and Breach, 1998.

[7] BURNHAM D C, WEINBERG D L. Observation of simultaneity in parametric production of optical photon pairs [J]. *Physical Review Letters*, 1970, **25**(2): 84-87.

[8] TIMOTHY E K , MORTON H R. Theory of two-photon entanglement for spontaneous parametric down-conversion driven by a narrow pump pulse[J]. *Physical Review A*, 1997, **56**(2): 1534-1541.

[9] GRICE W P, WALMSLEY I A. Spectral information and distinguishability in type-II down-conversion with a broadband pump[J]. *Physical Review A*, 1997, **56**(2): 1627-1634.

[10] KIM Y H, GRICE W P. Generation of pulsed polarization-entangled two-photon state via temporal and spectral engineering[J]. *Journal of Modern Optics*, 2002, **49**(14): 2309-2323.

[11] YUN Juan-juan, YU Kan, FU Jia-qi. Spontaneous parametric down conversion in type-I BBO crystal pumped by femtosecond pulses[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(9): 1376-1380.
尹娟娟,俞侃,包佳祺. 飞秒激光泵浦I类BBO晶体中自发参量下转换的研究[J]. 光子学报, 2011, **40**(9): 1376-1380.

[12] BAEK S Y, KIM Y H. Spectral properties of entangled photon pairs generated via frequency-degenerate type-I spontaneous parametric down-conversion [J]. *Physical Review A*, 2008, **77**(4): 1912-1917.

[13] BAEK S Y, KIM Y H. Spectral properties of entangled photons generated via type-I frequency-nondegenerate spontaneous parametric down-conversion [J]. *Physical Review A*, 2009, **80**(3): 2962-2964.

[14] LU Zong-Gui, LIU Hong-Jun, JING Feng, *et al*. Theoretical analysis of spectral properties of parametric fluorescence via spontaneous parametric down-conversion[J]. *Acta Physics Sinica*, 2009, **58**(7): 4689-4696.
卢宗贵,刘红军,景峰,等. 基于自发参量下转换产生参量荧光的光谱分布特性理论分析[J]. 物理学报, 2009, **58**(7): 4696.

[15] FEDRIZZI A, HERBST T, POPPE A, *et al*. A wavelength-tunable fiber-coupled source of narrowband entangled photons [J]. *Optics Express*, 2007, **15**(23): 15377-15386.

[16] KIM Y H, KULIK S P, SHIH Y. Quantum teleportation of a polarization state with a complete bell state measurement. [J]. *Physical Review Letters*, 2001, **86**(7): 1370-1373.

[17] ARCIKIC I, DE RIDMATTEN H, TITTEL W, *et al*. Long-distance teleportation of qubits at telecommunication wavelengths[J]. *Nature*, 2003, **421**(6922): 509-513.

[18] DE RIEDMATTEN H, MARCIKIC I, SCARANI V, *et al*. Tailoring photonic entanglement in high-dimensional Hilbert spaces[J]. *Physical Review A*, 2004, **69**(5): 050304(R).

[19] BAEK S Y, KIM Y H. Generating entangled states of two ququarts using linear optical elements[J]. *Physical Review A*, 2007, **75**(3): 723-727.

[20] BAEK S Y, KIM Y H. Scalable scheme for entangling multiple ququarts using linear optical elements[J]. *Physics Letters A*, 2007, **370**(1): 28 - 34.

[21] BAEK S Y, STRAUPE S S, SHURUPOV A P, *et al*. Preparation and characterization of arbitrary states of four-dimensional qudits based on biphotons[J]. *Physical Review A*, 2008, **78**(4): 042321.

[22] BAO X H, QIAN Y, YANG J, *et al*. Generation of narrow-band polarization-entangled photon pairs for atomic quantum memories[J]. *Physical Review Letters*, 2008, **101**(19): 6797-6800.

[23] TAKESUE H. Erasing distinguishability using quantum frequency up-conversion. [J]. *Physical Review Letters*, 2008, **101**(17): 157-173.

[24] NASR M B, SALEH B E A, TEICH M C, *et al*. Generation of high-flux ultra-broadband light by bandwidth amplification in spontaneous parametric down conversion [J]. *Optics Communications*, 2005, **246**(4-6): 521-528.

[25] GIOVANNETT I, MACCON E, SHAPIR O, *et al*. Extended phase-matching conditions for improved entanglement generation[J]. *Physical Review A*, 2002, **66**(4): 519-531.

[26] LAW C K, WALMSLEY I A, EBERLY J H. Continuous frequency entanglement: effective finite hilbert space and entropy control[J]. *Physical Review Letters*, 2000, **84**(23): 5304-5307.

[27] HONG C K, OU Z Y, MANDEL L. Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference. [J]. *Physical Review Letters*, 1987, **59**(18): 2044-2046.

[28] LARCHUK T S, CAMPOS R A, RARITY J G. Interfering entangled photons of different colors. [J]. *Physical Review Letters*, 1993, **70**(11): 1603-1606.

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China (Nos. 11504292, 61201088, 11405127); Natural Science Basic Research Plan in Shaanxi Province of China (Nos. 2014JQ8335, 2015JM1027); PhD Research Startup Foundation of Xi'an University of Science and Technology(No. 2015QDJ060)