

doi:10.3788/gzxb20154411.1127002

基于纠缠的量子雷达生存性策略及性能仿真

李旭¹, 聂敏¹, 杨光^{1,2}, 裴昌幸³

(1 西安邮电大学 通信与信息工程学院, 西安 710061)

(2 西北工业大学 电子信息学院通信工程系, 西安 710072)

(3 西安电子科技大学 综合业务网国家重点实验室, 西安 710071)

摘要:为了研究量子雷达在不同干扰背景下的生存性,基于量子保真度定义了干扰等级,提出了探测光子的生存函数,并根据不同干扰等级下的量子损伤模型建立了量子雷达生存函数,分析了不同干扰等级与量子生存系数对量子雷达生存性的影响.仿真结果表明:若设定目标被探测到的点数为 40,当干扰等级为 2 时,量子雷达的生存函数为 0.9,干扰等级为 6 时,生存函数降到 0.5;若探测环境中量子生存系数为 0.9,生存函数可达 0.9;而当生存系数降到 0.5 时,生存函数降为 0.6.因此,量子雷达生存函数可以作为一种研究量子雷达生存性的依据,结合各种量子干扰对量子传输的影响,设定适当的参量,可以提高量子雷达的生存性和目标探测能力.

关键词:量子通信;量子纠缠;保真度;雷达;目标探测

中图分类号:O413.3;O413.1

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2015)11-1127002-5

The Strategy and Performance Simulation of Quantum Entangled Radar's Survivability

LI Xu¹, NIE Min¹, YANG Guang^{1,2}, PEI Chang-xing³

(1 School of Communication and Information Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an 710061, China)

(2 School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

(3 State Key Laboratory of Integrated Service Networks, Xi'an University of Electronic Science and Technology, Xi'an 710071, China)

Abstract: In order to study the quantum radar's survival performance in different quantum interference, the interference level was defined based on quantum fidelity, detected photon's survival function was proposed. According to the quantum damage model of different interference level, the survival function of quantum radar was established. The influence of different level of interference and quantum survival factor on the quantum radar's survivability was analyzed. The simulation results show that when the detected points of target is 40 and the interference level is 2, the quantum radar's survival function is 0.9; when disturbance level is 6, the survival function decreases to 0.5. When the quantum survival coefficient is 0.9, survival function can reach 0.9. When survival coefficient dropped to 0.5, the survival function decreased to 0.6. The quantum radar's survival function can be used as the basis of researching quantum radar survivability. According to the influence of various quantum interference and setting the appropriate parameters, the survivability of the quantum radar can be improved.

Key words: Quantum communication; Quantum entanglement; Fidelity; Radar; Target detection

OCIS Codes: 270.5565; 270.5570; 270.5585; 270.2500

基金项目:国家自然科学基金(Nos. 61172071, 61201194)、陕西省自然科学基金基础研究计划资助项目(No. 2014JQ8318)和陕西省国际科技合作与交流计划项目(No. 2015KW-013)资助

第一作者:李旭(1990—),男,硕士研究生,主要研究方向为量子通信. Email:1130243284@qq.com

导师:聂敏(1964—),男,教授,博士,主要研究方向为量子通信. Email:niemin@xupt.edu.cn

收稿日期:2015-06-23; **录用日期:**2015-08-31

<http://www.photon.ac.cn>

0 引言

电子对抗技术和隐身技术的发展和运用,使经典雷达探测受到了挑战.因此,研发一种反隐身、准确度高、探测范围广、抗电磁干扰的新一代雷达成为了研究热点^[1].基于纠缠的量子雷达可以增强探测能力^[2-5],并可实现对隐身平台的探测.2008年美国麻省理工学院的Lloyd教授首次提出了量子远程探测系统模型—量子照射雷达^[6],从理论上证明了量子力学可以应用于远程目标探测;2009年中国科学院的刘伍明团队^[7-8]对量子纠缠系统的演化进行了深入研究,为量子纠缠动力学的实验研究提供了理论依据;2012年中国科技大学的潘建伟团队首次实现了百公里级的自由空间量子隐形传态和纠缠分发^[9],为远距离量子探测奠定了基础;2013年,意大利的Lopaeva等^[10]首次用实验方法实现了量子照射雷达,该实验基于光子数关联^[11],验证了Lloyd提出的量子照射雷达模型探测在高噪声及高损耗时依然有目标探测能力;2015年,德国亚琛工业大学的Shabir Barzanjeh等^[12]对微波量子照明探测进行了深入研究.

环境对量子态传输的干扰是研制高品质量子雷达需要克服的障碍之一^[13-14],量子雷达需要具有在复杂环境下的生存能力和工作能力.为此,本文提出一种分析量子雷达生存性的方案,首先分析了探测光子的保真度,并建立探测光子的生存函数,然后定义了干扰等级,并根据不同干扰等级下的量子损伤模型建立量子雷达生存函数,最后通过对量子雷达和探测光子的生存函数的仿真,分析不同程度的量子干扰对量子雷达生存性的影响.

1 量子雷达探测原理

根据量子雷达发射机发射量子态的不同,量子雷达可分为单光子量子雷达和纠缠光子量子雷达.与不采用纠缠的量子雷达相比,采用纠缠的量子雷达分辨率以二次方速率提高^[15].

基于纠缠的量子雷达,其探测过程如图1.利用泵

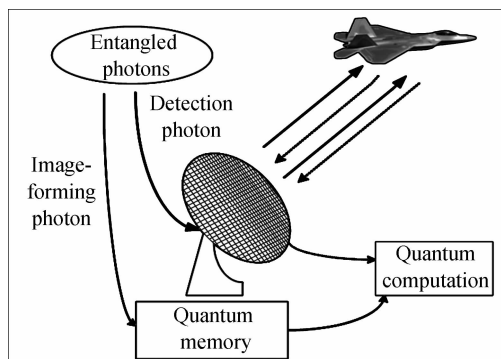


图1 量子雷达探测原理图

Fig. 1 Quantum radar's principle diagram

浦光子穿过(BBO)晶体,通过参量下变换产生大量纠缠光子对,各纠缠光子对之间的偏振态彼此正交,将纠缠的光子对分为探测光子和成像光子,成像光子保留在量子存储器中^[16],探测光子由发射机发射经目标反射后,被量子雷达接收,根据探测光子和成像光子的纠缠关联可提高雷达的探测性能.

探测过程以一对纠缠的探测光子 s 和成像光子 a 为例,两光子在自由度的角度动量上纠缠态为

$$|\psi\rangle^{(e)} = \frac{1}{\sqrt{d}} \sum_{k=1}^d |k\rangle_s |k\rangle_a \quad (1)$$

式中 $|k\rangle$ 代表 k 模式的单光子态, $|\Psi\rangle^{(e)}$ 代表一个双光子系统,求得纠缠态密度矩阵为

$$\rho^e = |\Psi\rangle^{(e)} \langle \Psi| \quad (2)$$

当探测空间没有目标时,探测光子丢失,检测到的光子为噪声光子,并以平均光子数 b 进入到系统的每个模式下,每个模式的量子态为

$$\rho_1 \approx (1-db) |0\rangle \langle 0| + b \sum_{k=1}^d |k\rangle \langle k| \quad (3)$$

式中 $|0\rangle$ 代表真空态,此时成像光子变为完全混合态,即

$$\rho_1^a \approx \rho_1 \otimes \frac{I_a}{d} + O(b^2) \approx [(1-db) |0\rangle_s \langle 0| + b I_s] \otimes \frac{I_a}{d} + O(b^2) \quad (4)$$

式中 I_s 和 I_a 是探测光子和成像光子在单光子 Hilbert 空间上的恒等算符,有

$$I_X = \sum_{k=1}^d |k\rangle_X \langle k| \quad (5)$$

其中 $X=s$ 或 a .

探测区有目标时系统探测到初始纠缠态的概率为 p_0 ,探测到噪声光子 ρ_1^e 的概率为 $(1-p_0)$,探测光子将被热化,成像光子量子态可以用原始态来表示,即

$$\rho_2^e = (1-\eta) \rho_1^e + p_0 \rho^e \quad (6)$$

2 探测光子的生存性分析

量子雷达采用纠缠光子进行空间探测,在探测过程中,不可避免地会与探测环境相互作用,从而产生纠缠,影响探测结果,且由于损耗存在,光子会丢失或被信道吸收.根据复杂环境下量子保真度,和光子生存系数 η ,定义量子雷达探测量子信号的生存性,若经过探测空间后探测信号的量子态与初始量子态越接近,就说明探测量子信号的生存性越好,量子雷达的探测能力更强.

2.1 探测光子生存函数的定义

设探测环境的信道运算元为

$$E_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-p} \end{bmatrix}, E_1 = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{p} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中 p 是一个光子丢失的概率,一个光子的丢失相当

于 E_1 把 $|1\rangle$ 状态变为 $|0\rangle$ 状态

假设量子雷达中一个量子比特状态描述为

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{00} & \rho_{01} \\ \rho_{10} & \rho_{11} \end{pmatrix} \quad (8)$$

探测过程中, 在 $t_0 + \Delta t$ 时刻量子的密度算符描述为

$$\rho_E(t_0 + \Delta t) = \sum_{p=0}^1 E_p \rho E_p^\dagger = \begin{pmatrix} \rho_{00} + p\rho_{11} & \sqrt{1-p}\rho_{01} \\ \sqrt{1-p}\rho_{10} & (1-p)\rho_{11} \end{pmatrix} \quad (9)$$

利用数学归纳法可得到在 $t_0 + n\Delta t$ 时刻密度算符为

$$\rho_E(t_0 + n\Delta t) = \begin{pmatrix} \rho_{00} + [1 - (1-p)^n]\rho_{11} & (\sqrt{1-p})^n \rho_{01} \\ (\sqrt{1-p})^n \rho_{10} & (1-p)^n \rho_{11} \end{pmatrix} \quad (10)$$

若量子雷达发射光子的初始量子态为

$$|\varphi\rangle_Q = g|0\rangle_E + h|1\rangle_E \quad (11)$$

则 Q 的密度算符可表示为^[17]

$$\rho_Q = \begin{pmatrix} |g|^2 & gh \\ gh & |h|^2 \end{pmatrix} \quad (12)$$

由纯态和任意量子态的保真度公式, 可得量子雷达发射的量子态经过复杂探测环境在 $t_0 + n\Delta t$ 时刻的保真度为

$$F_c = \sqrt{\langle \varphi | \rho_Q | \varphi \rangle_Q} = \sqrt{g^4 + g^2 h^2 - g^2 h^2 (1-p)^n + 2g^2 h^2 (\sqrt{1-p})^n + (1-p)^n h^4} \quad (13)$$

其中 ρ 表示任意态密度算符.

令 $g^2 = \mu, h^2 = \nu, (\sqrt{1-p})^n = r$, 由 $|g|^2 + |h|^2 = 1$ 可将式(13)进一步化简为

$$F_c = \sqrt{\mu[2r(1-\mu)(1-r(1-1/2\mu))+1]} \quad (14)$$

则量子雷达的探测光子在干扰环境下的生存函数可表示为

$$Y_c = \eta F_c = \eta \sqrt{\mu[2r(1-\mu)(1-r(1-1/2\mu))+1]} \quad (15)$$

其中 $0 < \eta < 1$, 表示光子的生存系数.

2.2 仿真分析

若初始量子态为 $|\varphi\rangle_Q = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle_E + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle_E$, 则在不同条件下探测光子的生存函数 Y_c , 与探测时隙次数 n 的关系仿真如图 2.

图 2 中, 量子生存系数 $\eta = 0.9$, 从图中可以看出, 探测光子的生存函数随着探测时隙次数的增加而降低, 说明探测光子探测时间越长, 生存性越低即损伤越严重, 当 $n \rightarrow \infty$ 时即探测时间趋于无穷时, 生存性收敛与 $\eta\sqrt{\mu} = 0.9 \cdot a = 0.6363$; 且探测光子生存性随着 p 的增大也会减小. 图 3 中, 若光子丢失概率 $p = 0.01$, 从图中可以看出随着探测时间的增加探测光子生存性收敛于 $\eta\sqrt{\mu}$, 而量子生存系数高的探测光子的生存性比量子生存系数低的高, 说明提高复杂环境下量子子生存系数可以整体提高探测光子的生存性, 从而增大

量子雷达的探测距离.

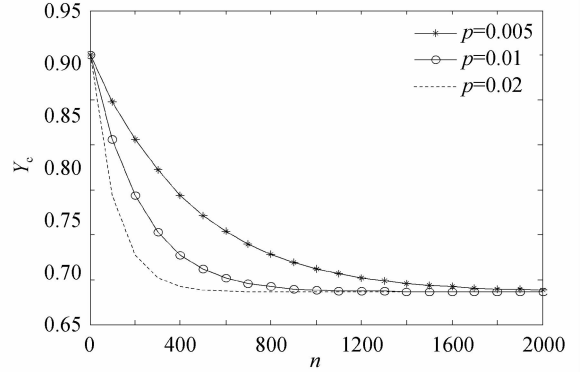


图 2 光子丢失概率不同时探测时隙次数与生存函数的关系
Fig. 2 The relationship of survival function and detection time slot numbers when the loss' probability different

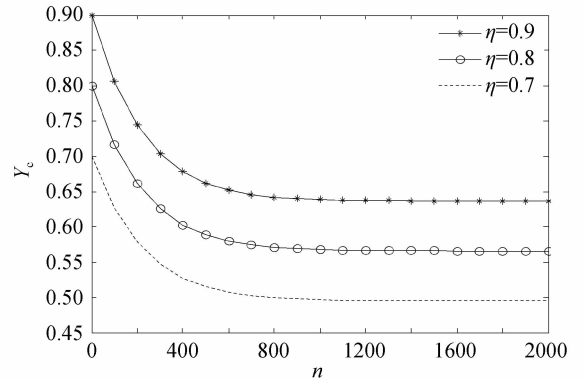


图 3 生存系数不同时探测时隙次数与生存函数的关系
Fig. 3 The relationship of survival function and detection time slot number's when survival coefficient is different

3 量子雷达的生存性

在量子雷达探测过程中, 会受到扬沙、雾霾、PM2.5 等恶劣天气的影响, 而且敌对方也可能会对量子雷达发出较强的量子干扰, 在设计和使用时需考虑它的抗干扰能力和生存能力, 因此提出量子雷达的生存性.

3.1 量子雷达生存函数的定义

量子雷达的生存性指在不同量子干扰条件下, 量子雷达仍然能够探测到目标的概率. 概率越大, 该量子雷达的探测性越好, 信息传输越可靠, 抵抗干扰的能力越强.

为了描述不同干扰环境对量子雷达干扰的强度, 定义干扰等级 α , 引入量子雷达信息保真度 F_α , 它表示在干扰等级为 α 时, 量子接收机接收到量子信息的保真度, 它们关系定义为

$$\begin{cases} F_\alpha = 0.99, & \alpha = 0 \\ F_\alpha = \chi^\alpha F_{\alpha-1}, & 0 < \chi < 1, \quad 1 \leq \alpha \leq 10 \end{cases} \quad (16)$$

根据式(16)可知, 在 $\alpha = 0$ 的理想条件下, 量子雷达的量子信息保真度 F_0 为 0.99. 随着干扰等级 α 的增大, 量子雷达的信息保真度为低一级保真度的 χ^α 指数衰减, 且干扰等级越高, 衰减速度越快.

量子雷达发射的探测光子经目标反射后,量子接收机接收返回的光子,这一过程中平均损伤的量子比特数为 N_m ,当信息保真度小于 0.9 时,称之为损伤的量子态.假定在量子雷达探测中,量子传输的总长度为 L ,量子损伤传输概率为^[18]

$$P_\omega = 1 - 2 |\min(\lambda, \omega)|^2 (1-B)(1-p_\lambda) \quad (17)$$

式中 B 为阻塞率, p_λ 为经典信道系统误码率, λ, ω 为量子纠缠信道系数.传输长度 L 的平均损伤量子态个数 N_m 为

$$N_m = P_\omega \cdot L \quad (18)$$

则接收机接收到一次量子态的平均保真度为

$$F_r = \frac{\sum_{i=1}^N F_i}{N_m} \quad (19)$$

式中 $F_i = \sqrt{\langle \varphi | \rho | \varphi \rangle}$ 为第 i 个量子态的保真度, $\langle \varphi |$ 表示量子态, ρ 表示量子态密度算符,此时的 F_r 为量子雷达进行一次探测的量子信息保真度.根据干扰等级 α ,假设探测过程中量子损伤个数 m 服从泊松分布,即

$$P(m) = e^{-\alpha} \cdot \frac{\alpha^m}{m!} \quad (20)$$

在量子雷达系统中,规定探测过程中量子损伤个数 m 达到损伤上限个数 N_T 时,该量子雷达无法成功探测目标.设目标飞行体表面被探测点数为 x ,结合探测光子在复杂环境下的生存性,量子雷达的生存函数表示为

$$Y_r = \sum_{i=0}^x \binom{x}{i} \left[\sum_{m=N_T}^{\infty} P(m) \right]^i \left[1 - \sum_{m=N_T}^{\infty} P(m) \right]^{x-i} \cdot Y_c \quad (21)$$

根据量子雷达生存函数,可以更好地研究各因素对量子雷达生存性的影响.

3.2 仿真分析

根据式(21),量子态的干扰等级 α 、目标飞行体表面被探测点数为 x 、量子生存系数 η 及量子损伤上限 N_T ,对量子雷达生存函数 Y_r 的影响如图 4.

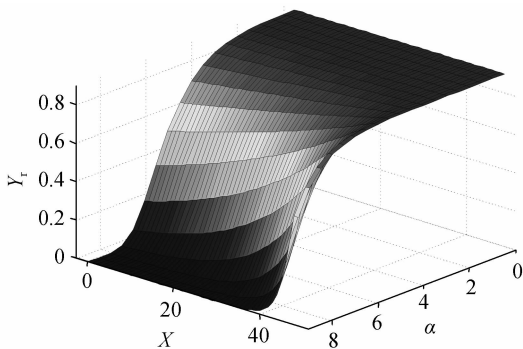


图 4 干扰等级、可探测点数与量子雷达生存函数的关系

Fig. 4 The relationship of radar's survival function, interference levels and detect points

图 4 中, $N_T=10$, Y_c 设为 0.9,从图中可以看出,随着目标飞行体表面可探测点数的增加,量子雷达的生存性越高,探测能力越强.当干扰等级 $\alpha=2$, $x=40$ 时,

量子雷达的生存函数为 0.9;当 x 确定, $\alpha=6$ 时,生存函数降低到 0.5,说明环境中的干扰对量子雷达生存函数影响较大,应适当调整量子雷达的设置参量以降低干扰和较小目标可探测面积对量子雷达生存性的影响.

当 $x=30$, p 设为 0.01,干扰等级 $\alpha=5$, $n=500$ 时,光子生存系数 η 及量子损伤上限个数 N_T 与量子雷达生存函数 Y_r 的关系如图 5,从图中可以看出量子雷达生存函数随着量子生存系数的降低而减少,在量子损伤上限为 2 条件下,当 $\eta=0.9$ 时,生存函数可达 0.9,当 $\eta=0.5$ 时,生存函数降低到 0.6.当 η 固定时生存函数在 $N_T=2$ 处取值最大.因此,设定适当的量子雷达的量子损伤上限,并提高量子在复杂环境下的生存性,可提高量子雷达的生存性.

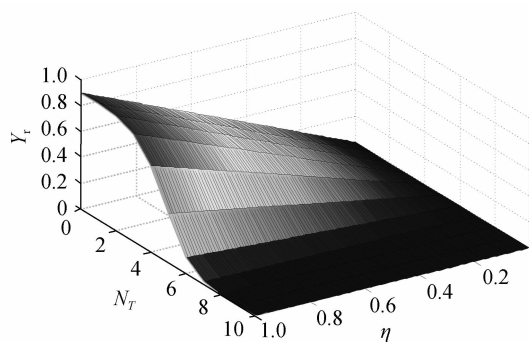


图 5 量子生存系数、损伤上限与量子雷达生存函数的关系

Fig. 5 The relationship of radar's survival function, quantum survival coefficient and maximum damage

4 结论

为了判断量子雷达在不同干扰背景下的生存性,本文定义了探测光子信号的生存函数,基于干扰程度不同的量子损伤模型及探测光子信号生存性,建立了量子雷达的生存函数,并进行仿真.分析结果表明量子雷达的生存性随着量子干扰等级的增加而降低,与理论相符.因此,本文提出的量子雷达的生存函数可以作为一种研究量子雷达生存性的依据,结合各种量子干扰对量子传输的影响,设定适当的参量可以提高量子雷达的生存性和目标探测能力.

参考文献

- [1] XIAO Huai-tie, LIU Kang, FAN Hong-qi. Overview of quantum radar and target detection performance[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2014, **36**(6): 140-145.
肖怀铁,刘康,范红旗.量子雷达及其目标探测性能综述[J].国防科技大学学报,2014, **36**(6): 140-145.
- [2] NIE Min, JIANG Jin-ya, LIU Xiao-hui. A novel optimum quantum states entanglement multiplexing and relay scheme for land quantum mobile communication [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(5): 774-779.
聂敏,姜劲雅,刘晓慧.陆地量子移动通信最优纠缠多址中继方

- 案[J]. 光子学报, 2011, **40**(5): 774-779.
- [3] PEI Chang-xing, YAN Yi, LIU Dan, *et al.* A quantum repeater communication system based on entanglement[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(12): 2422-2426.
裴昌幸, 阎毅, 刘丹, 等. 一种基于纠缠态的量子中继通信系统[J]. 光子学报, 2008, **37**(12): 2422-2426.
- [4] TANG Hua, YANG Wen-jing, LI Huan-yu. Detection performance of heterodyne lidar in non-kolmogorov turbulence[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2015, **44**(2): 0201001.
唐华, 杨文静, 李环宇. Non-Kolmogorov 湍流下外差激光雷达探测性能[J]. 光子学报, 2015, **44**(2): 0201001.
- [5] LANZAGORTA M. 量子雷达[M]. 周万幸, 吴鸣亚, 胡明春, 等. 译. 北京: 电子工业出版社, 2013: 66-70.
- [6] LLOYD S. Enhanced sensitivity of photodetection via quantum illumination[J]. *Science*, 2008, **321**(5895): 1463-1465.
- [7] LI Z G, FEI S M, WANG Z D, *et al.* Evolution equation of entanglement for bipartite systems[J]. *Physical Review A*, 2009, **79**(2): 024303.
- [8] ABLIZ A, GAO H J, XIE X C, *et al.* Entanglement control in an anisotropic two-qubit Heisenberg XYZ model with external magnetic fields[J]. *Physical Review A*, 2006, **74**(5): 052105
- [9] YIN Juan, REN Ji-guang, LU He, *et al.* Quantum teleportation and entanglement distribution over 100-kilometre free-space channels[J]. *Nature*, 2012, **488**(7410): 185-188.
- [10] WANG Zhong-jie, RUAN Fei, FANG Xu. Teleportation for atomic state based on disentanglement-free state[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, **35**(3): 338-343.
王中结, 阮飞, 方旭. 基于免退纠缠态的原子态隐形传输[J]. 光学学报, 2015, **35**(3): 338-343.
- [11] HU Xue-yuan, FAN Heng, ZHOU Duan-lu, *et al.* Necessary and sufficient conditions for local creation of quantum correlation[J]. *Physical Review A*, 2012, **85**(3): 032102.
- [12] SHABIR B, SAIKAT G, CHRISTIAN W, *et al.* Microwave quantum illumination[J]. *Physical Review Letters*, 2015, **114**(8): 080503.
- [13] NIE Min, SHANG Peng-gang, YANG Guang, *et al.* Influences of mesoscale sandstorm on the quantum satellite communication channel and performance simulation[J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, **63**(24): 240303.
聂敏, 尚鹏钢, 杨光, 等. 中尺度沙尘暴对量子卫星通信信道的影响及性能仿真[J]. 物理学报, 2014, **63**(24): 240303.
- [14] MA X S, HERBST T, SCHEIDL T, *et al.* Quantum teleportation over 143 kilometres using active feed-forward[J]. *Nature*, 2012, **489**(7415): 269-273.
- [15] SMITH A J F. Quantum entangled radar theory and a correction method for the effects of the atmosphere on entanglement[J]. *SPIE Defense, Security, and Sensing*, 2009, **7342**(2): 457-457.
- [16] GAO Wei, WANG Ming-feng, ZHENG Yi-zhuang. Quantum memory with CRIB in an asymmetric optical cavity[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2013, **42**(6): 727-731.
高微, 王明锋, 郑亦庄. 在非对称光腔中利用 CRIB 技术进行光量子态存储[J]. 光子学报, 2013, **42**(6): 727-731.
- [17] ZHANG Lin, NIE Min, LIU Xiao-hui. Study on survival function of noise quantum channel and its simulation[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, **62**(15): 24-30.
张琳, 聂敏, 刘晓慧. 有噪量子信道生存函数研究及其仿真[J]. 物理学报, 2013, **62**(15): 24-30.
- [18] YI Yun-hui, NIE Min, PEI Chang-xing. Probability model of quantum signaling transmission damage and repair strategy[J]. *Journal of Xidian University*, 2012, **39**(4): 29-32.
易运晖, 聂敏, 裴昌幸. 量子信令传输损伤概率模型及修复策略[J]. 西安电子科技大学学报, 2012, **39**(4): 29-32.