

doi: 10.3788/gzxb20154411.1112004

干涉条纹的高准确度傅里叶变换分析

粟银¹, 范琦¹, 王云飞¹, 杨鸿儒², 黎高平², 朱春昶¹, 朱诗剑¹, 吴博睿¹

(1 空军工程大学 理学院, 西安 710051)

(2 西安应用光学研究所, 西安 710065)

摘 要:提出了一种可用于干涉条纹傅里叶变换分析的空间载波频率估计方法. 通过干涉条纹的加窗切趾处理及旁瓣质心坐标的计算, 得到空间载波频率的高准确度估计. 基于傅里叶变换的位移定理, 用估计的空间载波频率实现了载频的移除. 模拟和实验结果表明此方法可以有效地抑制传统干涉条纹傅里叶变换分析中的载频移除误差和频谱泄漏误差.

关键词:光学测量; 相位恢复; 傅里叶变换; 干涉图; 载频估计; 位移定理; 频谱泄露

中图分类号: O438.2; TN247

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2015)11-1112004-6

Fourier Transform Method for Interferogram Analysis with High Accuracy

SU Yin¹, FAN Qi¹, WANG Yun-fei¹, YANG Hong-ru², LI Gao-ping²,

ZHU Chun-chang¹, ZHU Shi-jian¹, WU Bo-rui¹

(1 Science Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

(2 Xi'an Institute of Applied Optics, Xi'an 710065, China)

Abstract: A method for estimating spatial carrier frequencies in the interferogram analysis using Fourier transform was presented. By multiplying the original interferogram with a 2D window function and calculating the centroid coordinates of the sidelobe of the apodized interferogram, the spatial carrier frequencies was estimated with high accuracy. Based on the Fourier shift theorem, the carrier removal was realized with the estimated spatial carrier frequencies. The simulation and experiment results show that the method can suppress the carrier removal error as well as the spectrum leakage error effectively.

Key words: Optical measurement; Phase retrieval; Fourier transform; Interferogram; Carrier frequency estimation; Shifting theorem; Spectrum leakage

OCIS Codes: 120.2650; 120.4630; 070.4790; 070.2615; 070.2025

0 引言

在现代光学精密测量及计量中, 光学元件面形检测、三维形貌获取及表面粗糙度测量等领域都涉及条纹的分析技术^[1-4], 此处的条纹可以是干涉条纹, 也可以是投影条纹. 对干涉条纹的分析, 通常采用两种技术, 一种为相移方法(Phase shift method), 另一种为傅里叶变换分析方法(Fourier Transform Method, FTM), 对单幅闭合条纹会有特殊的处理方法^[5-6]. 在相移方法中, 需要对条纹进行多次记录, 并且在每一次记录中都需要保证准确的相移量及稳定的光强, 这样给测量过程及其装置带来很大的难度, 主要体现在不能

进行动态实时测量, 同时整个装置对环境有很高的要求. 干涉条纹的傅里叶变换分析方法首先由 Takeda 等人^[1]于 1982 年提出, 随后 Bone 等人^[2]在 1986 年将其扩展到二维情况. 这种方法的优点在于能从单一干涉条纹图样中恢复出所需的相位信息, 因此该方法对外界的振动和空气的扰动不敏感, 能实现测量的动态化. 现在这种方法已经成为一种常用的相位恢复方法, 被用在各种高准确度的测量系统中, 如光学元件的面形检测系统^[3]、光学薄膜表面粗糙度测量系统^[4]和傅里叶变换轮廓仪^[8-11]等.

在 Takeda 等人提出的干涉条纹傅里叶变换分析方法中, 用条纹频谱旁瓣的峰值坐标作为载频的估计,

基金项目: 陕西省自然科学基金(No. 2010JM8012)资助

第一作者: 粟银(1978—), 女, 讲师, 硕士, 主要研究方向为光学检测技术. Email: uzsyw@126.com

通讯作者: 范琦(1972—), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为数字全息和光信息处理技术. Email: af-fanqi@126.com

收稿日期: 2015-04-27; 录用日期: 2015-08-17

用于移频. 如果载频不在频率的采样点上, 而是处在两个采样点之间, 此时会出现频谱泄漏效应, 使得旁瓣的峰值坐标不等于载频, 进而引入载频移除误差和频谱泄漏误差. 为了消除干涉条纹傅里叶变换分析方法的这一不足, Bone 等人^[2]提出使用最小二乘法估计载频的方法, 这一方法需要一个纯载频干涉条纹区域, 因此在实际中这一条件通常并不能容易地实现; Huntley^[12]等人提出记录两幅干涉条纹图样, 其中一幅干涉条纹图样为纯载频干涉条纹, 另一幅为包含有检测光波信息的干涉条纹图样, 对两幅干涉条纹图样分别进行傅里叶变换分析, 最后将所得的解包裹相位分布相减即可得到检测光波的三维连续相位分布, 这一方法的不足在于失去了干涉条纹傅里叶变换分析方法的动态分析优点; Ge^[13]提出在干涉光路中采用条纹实时监测, 并通过压电陶瓷实时伺服控制参考镜倾斜度的方法, 使得所记录的干涉条纹为整数, 这种方法无疑可以解决问题, 然而它却增加了装置的复杂度、降低了测量过程的实时性; 楚兴春^[14]等提出条纹图的整周期裁剪方法用于抑制频谱泄漏效应的影响, 此方法的不足在于减小了测量范围; 王雨雷^[15]等提出干涉条纹的外推延拓方法可用于抑制干涉条纹的频谱泄漏效应, 然而不能解决载频移除误差问题. 为此, 本文提出通过干涉条纹的加窗切趾处理和用旁瓣的质心坐标估计干涉条纹的载频, 使用傅里叶变换的位移定理实现移频, 从而抑制干涉条纹的频谱泄漏效应误差和载频移除误差.

1 原理

引入载波的干涉条纹的强度分布通常可表示为

$$i(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(2\pi x f_{x0} + 2\pi y f_{y0} + \varphi(x, y)) \quad (1)$$

式中 x 和 y 分别为干涉条纹记录平面的坐标, $a(x, y)$ 为条纹的背景, $b(x, y)$ 为条纹的调制度, f_{x0} 和 f_{y0} 分别为 x 和 y 方向的空间载波频率, $\varphi(x, y)$ 为待测相位. 对式(1)给出的干涉条纹进行傅里叶变换, 将得到相互分离的频谱. 为了便于分析和说明, 将式(1)改写为

$$i(x, y) = a(x, y) + c(x, y) \exp[i(2\pi x f_{x0} + 2\pi y f_{y0})] + c^*(x, y) \exp[-i(2\pi x f_{x0} + 2\pi y f_{y0})] \quad (2)$$

式中 $c(x, y)$ 为条纹的复振幅, 符号 $*$ 表示取复共轭, 且有

$$c(x, y) = \frac{1}{2} b(x, y) \exp[i\varphi(x, y)]$$

对式(2)进行傅里叶变换有

$$I(f_x, f_y) = A(f_x, f_y) + C(f_x - f_{x0}, f_y - f_{y0}) + C^*(f_x + f_{x0}, f_y + f_{y0}) \quad (3)$$

式(3)中 $A(f_x, f_y)$ 是 $a(x, y)$ 的傅里叶变换, $C(f_x - f_{x0}, f_y - f_{y0})$ 和 $C^*(f_x + f_{x0}, f_y + f_{y0})$ 分别是 $c(x, y)$

和 $c^*(x, y)$ 相移后的傅里叶变换. 由于引入了载频, 此三项在频谱域内是相互分开的, 因此可以通过滤波的方式将 $C(f_x - f_{x0}, f_y - f_{y0})$ 单独提出. 将 $C(f_x - f_{x0}, f_y - f_{y0})$ 频谱的峰值坐标作为空间载频 f_{x0} 和 f_{y0} 的估计, 据此在频谱坐标系内, 将 $C(f_x - f_{x0}, f_y - f_{y0})$ 移到坐标原点处得到 $C(f_x, f_y)$ (消除空间载频), 然后对其进行傅里叶逆变换, 即可得到 $c(x, y)$, 进而测量的包裹相位可由式(4)得到

$$\varphi_w(x, y) = \arctan \left\{ \frac{\text{Im}[c(x, y)]}{\text{Re}[c(x, y)]} \right\} \quad (4)$$

式(4)中 $\text{Im}[c(x, y)]$ 和 $\text{Re}[c(x, y)]$ 分别为 $c(x, y)$ 的实部和虚部. 最后对式(4)的结果进行解包裹操作, 可获得待测的相位信息 $\varphi(x, y)$. 上述方法即为干涉条纹的传统傅里叶变换分析方法^[1].

在此方法中通常采用快速傅里叶变换算法, 如果干涉条纹的载频正好处在频率的采样点上, 此方法可以精确地恢复出检测光波的相位分布, 但如果载频不在频率的采样点上, 而是处在两个采样点之间, 此时会出现频谱泄漏效应, 使得旁瓣的峰值坐标不等于载频, 从而引入载频移除误差和频谱泄漏误差.

为了克服上述方法中载频估计的不足, 此处将干涉条纹图样加窗切趾技术和物理学中计算质点组质心坐标的方法相结合, 通过计算干涉条纹傅里叶变换旁瓣的质心坐标, 并用其作为干涉条纹空间载频的估计. 用于干涉条纹切趾的两维窗函数可由两个一维窗函数相乘得到

$$w(x, y) = w(x)w(y) \quad (5)$$

式中 $w(x)$ 和 $w(y)$ 分别为 x 和 y 方向的一维窗函数. 用式(5)乘以式(2)的两边可得切趾干涉条纹, 即

$$i'(x, y) = \{a(x, y) + c(x, y) \exp[i(2\pi x f_{x0} + 2\pi y f_{y0})] + c^*(x, y) \exp[-i(2\pi x f_{x0} + 2\pi y f_{y0})]\} w(x, y) \quad (6)$$

式(6)的傅里叶变换为式(2)中各项与窗函数 $w(x, y)$ 的傅里叶变换的卷积, 因此, 选用合适的窗函数可使加窗切趾后的干涉条纹的频谱泄漏效应得到抑制, 有利于空间载频的估计.

以式(6)傅里叶变换的旁瓣的峰值坐标为中心, 并使用矩形滤波窗口将其滤出. 对滤出的旁瓣, 采用物理学中计算质点组质心坐标的方法, 采用式(7)计算其频谱质心坐标.

$$f'_{x0} = \frac{\sum_i f_x F_i}{\sum_i F_i}, f'_{y0} = \frac{\sum_i f_y F_i}{\sum_i F_i} \quad (7)$$

式(7)中 F_i 为旁瓣的幅值, f_x 和 f_y 分别为相应幅值 F_i 在空间坐标 x 和 y 方向的空间频率坐标. 式(7)计算出的 f'_{x0} 和 f'_{y0} 即可作为干涉条纹空间载频的估计.

为了进行准确地移频, 采用上述估计的空间载频 f'_{x0} 和 f'_{y0} 构成相移因子, 即

$$\phi(x, y) = \exp[-i(2\pi x f'_{x0} + 2\pi y f'_{y0})] \quad (8)$$

应用式(8)乘以式(2)的两边,得到式(9)

$$i(x, y)\phi = \{a(x, y) + c(x, y)\exp[i(2\pi x f_{x0} + 2\pi y f_{y0})] + c^*(x, y)\exp[-i(2\pi x f_{x0} + 2\pi y f_{y0})]\} \phi \quad (9)$$

由傅里叶变换的位移定理,可得式(9)的傅里叶变换为

$$I(f_x + f'_{x0}, f_y + f'_{y0}) = A(f_x + f'_{x0}, f_y + f'_{y0}) + C(f_x - f'_{x0}, f_y - f'_{y0}) + C^*(f_x + f'_{x0}, f_y + f'_{y0}) \quad (10)$$

当计算的 f'_{x0} 和 f'_{y0} 为空间载频的准确估计时,式(10)的第二项即为 $C(f_x, f_y)$,通过滤波处理将其单独滤出,最后可由与传统的傅里叶变换分析方法相同的步骤得到高准确度的待测相位信息 $\varphi(x, y)$ 。

综上,提出的干涉条纹傅里叶变换分析方法的步骤为:1)获取干涉条纹图像;2)对干涉条纹图像进行加窗傅里叶变换,获得傅里叶频谱;3)将傅里叶频谱中的正一级频谱滤出;4)用质心坐标估计正一级频谱的空间载频;5)构造相移因子,并与原干涉条纹图相乘后进行傅里叶变换,实现移频;6)滤出移频后的正一级频谱

并进行傅里叶逆变换;7)求取包裹相位;8)对包裹相位进行解包裹操作。

2 模拟和实验

以两束平面光波的干涉条纹为例进行模拟,模拟所用像素数为 256×256 ,像素尺寸为 $5 \mu\text{m} \times 5 \mu\text{m}$,模拟所得干涉条纹如图 1(a)所示。图 1(a)中条纹在空间坐标 X 和 Y 方向的空间载频 f_{x0} 和 f_{y0} 均等于 $20/(256 \times 5) \times 10^6 \text{ m}^{-1}$,而两方向的频率采样间隔 Δf_x 和 Δf_y 均为 $1/(256 \times 5) \times 10^6 \text{ m}^{-1}$ 。图 1(a)所示干涉条纹图像在水平中心线上的强度分布如图 1(b)所示。由模拟所采用的参量和图 1(b)可以看出图 1(a)所示的干涉条纹为同步采样。对图 1(a)所示的干涉条纹进行傅里叶变换分析,所得的频谱强度二维分布如图 1(c)所示,经滤波后,所得的正一级频谱强度的三维分布如图 1(d)所示。由图 1(d)可以看出图 1(a)所示的干涉条纹的傅里叶频谱未出现“频谱泄漏”效应。对图 1(a)所示干涉条纹图采用传统的傅里叶变换分析法进行分析,得到的测量相位 $\varphi(x, y)$,其在 X 方向的分布情况如图 1(e)所示。

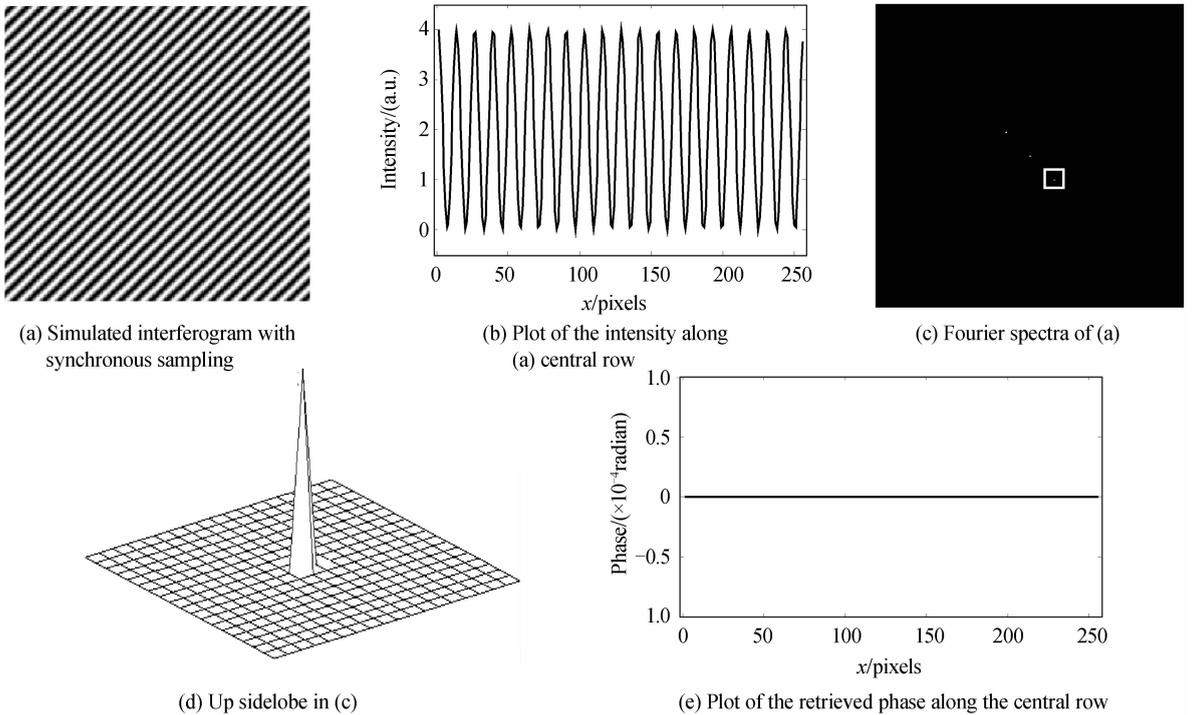


图 1 同步采样干涉条纹的传统傅里叶变换分析结果

Fig. 1 Analysis results of synchronous sampling interferogram using traditional FTM

采用同样的模拟参量,模拟的第二个干涉条纹在空间坐标 X 和 Y 方向的空间载频 f_{x0} 和 f_{y0} 均等于 $20.3/(256 \times 5) \times 10^6 \text{ m}^{-1}$,其水平中心线上的强度分布如图 2(a)所示。由模拟参量和图 2(a)可以看出,第二个干涉条纹为非同步采样,其傅里叶变换频谱的正一级频谱强度的三维分布如图 2(b)所示,图中出现明

显的“频谱泄漏”现象。对模拟的第二个干涉条纹采用传统的傅里叶变换分析法进行分析,得到的测量相位 $\varphi(x, y)$,其在 X 方向的分布情况如图 2(c)所示。对照图 1(e)和图 2(c),可以得出在载频不是频率采样间隔的整数倍时,用传统傅里叶分析法所得测量相位有很大的误差。

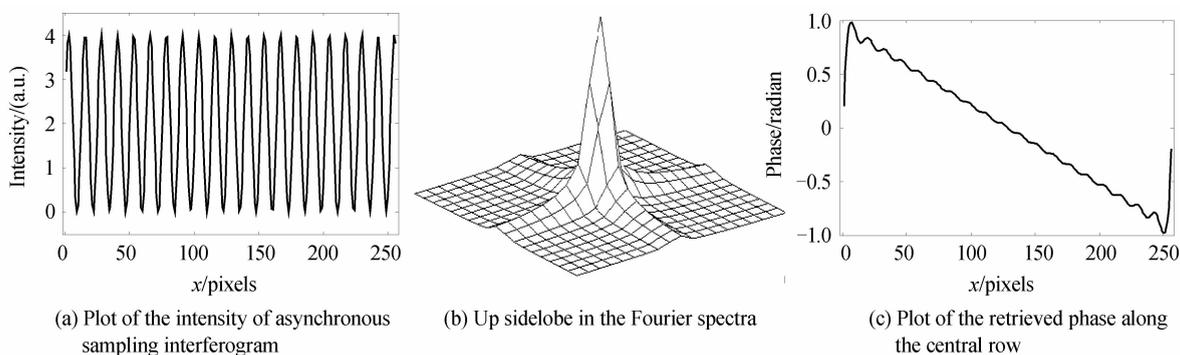


图2 非同步采样干涉条纹的传统傅里叶变换分析结果

Fig. 2 Analysis results of asynchronous sampling interferogram using traditional FTM

为了验证提出方法的有效性,以模拟的第二个干涉条纹(载频 f_{x0} 和 f_{y0} 均等于 $20.3/(256 \times 5) \times 10^6 \text{ m}^{-1}$)为例,采用新的傅里叶变换分析方法进行处理. 首先估计干涉条纹的空间载波频率. 直接采用式

表1 不同窗函数下载频的估计结果

Table 1 Results of estimating carrier frequencies with different window functions

Window function	Carrier frequency/ m^{-1}	Error/ m^{-1}
Blackman	$20.299/(256 \times 5) \times 10^6$	$0.001/(256 \times 5) \times 10^6$
Chebyshev	$20.300/(256 \times 5) \times 10^6$	0
Hamming	$20.273/(256 \times 5) \times 10^6$	$0.027/(256 \times 5) \times 10^6$
Hann	$20.280/(256 \times 5) \times 10^6$	$0.02/(256 \times 5) \times 10^6$

(7)进行载频估计,估计的结果为 $f_{x0} = 20.185/(256 \times 5) \times 10^6 \text{ m}^{-1}$ 和 $f_{y0} = 20.185/(256 \times 5) \times 10^6 \text{ m}^{-1}$. 可以看出,直接进行估计的结果与真值之间存在 $0.115/$

$(256 \times 5) \times 10^6 \text{ m}^{-1}$ 的误差. 为了进行准确的载频估计,此处采用干涉条纹图样加窗切趾的方法. 表1给出使用不同窗函数时的估计结果. 由表1可以看出,使用切比雪夫窗对干涉条纹图样进行加窗切趾后,由式(7)估计出的载频与真值间的误差最小.

将估计出的载频代入式(8),构成相移因子与原始模拟干涉条纹图样相乘,进行移频. 最后采用与传统方法相同的相位恢复方法,恢复出相位. 图3(a)为移频后的傅里叶频谱,图3(b)为被移到中心处的正一级频谱. 由图3(a)和图3(b)可以看出,新方法可准确估计载频,能有效抑制干涉条纹傅里叶变换分析中的载频移除误差和频谱泄漏误差. 恢复出的相位如图3(c). 对照图2(c)和图3(c),可以得出新的傅里叶变换分析法能抑制测量相位中的误差.

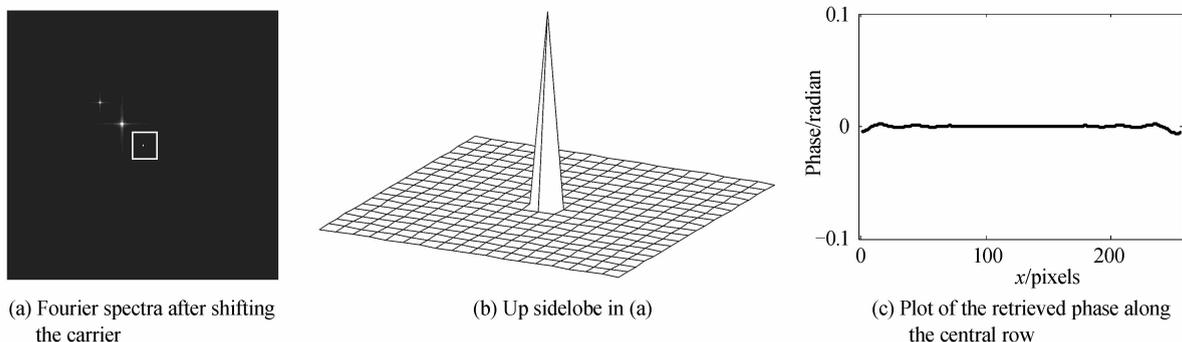


图3 非同步采样干涉条纹的新傅里叶变换分析结果

Fig. 3 Analysis results of asynchronous sampling interferogram using new FTM

为了进一步验证提出方法的正确性,应用迈克尔逊干涉仪光路对提出的方法进行了实验研究. 实验所用光路如图4所示,从氦氖激光器发出的激光束经倒置的望远系统准直为平行光束后由分光棱镜分为相互垂直的两束平面光波,此两束平面光波分别经两平面反射镜(其中一反射镜相对光轴有小的倾斜角)反射后再经分光棱镜形成干涉条纹,由电荷耦合器件(Charge-Coupled Device, CCD)记录并存储在计算机

中. 整个装置在未隔振的实验台上进行工作. 由 CCD 记录的干涉条纹图样如图5(a)所示,像素数和像素尺寸分别为 1024×1024 和 $6.45 \mu\text{m} \times 6.45 \mu\text{m}$,图5(b)和5(c)分别为用传统方法和提出的方法恢复出的三维相位图. 对照图5(b)和5(c),可以看出提出的方法能有效地抑制干涉条纹傅里叶分析中频谱泄漏误差和载波移除误差,两图中最大相位的差约 7.3 rad .

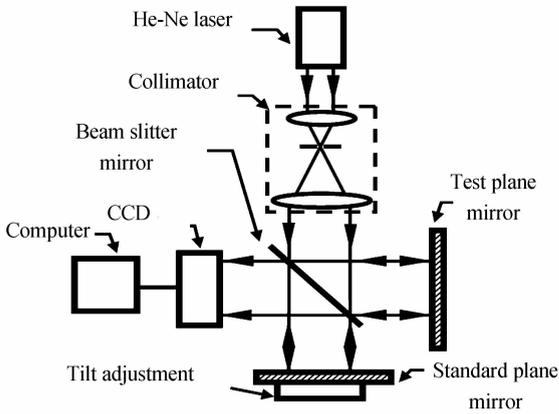
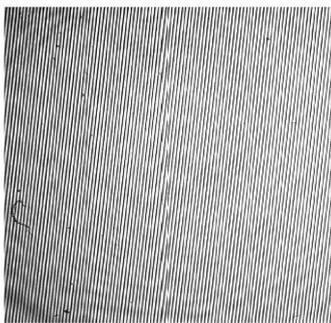
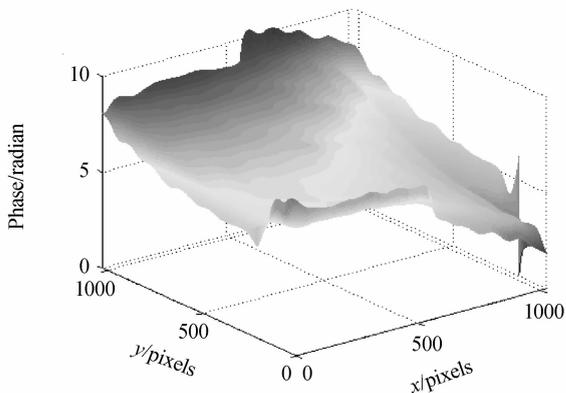


图4 平面镜检测实验光路

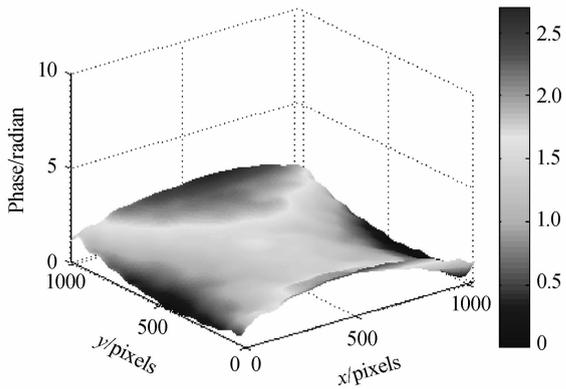
Fig. 4 Experimental setup of testing plane mirrors



(a) Real interferogram



(b) Retrieved 3D phase map with the traditional FTM



(c) Retrieved 3D phase map with the new FTM

图5 实验结果

Fig. 5 Experimental results

3 结论

为了消除载频移除误差和频谱泄漏误差,本文基于频谱质心算法和傅里叶变换的位移定理提出了一种新的载波移除方法.首先对初始记录的载波条纹进行加窗处理用于频谱泄漏效应的抑制,通过模拟实验寻求最佳的窗函数;再对加窗处理后的载波条纹进行傅里叶变换,并计算傅里叶频谱中正一级频谱的质心,用此质心坐标作为载波频率的估计;使用估计的载波频率构建相移因子,并与初始载波条纹相乘,经傅里叶变换后正一级频谱被准确移到频谱原点处,且抑制了泄漏效应.模拟和实验结果表明此方法可以高准确度地从单一干涉条纹中恢复出被检的相位信息.

参考文献

- [1] TAKEDA M, INA H, KOBOYASHI S. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1982, **72**(1): 156-160.
- [2] BONE D J, BACHOR H A, SANDEMAN R J. Fringe-pattern analysis using a 2-D Fourier transform[J]. *Applied Optics*, 1986, **25**(10): 1653-1660.
- [3] RABINOVICH E, CARR B. Fizeau interferometers evaluated using flashphase and phase-shift fringe analysis[J]. *Photonics Spectra*, 2006, **40**(8): 76-78.
- [4] TIEN C L, YANG H M, LIU M C. The measurement of surface roughness of optical thin films based on fast Fourier transform[J]. *Thin Solid Films*, 2009, **517**(17): 5110-5115.
- [5] XIONG Liu-dong, JIA Shu-hai, DU Yan-fen. A novel hilbert transform algorithm for phase evaluation from fringe pattern[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(9): 1678-1681.
- [6] 熊六东,贾书海,杜艳芬. 基于希尔伯特变换的干涉条纹相位解调新算法[J]. *光子学报*, 2010, **39**(9): 1678-1681.
- [7] XU Jian-cheng, CHEN Zhao. Phase demodulation of single closed interferogram based on fourier transform[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, **43**(8): 0810001.
- [8] 徐建程,陈墨. 基于傅里叶变换的单帧闭合条纹相位解调方法[J]. *光子学报*, 2014, **43**(8): 0810001.
- [9] KAUFMANN G H. Phase measurement in temporal speckle pattern interferometry using the fourier transform method with and without a temporal carrier[J]. *Optics Communications*, 2003, **217**: 141-149.
- [10] LOVRIĆ D, VU ČIĆ Z, GLADIĆ J, et al. Fourier-transform method of analysis of full two-dimensional digitized interferograms[J]. *Applied Optics*, 2003, **42**(8): 1477-1484.
- [11] SU Xian-yu, CHEN Wen-jing. Fourier transform profilometry: a review[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2001, **35**(5): 263-384.
- [12] IWATA K, KUSUNOKI F, MORIWAKI K, et al. Three-dimensional profiling using the Fourier transform method with a hexagonal grating projection[J]. *Applied Optics*, 2008, **47**(12): 2103-2108.
- [13] LIU Da-hai, LIN Bin. Fourier transform profilometry using zero frequency elimination based on gray modulation[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(11): 1697-1701.
- [14] 刘大海,林斌. 利用强度调制消除零频的傅里叶变换轮廓测量[J]. *光子学报*, 2011, **40**(11): 1697-1701.
- [15] HUNTLEY J M, FIELD J E. High resolution moire photography: application to dynamic stress analysis[J].

Optical Engineering 1989, **28**(8): 926-933.

[13] GE Z T. Fringe analysis method and apparatus using Fourier transform: USA, 6621579 B2[P]. 2003-09-16.

[14] CHU Xing-chun, LV Hai-bao, ZHAO Shang-hong. Investigation of high precision subdivision method for fringes based on fast fourier transform[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(12): 2179-2183.

楚兴春, 吕海宝, 赵尚弘. 基于傅里叶变换的高准确度条纹

细分方法[J]. *光学学报*, 2007, **27**(12): 2179-2183.

[15] WANG Yu-lei, LV Zhi-wei, WANG Yan *et al.* New method for interfereogram fringe pattern analysis based on fourier transform method[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(8): 1167-1171.

王雨雷, 吕志伟, 王岩, 等. 一种基于傅里叶变换的分析载波条纹的新方法[J]. *光学学报*, 2006, **26**(8): 1167-1171.