

doi: 10.3788/gzxb20154411.1112002

基于圆特征和异面点特征的位姿测量

张丽敏^{1,2}, 朱枫¹, 郝颖明¹, 王敏燕^{1,2}

(1 中国科学院沈阳自动化研究所, 沈阳 110000)

(2 中国科学院大学, 北京 100000)

摘要:通过增加常见的点特征为位姿测量提供空间几何约束,分析利用圆形目标和与之异面的特征点进行单目视觉定位时位姿解个数的情况.以光心和特征点位于圆平面两侧为前提条件,运用几何方法证明了特征点与光心和圆平面的相对位置决定了位姿解的个数,并求出唯一位姿解和两组位姿解时光心、圆平面和特征点的位置关系,提出了基于圆特征和异面点特征的位姿求解算法,实现了 6 维位姿测量,仿真实验和实物实验结果验证了算法的有效性和准确性.

关键词:单目视觉;位姿测量;空间几何约束;位姿解个数;圆特征;异面特征点;二义性

中图分类号: TP242.6

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2015)11-1112002-6

Pose Measurement Based on a Circle and a Non-coplanar Feature Point

ZHANG Li-min^{1,2}, ZHU Feng¹, HAO Ying-ming¹, WANG Min-yan^{1,2}

(1 *Shenyang Institute of Automation Chinese Academy of Science, Shenyang 110000, China*)

(2 *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100000, China*)

Abstract: Adding a common point feature which provided spatial geometric constraints, the paper analyzed the number of solutions to monocular vision pose measurement based on a circular target and a non-coplanar point. The geometric method was used to prove that the number of solutions is determined by the relative position of the feature point, the optical center and the circle plane, then a new algorithm was proposed to measure the pose and orientation. The algorithm can determine the six dimensional pose parameters, and the results of simulation and experiments indicated the effectiveness and accuracy.

Key words: Monocular vision; Pose measurement; Spatial geometry constraints; The number of solutions; Circular feature; Non-coplanar feature point; Duality

OCIS Codes: 120.5050; 330.5000; 150.0155; 330.6100

0 引言

单目视觉位姿测量作为一种重要的位姿测量方法,具有结构简单、测量准确度高等优点,测量时需已知测量目标的几何模型,如目标的点、直线、曲线等特征.其中,圆是一种重要的曲线特征,在目标识别^[1]、跟踪^[2]、定位^[3]等领域均有重要应用.在基于圆特征的位姿测量中,以光心为顶点,过图像目标轮廓形成正圆锥时,有唯一位姿解;否则,有两组解,即存在二义性问题^[4].文献[4-7]分别提出利用单个圆计算两组位姿解的方法,通过增加特征的方法解决位姿解的二义性问题.张磊等^[8]提出将激光测距仪获取的深度信息加入

到测量算法中,解决了两组解的判定问题;魏振忠等^[9]利用与空间圆共面的直线对基于空间角度约束消除二义性;苗锡奎等^[10]提出将空间圆平面外参考点到圆心距离的欧式不变性作为约束,剔除虚假解;赵连军^[11]提出综合利用点、直线、圆等特征的圆心半径法进行位姿解算;文献[12-16]也提出了部分利用专门设计的圆形目标进行位姿测量的方法.空间圆可以提供圆心坐标和法向量两个信息.但是,基于单个圆形目标的单目视觉位姿测量存在两个局限:1)空间圆绕其法线具有旋转对称性,最多可确定 5 维位姿;2)利用图像椭圆可计算出两组空间圆参量,即位姿测量结果存在二义性.

基金项目:国家自然科学基金(No. 61473280)资助

第一作者:张丽敏(1990-),女,博士研究生,主要研究方向为图像处理与机器视觉. Email: zhanglimin@sia.cn

导师(通讯作者):朱枫(1962-),男,研究员,博导,主要研究方向为计算机视觉、视觉测量和模式识别等. Email: fzhu@sia.cn

收稿日期:2015-06-18;录用日期:2015-09-08

<http://www.photon.ac.cn>

本文在研究基于圆特征和异面点特征的定位方法,光心和特征点位于圆平面两侧的位置约束下,分析利用圆和异面特征点进行单目视觉位姿测量时位姿解个数的情况,并提出位姿求解算法。

1 位姿解的情况

实际测量目标上的圆特征与点特征不共面情况见图 1. 空间圆和异面特征点的空间模型提供两个几何约束(见图 2). 1)特征点到圆平面的距离 d_p ; 2)特征点到圆心的距离 d_o .



图 1 三维物体
Fig. 1 Three-dimensional objects

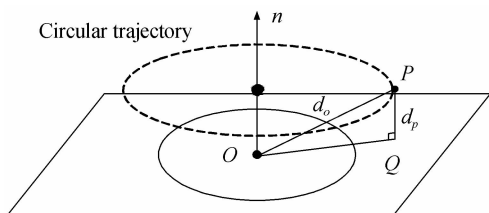


图 2 目标空间模型的两个约束
Fig. 2 Two constraints in object space model

若得知空间圆的圆心和法向量,则满足几何约束的特征点所有可能位置构成一条以法向量为轴的圆形轨迹(图 2 中虚线所示). 文中假设相机内参已知,以 d_p 、 d_o 和目标圆的半径 R 为先验条件。

圆形目标成像模型如图 3, 摄像机坐标系 $O_c X_c Y_c Z_c$ 的原点在光心,令 X_c 、 Y_c 轴分别平行于图像坐标系的 U 、 V 轴, Z_c 轴沿光轴方向. 由于空间圆在图像平面上的成像为椭圆,那么以相机光心为顶点,过图像椭圆轮廓线可确定一个空间斜圆锥。

为了便于分析,将相机坐标系变换到图 4 所示的斜圆锥坐标系. 斜圆锥坐标系 $OXYZ$ 满足右手定则,原点在光心, Z 轴通过斜圆锥轴线, Y 轴平行于两圆交线. 由于欧式空间的距离不变性,空间模型的几何约束在该坐标系下将保持不变. 由图像椭圆可求解出两个空间圆 O_1 和 O_2 . 用光心 O 和图像特征点确定射线 OC_2 , 该射线与圆 O_1 平面交于 C_1 , 与圆 O_2 平面交于 C_2 . 因特征点在射线 OC_2 上,并与光心分别位于圆平面的两侧,再根据特征点到空间圆平面的距离 d_p , 可求

出分别与两个空间圆相对应的空间点 P_{t_1} 和 P_{t_2} .

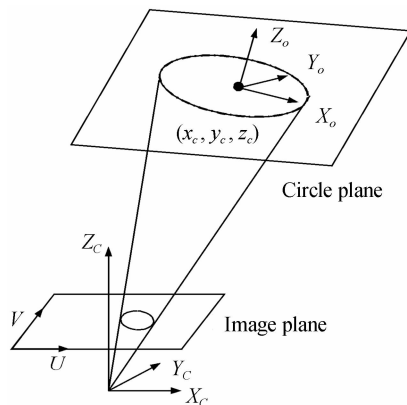


图 3 圆目标成像模型
Fig. 3 The imaging model of circular target

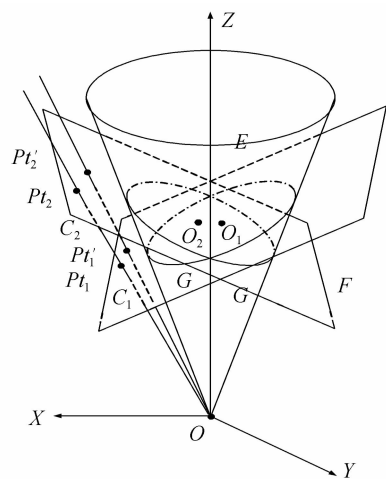


图 4 斜圆锥坐标系下由图像特征恢复空间目标
Fig. 4 Spatial targets from image features in oblique cone coordinates

假设射线 OC_2 单位方向是 (n_1, n_2, n_3) , 圆 O_1 的单位法向量是 $(n_x, 0, n_z)$, 则圆 O_2 平面的单位法向量是 $(-n_x, 0, n_z)$, 取 $n_3 > 0, n_x > 0, n_z > 0$. 记射线 OC_2 与圆 O_1 平面的夹角为 α_1 , 射线 OC_2 与圆 O_2 平面的夹角为 α_2 .

$$\sin \alpha_1 = n_x \cdot n_1 + n_z \cdot n_3, \sin \alpha_2 = -n_x \cdot n_1 + n_z \cdot n_3.$$

定理 1: $n_1 \neq 0$ 且 $n_x \neq 0$ 时有唯一解。

$n_1 < 0$ 时与 $n_1 > 0$ 的原理相同,以 $n_1 > 0$ 为例进行证明。

如图 4 所示,因 $n_1 > 0$, 则有 $\sin \alpha_1 > \sin \alpha_2$, 即 $\alpha_1 > \alpha_2$, 所以射线 OC_2 与圆 O_1 平面的夹角大于与圆 O_2 平面的夹角. 又因 P_{t_1} 到圆 O_1 平面的距离与 P_{t_2} 到圆 O_2 平面的距离相等, 所以有 $\|C_1 P_{t_1}\| < \|C_2 P_{t_2}\|$.

如图 4 和图 5 所示,圆 O_1 平面、圆 O_2 平面及 xoz 平面交于同一点 E , 射线 OC_2 在 xoz 平面上的投影为射线 OC'_2 , P'_{t_1} 、 P'_{t_2} 、 C'_1 和 C'_2 分别为点 P_{t_1} 、 P_{t_2} 、 C_1 、 C_2 在 xoz 平面上的投影, 且 $P'_{t_2} D_2 \perp ED_2$ 于 D_2 , $P'_{t_1} D_1 \perp ED_1$ 于 D_1 . 设射线 OC_2 与射线 OC'_2 的夹角为 β .

$$\text{有 } \|C'_1 P'_{t_1}\| = \|C_1 P_{t_1}\| \cos \beta, \|C'_2 P'_{t_2}\| =$$

$\|C_2Pt_2\| \cos \beta$, 所以有 $\|C_1Pt_1\| < \|C_2Pt_2\|$, 且有 $\|Pt_1Pt_1'\| < \|Pt_2P_2'\|$.

由于 $\angle OED_2 > 90^\circ$, 那么必有 $\angle OC_2E < 90^\circ$, 则 $\angle Pt_2C_2D_2 < 90^\circ$. 有

$$\begin{aligned} \|O_2Pt_2'\|^2 &= \|O_2D_2\|^2 + \|D_2Pt_2'\|^2 = \|O_2C_2 + C_2D_2\|^2 + \|D_2Pt_2'\|^2 \\ &= \|O_2C_2\|^2 + 2\|O_2C_2\| * \|C_2D_2\| + \|C_2D_2\|^2 + \|D_2Pt_2'\|^2 \\ &= \|O_2C_2\|^2 + 2\|O_2C_2\| * \|C_2D_2\| + \|C_2Pt_2'\|^2 \end{aligned}$$

而 OPt_2' 与 O_1C_1 形成的夹角 $\angle Pt_1'C_1E$ 存在三种情况:

1) 当 $\angle Pt_1'C_1E < 90^\circ$ 时, 如图 5(a) 所示.

$$\begin{aligned} \|O_1Pt_1'\|^2 &= \|O_1D_1\|^2 + \|D_1Pt_1'\|^2 = \|O_1C_1 - C_1D_1\|^2 + \|D_1Pt_1'\|^2 \\ &= \|O_1C_1\|^2 - 2\|O_1C_1\| * \|C_1D_1\| + \|C_1D_1\|^2 + \|D_1Pt_1'\|^2 \\ &= \|O_1C_1\|^2 - 2\|O_1C_1\| * \|C_1D_1\| + \|C_1Pt_1'\|^2 \end{aligned}$$

由于 $\|O_1C_1\| < \|O_2C_2\|$ (见文献[10]), $\|C_1Pt_1'\| <$

$\|C_2Pt_2'\|$, 则 $\|O_1Pt_1'\| < \|O_2Pt_2'\|$

2) 当 $\angle Pt_1'C_1E = 90^\circ$ 时, 点 C_1' 与 D_1 重合, 见图 5(b), 则

$$\|O_1Pt_1'\|^2 = \|O_1C_1\|^2 + \|C_1Pt_1'\|^2$$

可知 $\|O_1Pt_1'\| < \|O_2Pt_2'\|$

3) 当 $\angle Pt_1'C_1E > 90^\circ$ 时, 见图 5(c), 则

$$\begin{aligned} \|O_1Pt_1'\|^2 &= \|O_1D_1\|^2 + \|D_1Pt_1'\|^2 = \|O_1C_1 + C_1D_1\|^2 + \|D_1Pt_1'\|^2 \\ &= \|O_1C_1\|^2 + 2\|O_1C_1\| * \|C_1D_1\| + \|C_1D_1\|^2 + \|D_1Pt_1'\|^2 \\ &= \|O_1C_1\|^2 + 2\|O_1C_1\| * \|C_1D_1\| + \|C_1Pt_1'\|^2 \end{aligned}$$

$$\|C_1D_1\| = \|C_1Pt_1'\| * \cos \angle Pt_1'C_1D_1$$

$$\|C_2D_2\| = \|C_2Pt_2'\| * \cos \angle Pt_2'C_2D_2$$

因 $\angle Pt_1'C_1D_1 = \angle D_2ED_1 + \angle Pt_1'C_2E > \angle Pt_2'C_2D_2$, 则 $\|C_1D_1\| < \|C_2D_2\|$, 因而依然有 $\|O_1Pt_1'\| < \|O_2Pt_2'\|$.

因此, 这 3 种情况均满足 $\|O_1Pt_1'\| < \|O_2Pt_2'\|$.

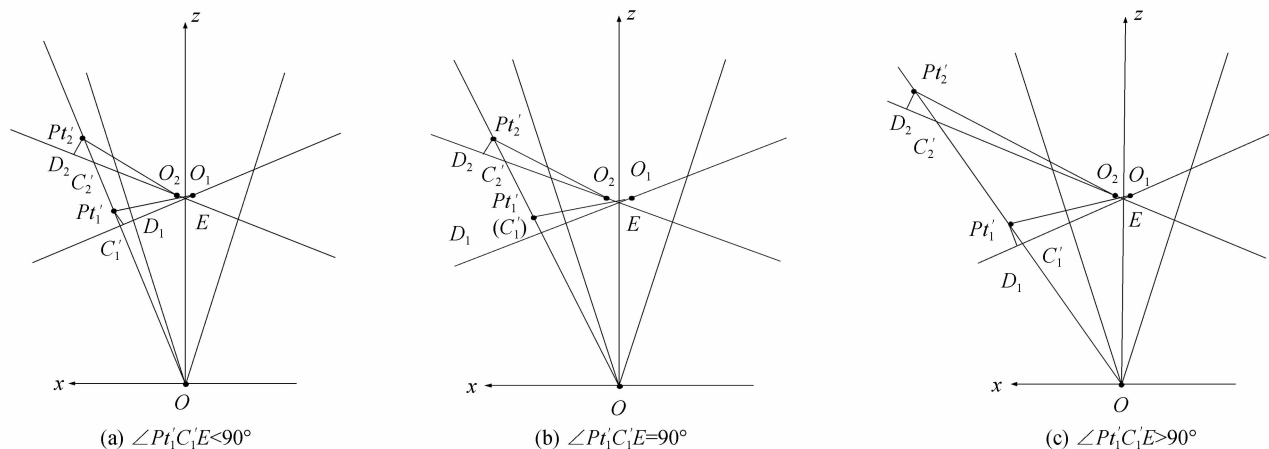


图 5 斜圆锥和空间点在 xoz 平面上的投影

Fig. 5 The projection of the oblique cone and the spatial points on the xoz plane

而 $\|O_1Pt_1\|^2 = \|O_1Pt_1'\|^2 + \|Pt_1Pt_1'\|^2$,

$\|O_2Pt_2\|^2 = \|O_2Pt_2'\|^2 + \|Pt_2Pt_2'\|^2$

已经证明 $\|O_1Pt_1'\| < \|O_2Pt_2'\|$, $\|Pt_1Pt_1'\| < \|Pt_2Pt_2'\|$, 因此, 有 $\|O_1Pt_1\| < \|O_2Pt_2\|$. 这表示点 Pt_1 和 Pt_2 到对应圆心的距离不同. 若已知特征点到圆心的距离, 即可消除虚假解, 因此有唯一的位姿解.

定理 2: $n_1 = 0$ 时, 有两组解.

$n_1 = 0$ 时, 有 $\alpha_1 = \alpha_2$, 此时, 射线 OC_2 与圆 O_1 平面的夹角、圆 O_2 平面的夹角相等. 射线 OPt_2 位于 $yo z$ 平面上, 该平面上的任意一点到圆 O_1 平面和圆 O_2 平面的距离均相等, Pt_1 与 Pt_2 点重合, 二义性无法消除. $yo z$ 平面是斜圆锥的最大顶角平面(见文献[4]), 此时, 特征点位于 $yo z$ 平面上. 光心、目标圆和特征点的几何位置关系见图 6.

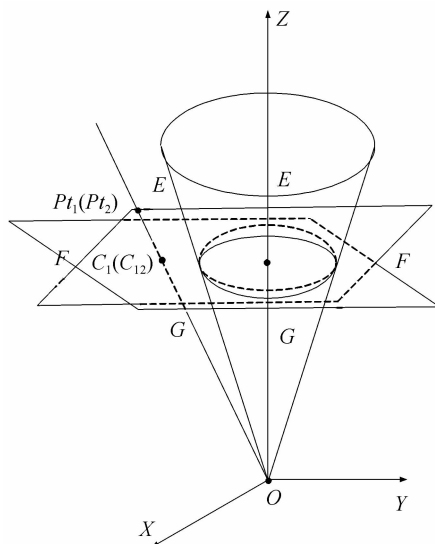


图 6 两组位姿解时的几何位置

Fig. 6 The geometric schematic of two solutions

当空间特征点位于由光心和图像椭圆轮廓线构成的斜圆锥的最大顶角平面上时,有两组位姿解,否则,具有唯一解。

在实际应用中可通过恰当选择特征点、调整相机与目标的相对位置等方法,去除圆形目标定位的二义性,实现单目视觉位姿测量。

此外,还可通过增加异面多特征点的方式去除二义性。假设选取个特征点 P_j , P_j 到圆平面的距离为 d_{pj} , P_j 到圆心的距离为 d_{oj} , $j=1,2,\dots,m$ 。由相机坐标系下的圆 O_1 参量、 d_{pj} 和 m 个成像点坐标可确定与圆 O_1 对应的 m 个点 P_{t1j} , 各点到圆心的距离误差之和记作 D_1 , 则有

$$D_1 = \sum_{j=1}^m | \| O_1 P_{t1j} \| - d_{oj} |$$

同理确定与圆 O_2 对应的 m 个点 P_{t2j} , 统计各点到圆心的距离误差之和 D_2 为

$$D_2 = \sum_{j=1}^m | \| O_2 P_{t2j} \| - d_{oj} |$$

由此可知,只要 m 个特征点不同时位于斜圆锥的最大顶角平面上,则 D_1 与 D_2 不等,因而可求出唯一的位姿解,该条件在实际应用中容易满足。

2 位姿求解方法

在实际的位姿测量过程中,不可避免地会引入一定的误差。其中,点特征在成像和图像检测过程中可能引入较大误差,而图像椭圆占据了较大范围的图像区域、边缘点的数目较多、具有形状约束,因而具备更强的鲁棒性和更可靠的参考价值。因此,本文侧重于运用图像椭圆信息进行位姿求解。利用圆特征和单个点特征进行位姿计算的步骤为:

1) 由图像椭圆计算出两个可能的空间圆 O_1 和 O_2

利用图像椭圆参量计算相机坐标系下的两组空间圆参量,即圆心坐标 (x_{ci}, y_{ci}, z_{ci}) 和单位法向量 $\mathbf{n}_i = (n_{ci}, n_{cyi}, n_{czi})$, $i=1,2$ 。具体的计算方法参考文献[5]。

2) 利用约束条件,去除圆参量的二义性

根据空间点与目标圆的位置关系(如图1),可确定上述两个空间圆对应的空间点 (x_{pi}, y_{pi}, z_{pi}) 在相机坐标系下可能位置构成两条圆形轨迹。轨迹的空间方程为

$$(x_{pi} - x_{ci} - d_p n_{cxi})^2 + (y_{pi} - y_{ci} - d_p n_{cxi})^2 + (z_{pi} - z_{ci} - d_p n_{cxi})^2 = d_o^2 - d_p^2, i=1,2$$

再根据相机内参,可计算这两条圆形空间轨迹在图像平面上的成像椭圆,由于它们并非实际的成像,故本文称之为虚拟椭圆。如图7所示,两个虚拟椭圆中,与实际成像点 P_o 距离最小的虚拟椭圆所对应的空间圆参量为正确解,同时,与实际成像点 P_o 距离最小的位置 Q_o 视为空间特征点的成像点。再由过光心和该点的射线,求出特征点 P 在相机坐标系下的空间坐标

(x_{cp}, y_{cp}, z_{cp}) 。

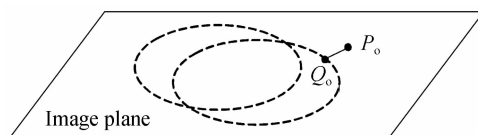


图7 图像平面上实际成像点与虚拟椭圆的最小距离
Fig.7 The minimum distance between the imaging point and virtual ellipses in image plane

3) 建立目标坐标系,计算目标坐标系到相机坐标系的相对位姿

以空间圆的圆心为原点建立目标坐标系 $O_o X_o Y_o Z_o$, X_o 轴沿圆心到特征点 P 在圆平面投影点的方向(即 OQ 方向), Z_o 轴沿圆平面的法向量方向,再按右手定则确定 Y_o 的方向,如图8。

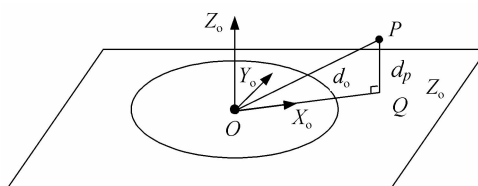


图8 目标坐标系

Fig.8 Object coordinate system

根据相机坐标系下特征点 P 的空间坐标 (x_{cp}, y_{cp}, z_{cp}) , 空间圆单位法向量 $\mathbf{n}_c = (n_{cx}, n_{cy}, n_{cz})$ 和圆心坐标 $O_c(x_c, y_c, z_c)$, 可知目标坐标系的各坐标轴方向在相机坐标系下的单位方向向量分别为

$$\mathbf{e}_z = \mathbf{n}_c = (n_{cx}, n_{cy}, n_{cz})$$

$$\mathbf{e}_x = \frac{\overrightarrow{OQ}}{|OQ|} = \frac{\overrightarrow{OP} - d_p \mathbf{n}_c}{|OP - d_p \mathbf{n}_c|}$$

$$\mathbf{e}_y = \mathbf{n}_z \times \mathbf{n}_x$$

目标坐标系到相机坐标系的相对位姿关系为

$$\mathbf{R} = (\mathbf{e}_x^T, \mathbf{e}_y^T, \mathbf{e}_z^T)$$

$$\mathbf{T} = (x_c, y_c, z_c)^T$$

由旋转矩阵 R 即可计算出横滚角、俯仰角和偏航角。

利用圆特征 $m(m \geq 2)$ 和个异面多特征点进行位姿测量的方法如下:

首先求出两组可能的空间圆 O_1 和 O_2 参量,方法与步骤1相同。利用空间圆 O_1 的参量,可确定 m 个空间点对应的虚拟椭圆,计算各实际成像点到对应的虚拟椭圆的最小距离之和 d_1 ; 同理,根据空间圆 O_2 , 也可确定 m 个空间点对应的虚拟椭圆,各实际成像点到虚拟椭圆的最小距离之和为 d_2 。若 $d_1 < d_2$, 空间圆 O_1 参量为正确解,反之,空间圆 O_2 参量为正确解。再从个特征点中选择一个特征点,按照步骤3所述的方法进行位姿计算。

本文的位姿测量方法侧重运用较可靠的图像椭圆信息。其中,平移向量由图像椭圆信息获得,姿态角利

用图像椭圆信息和图像特征点信息获得。

3 仿真实验

在 Matlab 平台下进行仿真实验. 实验参数为: 目标圆半径为 50 mm, 目标坐标系下圆心坐标为(0, 0, 0), 法向量为(0, 0, 1), 焦比 $f_u = f_v = 1\ 600$, 焦距 $f = 8$ mm, 主点坐标 $(u_0, v_0) = (256, 256)$, 图像尺寸为 512×512 . 各姿态角均固定为 45° , 对成像椭圆边缘点和特征点的成像点加入均值为 0、方差为 1 的高斯白噪声, 在测量距离为 400、500、600、700、800、900、1 000 mm 时, 统计 6 个位姿参数的平均误差, 实验结果如图 9.

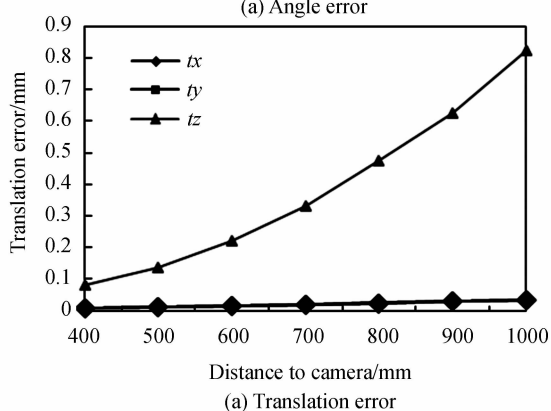
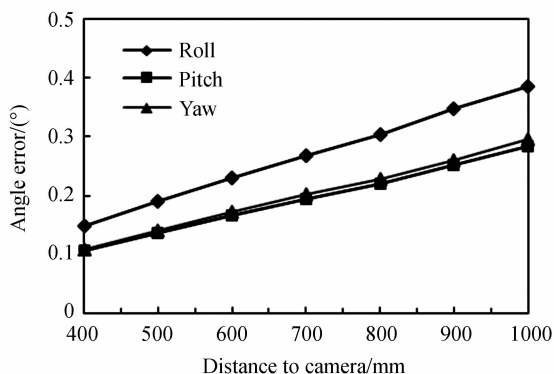


图 9 位姿参数的误差

Fig. 9 The calculating error of pose parameters

实验结果表明, 本文方法充分利用了可靠的图像椭圆信息, 可求取较准确的平移量, 而姿态角计算需利用点特征, 因而引起了较大的姿态角误差. 从图 9 可以看出, 测量距离为 1 000 mm 时, 本文算法的姿态角的平均误差在 0.4° 以内, 平移量的平均误差小于 1.2 mm.

4 航天器对接环模型位姿测量实验

为了验证算法的有效性和准确性, 本文设计了航天器对接环模型的位姿测量实验, 图 10 为航天器的火箭对接环模型位姿测量系统的实验平台. 主要包括火箭对接环模型、CCD 相机、计算机、高精度标志器等.

其中 CCD 相机分辨率为 16001200, 镜头焦距为 8 mm. 标定得到的相机内参矩阵为

$$C_{in} = \begin{bmatrix} 1896.6476 & 0.0000 & 827.8092 \\ 0.0000 & 1898.6902 & 604.3702 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

镜头畸变系数为

$$(k_1, k_2, p_1, p_2, k_3) = (-0.1355, 0.8552, -0.0019, 0.0006, -5.2207)$$



图 10 实验平台

Fig. 10 Experimental platform

目标圆选取半径为 60 mm 的对接环, 异面特征点选取背板上的两个角点, 两个角点到圆平面的距离均为 20 mm, 到圆心的距离均为 106.3 mm, 目标圆和特征点的图像检测结果如图 11.

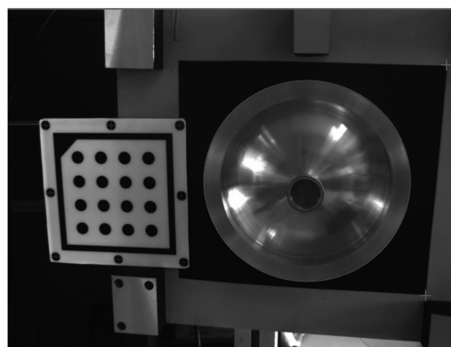


图 11 图像检测

Fig. 11 Image detection

目标附近放置带有多个圆形标志点的高准确度标志器, 该标志器与航天器对接环模型固连, 所有标志点在目标坐标系下的坐标已知. 首先利用标志点计算目标坐标系与相机坐标系的相对位姿, 由于标志器的计算准确度高, 认为该测量值为准确值. 然后利用目标圆和异面特征点计算目标坐标系与相机坐标系之间的相对位姿, 将该位姿结果与准确值进行比较, 结果如表 1.

表 1 位姿计算结果

Table 1 Results of pose measurement

Pose parameters	Real pose	Mean error
Pitch($^{\circ}$)	10.86	0.11
yaw($^{\circ}$)	7.55	0.51
roll($^{\circ}$)	3.32	0.10
tx (mm)	40.57	0.30
ty (mm)	5.03	0.13
tz (mm)	307.29	0.70

本文在同一位置采集 50 幅图像,求取位姿计算结果相对于准确值的平均误差.从表 1 可知,实物实验的准确度略低于仿真实验准确度,误差主要来源于相机标定误差、图像特征点检测误差、图像椭圆检测误差.但实物实验的准确度仍然较小,姿态角的平均误差在 0.6° 以内,平移量的平均误差小于 0.8 mm,说明了本文方法的有效性和准确性.

5 结论

本文分析了利用圆和异面特征点进行单目视觉位姿测量时位姿解个数的情况,运用几何方法证明了空间特征点位于由光心和图像椭圆轮廓线构成的斜圆锥的最大顶角平面上时,有两组位姿解,否则,具有唯一解.提出了一种位姿求解算法,仿真实验和实物实验表明了该算法的有效性和准确性.

参考文献

- [1] SONG Wen-jie, FU Meng-yin, Yang Yi. An efficient traffic signs recognition method for autonomous vehicle[J]. *Robot*, 2015, **37**(1): 102-111.
宋文杰, 付梦印, 杨毅. 一种面向无人驾驶汽车的高效交通标志识别方法[J]. *机器人*, 2015, **37**(1): 102-111.
- [2] HUANG Min, BAO Su-su, QIU Wen-chao. Study and simulation of surgical navigation based on binocular vision under visible light[J]. *Robot*, 2014, **36**(4): 461-468,476
黄敏, 鲍苏苏, 邱文超. 基于可见光下双目视觉的手术导航研究与仿真[J]. *机器人*, 2014, **36**(4): 461-468,476.
- [3] SUN Fu-jun, ZHU Jun-hui, YANG Fei-yu, *et al.* Method of microscopic positioning with physical markers [J]. *Robot*, 2014, **36**(6): 683-687,696.
孙伏骏, 朱军辉, 杨飞雨, 等. 基于实物标记的显微定位方法[J]. *机器人*, 2014, **36**(6): 683-687,696.
- [4] CHEN Z, HUANG J B. A vision-based method for the circle pose determination with a direct geometric interpretation[J]. *Proceedings of IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1999, **15**(6): 1135-1140.
- [5] SHIU Y C, HUANG C. Pose determination of circular cylinders using elliptical and side projection[C]. *Proceedings of IEEE International Conference on Systems Engineering*, Dayton, 1993: 265-268.

- [6] SAFAEE-RAD R, TCHOUKANOV I, SMITH K C, *et al.* Three-dimensional location estimation of circular features for machine vision [J]. *IEEE Transaction on Robotics and Automation*. 1992, **8**(5): 624-640.
- [7] ZHENG Y, MA W, LIU Y. Another way of looking at monocular circle pose estimation[C]. *Image Processing, 2008. ICIP 2008. 15th IEEE International Conference on*. IEEE, 2008: 861-864.
- [8] ZHANG Lei, XU Ke-jun, ZHAO Rui, *et al.* Improvement of position and orientation measurement algorithm of monocular vision based on circle features [J]. *Journal of Hefei University of Technology (Natural Science)*, 2009, **32**(11): 1669-1673.
张磊, 徐科军, 赵锐, 等. 一种基于圆特征的单目视觉位姿测量算法的改进[J]. *合肥工业大学学报(自然科学版)*, 2009, **32**(11): 1669-1673.
- [9] WEI Zhen-zhong, ZHAO Zheng, ZHANG Guang-jun. Solution of duality in pose estimation of single circle using Euclidean angular constraint [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2010, **18**(3): 685-691.
魏振忠, 赵征, 张广军. 空间圆姿态识别二义性的角度约束消除[J]. *光学精密工程*, 2010, **18**(3): 685-691.
- [10] MIAO Xi-kui, ZHUFeng, DING Qing-hai, *et al.* Monocular vision pose measurement based on docking ring component [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, **33**(4): 115-123.
苗锡奎, 朱枫, 丁庆海, 等. 基于星箭对接环部件的飞行器单目视觉位姿测量方法[J]. *光学学报*, 2013, **33**(4): 115-123.
- [11] ZHAO Lian-jun. Research on mono-vision pose measurement based on features of target[D]. Graduate School of Chinese Academy of Sciences (The Institute of Optics and Electronics), 2014: 67-73.
赵连军. 基于目标特征的单目视觉位置姿态测量技术研究[D]. 中国科学院研究生院(光电技术研究所), 2014: 67-73.
- [12] PAGANI A, KOEHLER J, STRICKER D. Circular markers for camera pose estimation [C]. *WIAMIS 2011: 12th International Workshop on Image Analysis for Multimedia Interactive Services*, Delft, The Netherlands, April 13-15, 2011. TU Delft; EWI; MM; PRB, 2011.
- [13] STORK J. Camera pose estimation with circular markers [D]. Thesis, University of Amsterdam (UvA), 2012.
- [14] ALISMAIL H, BAKER L D, BROWNING B. Automatic calibration of a range sensor and camera system[C]. *3D Imaging, Modeling, Processing, Visualization and Transmission (3DIMPVT)*, 2012 Second International Conference on. IEEE, 2012: 286-292.
- [15] CALVET L, GURDJOS P, CHARVILLAT V. Camera tracking using concentric circle markers: paradigms and algorithms[C]. *Image Processing (ICIP)*, 2012 19th IEEE International Conference on. IEEE, 2012: 1361-1364.
- [16] EBERLI D, SCARAMUZZA D, WEISS S, *et al.* Vision based position control for MAVs using one single circular landmark[J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2011, **61**(1-4): 495-512.