doi:10.3788/gzxb20154411.1106003

膜层传输矩阵理论在布拉格光纤光栅 分析中的应用

谢海鹤1,2,林振衡2,颜黄苹1,陈延平1,黄元庆1

(1 厦门大学 机电工程系,福建 厦门 361005)(2 莆田学院 机电工程学院,福建 莆田 351100)

摘 要:利用膜层传输矩阵理论研究折射率调制对布拉格光纤光栅传输特性影响.根据传输矩阵理论计 算光栅折射率的调制幅度、光栅长度、调制方法等对布拉格光纤光栅的反射率、反射峰波长和半幅宽度 的影响.结果表明:膜层传输矩阵理论与传统传输矩阵法、耦合模理论对布拉格光纤光栅特性分析结论 一致;采用高调制长度、低调制幅度可以获得良好的布拉格光纤光栅反射峰,而反射主峰位置改变需用 调整调制周期.实验和理论对比分析了主峰在1550 nm 波长的布拉格光纤光栅反射峰情况,验证了该 方法的可行性.与传统方法相比,膜层传输矩阵法计算公式简单、运行速度快,可应用于布拉格光纤光栅 辅助设计.

关键词:布拉格光纤;膜层传输矩阵;传输特性;光栅调制;光子晶体

中图分类号:TN29 **文献标识码:**A **文章编号:**1004-4213(2015)11-1106003-6

Fiber Bragg Grating Analyzed by Transfer Matrix Theory of Membrane Layer

XIE Hai-he^{1,2}, LIN Zhen-heng², YAN Huang-ping¹, CHEN Yan-ping¹, HUANG Yuan-qing¹
 (1 Department of Mechanic and Electronic, Xiamen University, Xiamen, Fujian 361005, China)
 (2 School of Mechanic and Electronic, Putian University, Putian, Fujian 351100, China)

Abstract: Membrane transfer matrix theory was used to study the influence between modulation refractive index and transmission characteristics of optical Fiber Bragg Grating (FBG). The influence of grating refractive index modulation amplitude, grating length and modulation method on reflectivity, the reflection peak wavelength and half width of FBG is calculated based on transfer matrix theory. The results show that characteristics of FBG analyzed by the Membrane layer transfer matrix theory, the traditional transfer matrix method and the coupled-mode theory is consistent; high modulation length, low modulation amplitude can obtain good FBG reflection peak, and the main reflection peak position need adjusted by the modulation cycle. The method is verified through the experiment and theoretical analysis of the main reflection peak of FBG in the 1550 nm. Membrane layer transfer matrix method can be applied to the FBG aided design for its simple calculation formula, fast speed compared with traditional methods.

Key words: Transfer matrix theory; Fiber Bragg grating; Transmission characteristics; Grating modulation; Photonic crystal

OCIS Codes: 060.3735; 250.4745; 260.2160

0 引言

自 1978 年 Hill 等人成功制作出光纤布拉格光栅

(Fiber Bragg Gratings, FBG)^[1]以来,光纤布拉格光栅 被广泛应用于传感、通讯、生物医学、地质勘探和激光 器等领域^[24].耦合模理论、传输矩阵法和劳尔德法等

基金项目:福建省科技重点项目(No. 2013H0039)、福建省自然科学基金(No. 2013J01251)和莆田学院支持项目(No. 2014056)资助 第一作者:谢海鹤(1983-),男,讲师,博士,主要研究方向为传感技术及检测方法.Email:haihexie@163.com 通讯作者:陈延平(1974-),男,副教授,博士,主要研究方向为生物医学光子学.Email:tochenyanping@163.com 收稿日期:2015-03-30;录用日期:2015-09-02

被广泛应用于 FBG 传输特性的研究中^[5].光子晶体是 一种介电常量周期性变化、空间排列构成的人工微结 构新型材料,也称光子带隙材料.当其结构周期是光波 长量级时,光子在这类材料中传输,被周期变化介电常 量调制,表现出类似于半导体能带结构中禁带、通带的 特点,称为光子带隙,频率落在带隙内的电磁波将不能 传输^[6].用特征矩阵法计算光子带隙结构具有简单、理 论清楚的优点^[78].FBG 与一维光子晶体相似,都具有 周期排列的折射率变化.文献[9]将光子晶体理论用于 光纤布拉格光栅的研究,但该方法计算复杂.本文采用 光子晶体膜层传输矩阵模型分析 FBG,由于矩阵计算 在计算机上运行速度远大于其它方式,不仅可以简化 模型,还可快速计算 FBG 光纤的传输特性^[10],为 FBG 设计及分析提供参考.

1 膜层传输矩阵理论模型

光在光纤光栅中传输,可以视为光在垂直的光栅 上传输,如图 1. 光纤光栅为两种不同折射率(介电常 量)、不同厚度的传输介质层交替排列构成,具有一维 周期性结构.角频率为ω的光沿z轴传播,光栅空间周 期 *d*=*a*+*b*.



图1 光纤光栅中传输介质结构

Fig. 1 Structure of transmission medium in FBG

光子垂直电磁场传播见图 2,其中带引号标记的 为反射回的电磁场.模型中以左手材料为例,在介质分 界面的电场和磁场如图 2.



图 2 光栅光纤中光传输电磁场分解图

Fig. 2 The electromagnetic field decomposing diagram of light transmission in the FBG

由于介质中无自由电荷,界面处的电场偏振与磁场偏振在切向方向连续,则有边界约束条件为

$$E_{I} = E_{i1} + E'_{t1} = E_{t1} + E'_{i1}$$

$$E_{II} = E_{t2} + E'_{r2} = E_{i2} + E'_{t2}$$

$$H_{I} = H_{i1} - H'_{t1} = H_{t1} - H'_{i1}$$

$$H_{II} = H_{t2} - H'_{i2} = H_{i2} - H'_{t2}$$

根据电场理论,介质中传输时会产生相位差,设介 质 b 引起的相位差为 $\delta_{\rm b}$,则有

$$\int E_{i2} = E_{t1} e^{i\delta_b}$$

 $E'_{i1} = E'_{t2} e^{i\delta_b}$

根据电磁场理论,电场和磁场有关系: $H = (\varepsilon_0 / \mu_0)^{0.5} nE$,所以在介质中,光子垂直入射光栅,其电场和磁场表示为

$$E_{\rm I} = E_{i1} + E'_{i1} \, {\rm e}^{{\rm i} \hat{\sigma}_{\rm b}} \tag{1}$$

$$E_{\rm II} = E_{\rm t2} \,{\rm e}^{{\rm i}\delta_{\rm b}} + E'_{\rm t2} \tag{2}$$

$$H_{1} = (\epsilon_{0}/\mu_{0})^{0.5} n(0) E_{t2} - (\epsilon_{0}/\mu_{0})^{0.5} n(0) E'_{t2} e^{i\delta_{b}}$$
(3)

$$H_{\rm II} = (\epsilon_0/\mu_0)^{0.5} n(b) E_{\rm tl} e^{i\delta_{\rm b}} - (\epsilon_0/\mu_0)^{0.5} n(b) E'_{\rm t2} \qquad (4)$$

用 $\eta_{b}(0) = (\varepsilon_{0}/\mu_{0})^{0.5} n(0), \eta_{b}(b) = (\varepsilon_{0}/\mu_{0})^{0.5} n(b),$ 简 化式(3)、(4),联立式(2)和(4),得

$$\begin{cases} E_{\rm tl} = e^{-i\delta_{\rm b}} \left(E_{\rm II} + H_{\rm II} / \eta_{\rm b} (b) \right) / 2 \\ E'_{\rm t2} = \left(E_{\rm II} - H_{\rm II} / \eta_{\rm b} (b) \right) / 2 \end{cases}$$
(5)

$$\begin{cases}
E_{I} = \cos \delta_{b} E_{II} - \frac{i}{\eta_{b}(b)} \sin \delta_{b} H_{II} \\
H_{I} = -i\eta_{b}(0) \sin \delta_{b} E_{II} + \frac{\eta_{b}(0)}{\eta_{b}(b)} \cos \delta_{b} H_{II}
\end{cases}$$
(6)

所以某一介质层的传输矩阵为

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{j} = \begin{bmatrix} \cos \delta_{j} & -\frac{1}{\eta_{j}(b)} \sin \delta_{j} \\ -i\eta_{j}(0) \sin \delta_{j} & \frac{\eta_{j}(0)}{\eta_{j}(b)} \cos \delta_{j} \end{bmatrix} & (7) \\ \delta_{j} = -\frac{\omega}{c} \int_{0}^{b} n_{j}(x) dx \end{cases}$$

式(7)中 $\eta_i(0) = (\epsilon_0 / \mu_0)^{0.5} n_i(0), \eta_i(b) = (\epsilon_0 / \mu_0)^{0.5} \bullet$ $n_i(b), 该式考虑介质层内部可能存在连续变化的特$ 点, 拓展了文献[7-8]中关于矩阵法计算光子晶体的应用, 充分考虑连续介质的情况. 如果介质层只有单一的 $折射率, 则<math>\delta_i = -\omega \eta_i b/c, \eta_i = (\epsilon_0 / \mu_0)^{0.5} n_i, \eta_i(0) =$ $\eta_i(b), 与文献[7-8]一样, 同时该数学模型与文献[5]中$ 式(50)及式(52)相比, 简化了矩阵中的元素表达式.

对于一维阶跃变化电介质常数结构,单介质层的 传输矩阵为 *M_i*,总的介质层数为 *N*.每个介质层视作 一个单元,每个单元用一个传输矩阵表示,则第 *j* 周期 的传输电场、磁场矢量关系为

$$\begin{bmatrix} E_j \\ H_j \end{bmatrix} = M_j \begin{bmatrix} E_{j+1} \\ H_{j+1} \end{bmatrix}$$
(8)

总传输特性是传输矩阵式(8)的乘积.依次类推

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ H_1 \end{bmatrix} = \boldsymbol{M}_1 \boldsymbol{M}_2 \cdots \boldsymbol{M}_N \begin{bmatrix} E_{N+1} \\ H_{N+1} \end{bmatrix} = \boldsymbol{M} \begin{bmatrix} E_{N+1} \\ H_{N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{N+1} \\ H_{N+1} \end{bmatrix}$$
(9)

根据电场分量和磁场分量的关系可得

$$\begin{cases} E_{1} = E_{i1} + E'_{i1} \\ H_{2} = H_{2} - H'_{2} = n E_{2} - n H'_{2} \end{cases}$$
(10)

$$E_{N+1} = \eta_{N+1} H_{N+1} \tag{11}$$

将式(10)、(11)代入一维周期结构特征传输关系 矩阵,得到

$$r = \frac{E_{i1}}{E_{i1}} = \frac{A\eta_1 + B\eta_1\eta_{N+1} - C - D\eta_{N+1}}{A\eta_1 + B\eta_1\eta_{N+1} + C + D\eta_{N+1}}$$
(12)

$$t = \frac{E_{N+1}}{E_{v1}} = \frac{2\eta_1}{A\eta_1 + B\eta_1 \eta_{N+1} + C + D\eta_{N+1}}$$
(13)

透射率 $T=t \cdot t^*$.

反射率 $R = r \cdot r^*$:

2 FBG 光纤传输特性理论分析

2.1 正弦调制 FBG

光纤光栅折射率正弦调制函数表示为

 $\delta_{\text{neff}} = (\overline{\delta}_{\text{neff}}(1 + v\cos(2\pi z/\Lambda + \varphi(z))) \tag{14}$

δ_{neff} 表示折射率变化量, δ_{neff} 为折射率平均调制幅度, v 表示调制幅度, 相当于交流量. 设光纤原始相对介电常数 ε_{ro}是 2.1, 经紫外激光调制后相对介电常数ε_{rl} 为2.101, 长度是 10 mm, 周期是 0.533 6 μm, 对于正弦调制, a: b=1:1, 采用特征矩阵方程计算, 宽光谱波长范围取 200~1 800 nm, 获得如图 3 所示的传输光谱图,其反射峰分别为 221.95 nm, 309.3 nm, 515.5 nm和 1 546.7 nm. 图 4 中细实线为光纤通讯窗口波长位置的放大图像, 中心波长位置放大如图 4 小窗口所示. $传统光纤布拉格光栅研究结论 <math>\lambda c = 2n_{neff} \Lambda$, 其中 n_{neff} 为 等效折射率, Λ 为光栅周期. 其折射率变化为





Fig. 3 Reflection peak of 200 nm to 1800 nm wavelength range light in FBG

调制占空比为 1:1 时, $n_{\text{eff}} = (\epsilon_{r_0})^{0.5} + (\epsilon_{r_1})^{0.5} = 1.4493$, 中心波长 $\lambda_c = 1546.7$ nm,即传输矩阵法与传统经验 公式描述的一致,与耦合理论的计算结果一致.

正弦调制长度对反射峰幅度的影响见图 4. 由图 4 可知,调制长度越长,反射峰越陡,旁瓣幅度越大.







2.2 高斯分布

目前光纤光栅多采用激光照射掩模版获得光纤光 栅折射率规则变化,照射光源若为高斯光斑,其折射率 变化是高斯公式,即

$$\delta_{\text{neff}} = \overline{\delta}_{\text{neff}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{z-a_0}{a_1}\right)^2\right] \left[1 + v \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}z + \varphi(z)\right)\right]$$
(16)

式中 *a*。是折射率变化最大值位置,即设高斯函数的中 心位置在光栅中心,*a*1 为半幅宽度位置,折射率变化幅 度分布如图 5.





L=0.5 mm时,分别采用正弦调制与半幅宽度为 L一半的高斯调制进行分析对比,如图 6.由于折射率 处于高斯分布,平均折射率变小,其中心波长变小,从 图 6 可以看出,反射主峰两边不再对称,主峰幅值也发 生变化,减小.



图 6 正弦调制与高斯调制 FBG 反射峰

Fig. 6 FBG reflection peak under Sine modulated and gaussian modulation

令 L 分别为 10 mm 和 5 mm 高斯调制半幅宽度 a₁ 分别为 0.5L、0.25L 和 0.1L,L=10 mm,分析不同调 制长度和高斯调制半幅宽度 a₁ 对反射峰的影响,如图 7.从图 7 可以看出,同样的高斯半幅宽度,调制长度可 以增加反射峰幅度,并减少反射峰半幅宽度.同样的调 制长度,调制半幅宽度增加可以增加反射峰幅度,减少 反射峰宽度.





图 8 为调制幅度和半幅宽度对反射峰的影响,折 射率调制幅度分别为 0.034 5 和 0.069 0. 从图 8 可以 看出,a₁ 越小,反射峰半宽度越大,对旁瓣抑制越好,同 时造成主峰反射幅值减小;增加调制深度可以提高反



图 8 FBG 高斯调制幅度和半幅宽度对反射峰的影响 Fig. 8 FBG reflection peak variation with difference gaussian modulation amplitude and half-width

射效率,但对应的反射峰半幅宽度增加,不仅影响反射 峰幅度还影响反射峰宽度.由图7、图8可知,为了获得 高的反射峰幅度和窄的反射峰宽度,需采用较长的高 斯调制长度、较低的调制深度和高的半幅宽度.改变波 峰位置,应该通过改变周期长度Λ的方法,而不能通过 改变调制幅度的方法.

2.3 余弦调制

采用升余弦调制时,折射率变化公式分别为

$$\delta_{\text{neff}} = \overline{\delta}_{\text{neff}} \left[1 + v \cos\left(\frac{\pi z}{L}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}z + \varphi(z)\right) \right]$$
(17)

式(17)中 $\overline{\delta}_{neff}$ 为折射率变化最大值, υ 为调制比,折射 率调制如图9,反射峰如图10.由于调制的缘故,等效 折射率减小,故峰值幅度下降,从图中也看可以看出余 弦调制会很好的抑制旁瓣.



图 9 FBG 升余弦调制折射率变化







升余弦调制只有半个变化周期,若是几个变化周 期,则构成普通的余弦变迹调制,其公式为

$$\delta_{\text{neff}} = \overline{\delta}_{\text{neff}} \left[1 + v \cos\left(\frac{6\pi z}{L}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}z + \varphi(z)\right) \right] \quad (18)$$

余弦变迹调制折射率如图 11,其折射率构成若干 个主峰.余弦折射率调制 FBG 反射峰如图 12,从图 12 可以看出 FBG 反射峰出现两个主峰,对应用于应变传 感器,通过两个主峰变化获得光栅周期 Λ 变化,减小 误差.

1106003-4



图 12 余弦变迹调制与正弦调制变化 FBG 反射峰 Fig. 12 FBG reflection peak of cosine-apodized distribution modulation and sine distribution modulation

2.4 相位差π正弦调制

将两段 FBG 拼接一起,若其中刚好少到半个周 期,即相位差为 π,两段都采用正弦调制,折射率公 式为

$$\begin{cases} \delta_{\text{neff}} = \overline{\delta}_{\text{neff}} (1 + v \sin(2\pi z/\Lambda)) & 0 \leqslant z < L/2 \\ \delta_{\text{neff}} = \overline{\delta}_{\text{neff}} (1 + v \sin(2\pi z/\Lambda + \pi)) & L/2 < z \leqslant L \end{cases}$$
(19)

折射率分布如图 13,调制长度、调制深度参数相 同时,普通正弦调制 FBG 反射峰和相位差为 π 的正弦 调制反射峰如图 14. 从图中可以看出,反射峰中间出 现一个透射峰,在解调中可以利用这一特点确定波峰 位置,与其它 FBG 相比,其确定的波峰更细.



图 13 相位差 π 正弦调制的 FBG 折射率变化





图 14 相位差π正弦调制反射峰



3 实验验证

采用 ASE-C 光源,工作波长为 1 525~1 565 nm, 采用横河光纤光谱仪 ms9740a,波长解调波长范围为 600~1 700 nm,选择范围为 1 548~1 552 nm,光纤为 深圳太辰光电生产的 FBG,光谱检测如图 15.光纤在 1 550 nm时折射率为 1.468 5,普通光敏光纤紫外线曝 光折射率变化为 10⁻⁴,根据式(15),周期宽度为 527.72 nm,采用本文的正弦调制方法进行分析,如图



图 15 反射峰 1 550 nm 的 FBG 反射光谱





图 16 反射峰 1 550 nm 正弦调制的 FBG 反射光谱分析 Fig. 16 The reflection spectrum analysis of FBG with 1 550 nm reflection peak under sine modulation

16,与图 15 的波形形状、半幅宽度基本吻合,验证了该 方法的可行性.

4 结论

膜层传输矩阵理论用于 FBG 光纤反射谱峰值、半 幅宽度、反射峰幅度分析,与传统传输矩阵法、耦合模 理论计算结果一致,通过实验也验证了其分析的可行 性,可以用于 FBG 辅助设计、分析折射率衰减.

参考文献

- [1] HILL K O, FUJII Y, JOHNSON D C, et al. Photosensitivity in optical fiber waveguide: application to reflection filter fabrication[J]. Applied Physics Letters, 1978, 32(10):647-649.
- [2] YUYA T, SHINJI Y. High-speed dispersion-tuned wavelength-swept fiber laser using a reflective SOA and a chirped FBG. [J]. Optics Express, 2013, 21(4):5130-5139.
- [3] ZHANG Ji-jun, WU Zu-tang, PAN Guo-feng, et al. Design of optical fiber grating-based high-precision and low-frequency vibration sensor[J]. Acta Photonica Sinica, 2014, 43(S1): 0128001.

张继军,吴祖堂,潘国锋,等. 低频高灵敏度光纤 Bragg 光栅 振动传感器设计[J]. 光子学报, 2014, **43**(S1):0128001.

[4] HU Jun, YANG Yuan-hong, LIU Xue-jing. Gap fiber bragg grating based micro-gap and temperature simultaneous measurement techology[J]. Chinese Journal of Lasers, 2014, 41(11): 1108003.

胡军,杨远洪,刘学静.基于间隙光纤光栅的微间隙与温度同

时测量技术[J]. 中国激光, 2014, 41(11):1108003.

- [5] ERDOGAN T. Fiber grating spectra[J]. IEEE Journal of Lightwave Technology, 1997, 15(8):1277-1294.
- [6] YABLONOVITCH E. Inhibited spontaneous emission in solidstate physics and electronics [J]. *Physical Review Letters*, 1995, 58(20):841-844.
- [7] WANG Hui, LI Yong-ping. An eigen matrix method for obtaining the band structure of photonic crystals[J]. Acta Physical Sinica. 2001,50(11):2172-2178.
 王辉,李永平. 用特征矩阵法计算光子晶体的带隙结构[J]. 物理学报, 2001,50(11):2172-2178.
- [8] LIN Guo-hua, ZHANG Yu. Band gaps characters of onedimension photonic crystal with dielectric constant modulated by random function [J]. Journal of Nanjing Normal University(Natural Science Edition), 2009,32(1): 47-50.
 林国华,张羽.应用特征矩阵法研究介电常数受任意函数调制 的一维光子晶体的带隙结构及其特性[J].南京师大学报(自 然版), 2009,32(1): 47-50.
- [9] WANG Zhi, REN Guo-bin, PEI Li, et al. Investigating the fiber bragg grating in the scope of the photonic crystal[J]. Acta Optica Sinica, 2003, 23(11): 1291-1295.
 王智,任国斌,裴丽,等. 光子晶体理论应用于光纤布拉格光 栅的研究[J]. 光学学报. 2003, 23(11): 1291-1295.
- BAO Ji-long, ZHANG Xian-min, CHEN Kang-sheng, et al. Analysis of dual wavelength fiber optic bragg grating using matrix method[J]. Acta Photonica Sinica[J], 2000, 29(1): 87-90.

鲍吉龙,章献民,陈抗生,等.双波长光纤光栅的矩阵分析 [J].光子学报.2000,**29**(1):87-90.

Foundation item: Key Project of Science Department, Fujian Province, China (No. 2013H0039), Natural Science Foundation of Fujian Province, China (No. 2013J01251), Project of Putian University, Fujian Province, China (No. 2014056)