

doi: 10.3788/gzxb20154411.1101002

基于多次散射和小散射角近似的水下激光传播特性

俞雪平^{1,2}, 胡云安³, 刘亮³, 谢永兴¹, 王亚蛟¹

(1 海军航空工程学院 研究生管理大队, 山东 烟台 264000)

(2 92914 部队, 海南 临高 571800)

(3 海军航空工程学院 控制工程系, 山东 烟台 264000)

摘 要:以辐射传输方程为基础,借助小角度近似条件,利用多次散射递归的逐级逼近来描述水体散射过程,推导得出水下辐射照度以及衰减系数的计算关系.着重讨论了激光在海水中的衰减特性,结果表明随着光学厚度的增加,各次散射光先增大后减小,相对辐射照度基本呈指数衰减,衰减趋势随单次散射反照率或者不对称因子的增大有所减缓.与蒙特卡罗方法模拟的结果进行比较,小散射角条件下多次散射近似方法的计算准确度优于单次散射近似,可以作为分析水下激光传播特性的参考依据.

关键词:多次散射;小散射角近似;散射相位函数;辐射传输方程;衰减特性

中图分类号:TN249

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2015)11-1101002-7

Propagation Characteristics of Underwater Laser Based on Multiple Scattering and Small Scattering Angles Approximation

YU Xue-ping^{1,2}, HU Yun-an³, LIU Liang³, XIE Yong-xing¹, WANG Ya-jiao¹

(1 Graduate Students' Brigade, Naval Aeronautical and Astronautical University,
Yanta, Shandong 264000, China)

(2 92914 troop, Lingao, Hainan 571800, China)

(3 Department of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University,
Yanta, Shandong 264000, China)

Abstract: The light propagation in water becomes complicated due to the scattering of water. Limited by optical thickness and other factors, the single scattering approximation is insufficient. Based on the radiative transfer equation and small angle approximation, the multiple scattering solve is gradually recursive to describe the whole scattering process. The calculation relation between underwater irradiance and the attenuation coefficient is deduced and the laser attenuation characteristic in seawater is discussed. The results show that, with the increase of optical thickness, each order scattering is first enhanced and then decreased, the relative irradiance attenuates exponentially, and the attenuation trend is declined when the single scattering albedo or asymmetric factor rise. Verified through Monte Carlo simulation method, the multiple scattering approximation method has a better accuracy than the single scattering approximation on the condition of small scattering angle and can be used as the reference for analysis of the underwater laser propagation.

Key words: Multiple scattering; Small scattering angle approximation; Scattering phase function; Radiative transfer equation; Attenuation characteristic

OCIS Codes: 010.3310; 010.4450; 010.5620; 290.2558; 290.4210

基金项目:国家自然科学基金(No. 61205206)资助

第一作者:俞雪平(1983-),男,博士研究生,主要研究方向为目标探测与模式识别. Email: yxpsf@126.com

导 师:胡云安(1966-),男,教授,博士生导师,主要研究方向为控制理论与模式识别. Email:hya507@sina.com

收稿日期:2015-06-12;录用日期:2015-09-08

0 引言

由于水体吸收和散射效应的共同作用,光在水中的传播过程表现为能量的衰减特性,并伴有传输光束偏移和光斑扩展等现象^[1-2].尤其在混浊海水这样的高散射介质中,水下光线的传播受到阻碍.为了获得更远的传输距离,普遍使用高功率蓝绿激光等单色准直光束作为光源.通过仪器测量回波信号得到水体的表现光学参量可以用来解释水下激光的传播特性.由于不同的水体环境差异巨大,像海水中悬浮粒子的浓度、尺度、分布随时间空间变化^[3],而实验采集的数据有限,成本较高,有必要对水下激光传播特性进行理论研究,这对于了解水体光学性质,掌握水下信号传输规律和探测水下目标等方面都具有重要的现实意义和应用价值^[4-6].相关的理论分析方法,包括基于光的波动特性的电磁波理论^[7],基于光的粒子特性的辐射传输理论^[8]和蒙特卡罗模拟方法^[9]等等,但由于物理过程本身和数学处理问题的复杂性,严格意义的解析形式很难得到.一般通过计算机数值计算得到精确解,或者通过合理假设简化模型得到近似解.精确解的计算繁琐耗时,而近似解的计算则相对简单高效.文献[10]应用三阶球谐展开的有限元法模拟光场分布情况,文献[11]采用小角度模型研究大气的辐射传输问题.针对不同的条件场合需要使用不同的近似方法^[12],例如,单次散射近似适用于光学薄介质,渐进近似适用于光学厚介质,漫射近似适用于各向同性介质,以及小散射角近似适用于具有前向散射尖峰的中等光学厚度^[13]等等,它们都在各自的适用范围取得了较好的近似效果,但也存在一定的局限性.现有文献大多直接使用小散射角条件下的单次散射近似进行估计^[14],忽略了相关参量的变化,没有考虑各次散射之间的区别.随着激光在海水中传播距离的增加,海水光学厚度增大,散射次数随之增加,光斑面积也在增大,单次散射近似不再适用,多次散射近似才更为合理.文献[15]利用等效散射函数描述多次散射问题,但计算公式较为复杂.

本文以海水中的激光衰减特性作为主要研究对象,基于辐射传输方程的多次散射分解,利用小散射角近似推导出水下辐射照度与辐射衰减系数的近似关系,在此基础上讨论了激光在海水中的直射光及其各次散射光的衰减特性,通过蒙特卡罗模拟方法说明不同光学参量对水下激光传播特性以及近似准确度的影响,验证本文近似公式的实用性.

1 背景知识与理论推导

1.1 辐射传输理论

辐射传输理论源于描述粒子输运过程的辐射传输方程.整个辐射传输方程满足能量守恒定律,但同时忽

略了光的波动效应,只适用于描述粒子间距远大于光源波长的介质中光的传播问题^[16].考虑离散随机介质中光波的传播过程,对于无内部源的定常情况,假设介质中光子的吸收是完全吸收,且散射是弹性散射,即散射只改变光子的运动方向,并不改变光子的频率,则传输方程为

$$\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla L(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = -CL(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) + \frac{b}{4\pi} \int_{4\pi} p(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}') L(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}') d\boldsymbol{\Omega}' \quad (1)$$

式中 $L(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega})$ 为辐射亮度, $C = a + b$ 为消光系数, a 为吸收系数, b 为散射系数, $p(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}')$ 为散射相位函数, $\boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{\Omega}'$ 表示散射角的余弦, $\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla$ 表示矢量场的散度, ∇ 是哈密顿算子,表示标量场的梯度.边界条件 $L(\mathbf{r}_0, \boldsymbol{\Omega}_0) = L(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \delta(\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega}_0)$, $\boldsymbol{\Omega}_0$ 为光线入射方向, δ 为狄拉克函数.光束散射的几何示意图如图 1.

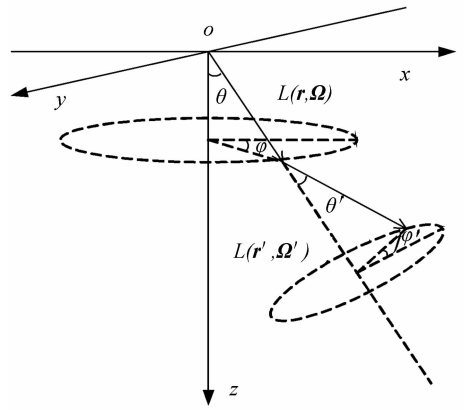


图 1 光束散射的几何示意图

Fig. 1 Schematic geometry of light beam scattering

散射角定义为入射光束与出射光束之间的夹角,关系式为

$$\boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{\Omega}' = \cos \Theta = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\varphi - \varphi') \quad (2)$$

式中 $\theta, \varphi, \theta', \varphi'$ 分别为入射光束以及出射光束的天顶角和方位角.散射相位函数 $p(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}')$ 可以展开为 $p(\theta, \varphi; \theta', \varphi') = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i=j}^{\infty} d_i P_i^j(\cos \theta) P_i^j(\cos \theta') \cos [j(\varphi - \varphi')]$, 式中 $P_i^j(\cos \theta)$ 为连带勒让德多项式.注意到 $\int_0^{2\pi} \cos [j(\varphi - \varphi')] d\varphi' = 0, j \neq 0$, 若记 $\mu = \cos \theta, \mu' = \cos \theta', p(\theta, \theta') = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p(\theta, \varphi; \theta', \varphi') d\varphi'$, 则散射相位函数可以表示为 $p(\mu, \mu') = \sum_{i=0}^{\infty} d_i P_i(\mu) P_i(\mu')$, 式中 $P_i(\mu)$ 为勒让德多项式.由此可知,辐射分布与方位角无关,在传播方向上具有对称性.

对于无限大平行平板,辐射传输方程在一维笛卡尔坐标系下可以表示为

$$\cos \theta \frac{dL(z, \theta)}{dz} = -CL(z, \theta) +$$

$$\frac{b}{2} \int_0^\pi p(\theta, \theta') L(z, \theta') \sin \theta' d\theta' \quad (3)$$

若设介质光学厚度 $\tau = \int C dz$, 单次散射反照率 $\omega = b/C$, 式(3)可进一步简化为

$$\mu \frac{dL(\tau, \mu)}{d\tau} = -L(\tau, \mu) + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 p(\mu, \mu') \cdot L(\tau, \mu') d\mu' \quad (4)$$

式(4)为关于辐射亮度的一阶常微分方程。

1.2 多次散射和小散射角近似

光在水下传输过程中不断遇到悬浮粒子而发生散射并逐渐偏离光轴,导致未散射的直射光以及单次散射光越来越少.经过二次、三次等多级散射后重新进入光轴的多次散射光,使得光在水中的传输变得更加复杂.单次散射近似在水体光学厚度较厚时无法胜任,而多次散射近似较为完整地描述了光散射的特征,有必要综合考虑多次散射的影响。

水下激光辐射亮度按散射次数展开^[17],表示为各次散射光之和

$$L(\tau, \mu) = \sum_{m=0}^{\infty} L_m(\tau, \mu) \quad (5)$$

各次散射光利用递归关系逐级导出

$$L_m(\tau, \mu) = \int_0^\tau J_m(\tau', \mu) \exp[-(\tau - \tau')/\mu] d\tau' / \mu \quad (6)$$

$$J_m(\tau, \mu) = \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 p(\mu, \mu') L_{m-1}(\tau, \mu') d\mu' \quad (7)$$

式中 $m \geq 1$, 没有发生散射的直射光辐射亮度为 $L_0(\tau, \mu) = E_0 \exp(-\tau/\mu_0) \delta(\mu - \mu_0)$.

为了求解上述方程,利用勒让德多项式展开分离变量,从而对各变量分别进行积分,最后通过解微分方程组可以得到数值解^[18],尽管如此,计算量仍然很大.由于海水散射相位函数具有较强的前向散射峰值,可以近似认为激光散射方向基本保持入射方向不变,即 $\mu = \mu_0, \mu' \approx \mu$, 这样散射光束辐射亮度可以写成 $L_m(\tau, \mu) = A_m(\tau, \mu_0) B_m(\mu, \mu_0)$ 的形式.当 $m=0$ 时, $A_0(\tau, \mu_0) = E_0 \exp(-\tau/\mu_0)$, $B_0(\mu, \mu_0) = \delta(\mu - \mu_0) = \sum_{i=0}^{\infty} (i+1/2) \cdot P_i(\mu) P_i(\mu_0)$, 则

$$B_m(\mu, \mu_0) = \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 p(\mu, \mu') B_{m-1}(\mu', \mu_0) d\mu' \quad (8)$$

$$A_m(\tau, \mu_0) = \int_0^\tau A_{m-1}(\tau', \mu_0) \exp[-(\tau - \tau')/\mu] d\tau' / \mu \quad (9)$$

分别对这两项展开分析,由勒让德多项式的正交性可知 $\int_{-1}^1 P_i(\mu) P_j(\mu) d\mu = \frac{\delta_{ij}}{i+1/2}$, $\delta_{i,j} = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$, 因此

$$B_m(\mu, \mu_0) = \omega^m \sum_{i=0}^{\infty} (i+1/2) d_i d_{m-1,i} P_i(\mu) P_i(\mu_0) = \omega^m \sum_{i=0}^{\infty} (i+1/2) d_{m,i} P_i(\mu) P_i(\mu_0) \quad (10)$$

通过递归运算可知 $d_{m,i} = d_i^m$, 则 $B_m(\mu, \mu_0) = \omega^m \sum_{i=0}^{\infty} (i+$

$\frac{1}{2}) d_i^m P_i(\mu) P_i(\mu_0)$. 另外

$$A_1(\tau, \mu_0) = \int_0^\tau A_0(\tau', \mu_0) \exp\left(-\frac{\tau - \tau'}{\mu}\right) \frac{d\tau'}{\mu} = E_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu}\right) \int_0^\tau \exp\left(\frac{\mu_0 - \mu \tau'}{\mu_0 \mu}\right) \frac{d\tau'}{\mu} \approx E_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) \frac{\tau}{\mu_0} \quad (11)$$

$$A_2(\tau, \mu_0) = \int_0^\tau A_1(\tau', \mu_0) \exp\left(-\frac{\tau - \tau'}{\mu}\right) \frac{d\tau'}{\mu} = E_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu}\right) \int_0^\tau \frac{\tau'}{\mu_0} \exp\left(\frac{\mu_0 - \mu \tau'}{\mu_0 \mu}\right) \frac{d\tau'}{\mu} \approx E_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) \frac{\tau^2}{2\mu_0^2} \quad (12)$$

以此类推,可得

$$A_m(\tau, \mu_0) = \int_0^\tau A_{m-1}(\tau', \mu_0) \exp\left(-\frac{\tau - \tau'}{\mu}\right) \frac{d\tau'}{\mu} \approx E_0 \frac{1}{m!} \left(\frac{\tau}{\mu_0}\right)^m \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) \quad (13)$$

由此可知,总的激光辐射亮度为各次散射光之和为

$$L(\tau, \mu - \mu_0) = \sum_{m=0}^{\infty} A_m(\tau, \mu_0) B_m(\mu, \mu_0) \approx \sum_{m=0}^{\infty} E_0 B_m(\mu, \mu_0) \frac{(\tau/\mu_0)^m}{m!} \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) \quad (14)$$

这个结果显然比取其前两项的单次散射近似得到的激光辐射亮度更为合理。

1.3 散射相位函数和后向散射系数

散射相位函数定义为光在某个给定方向单位立体角中的散射能量与在所有方向上平均的单位立体角中的散射能量之比.纯水由水分子组成,散射光以分子散射为主,强度较弱,满足 Rayleigh 散射分布.海水中包含各种各样的溶解物质、悬浮体和有机体,散射光以大尺度粒子散射为主,强度较强,满足 Mie 散射分布.散射相函数可以表示为无穷级数的形式,但通常无法显式表达,为了方便计算一般采用近似的显式相函数来代替^[1].对于 Mie 散射,经常使用的是 OTHG (One-Term Henyey-Greenstein) 散射相位函数,表达式为

$$p(\mu) = \frac{1-g^2}{(1-2\mu g + g^2)^{3/2}} = \sum_{i=0}^{\infty} (2i+1) g^i P_i(\mu) \quad (15)$$

式中 $g = \langle \cos \theta \rangle = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 p(\mu) \mu d\mu$. g 是各向异性因子或不对称因子,为散射角余弦的平均值,反映了散射方向的选择性.当 g 越靠近 -1 , 表明介质的后向散射越强烈; g 越接近 0 , 表明介质的散射越接近各向同性; 当 g 越靠近 1 , 表明介质的前向散射越强烈. OTHG 散射相位函数的后向散射比值为

$$p_b = \frac{1}{2} \int_{-1}^0 p(\mu) d\mu = \frac{1-g}{2g} \left(\frac{1+g}{\sqrt{1+g^2}} - 1 \right) \quad (16)$$

则后向散射系数为 $b_b = p_b b$.

研究发现海水散射相函数不仅具有强烈的前向散

射,其后向散射也具有一定的峰值. OTHG 散射相位函数虽然解析表达式简单,能够很好地再现前向散射峰值,但不能正确模拟后向散射. Haltrin 构造的 TTHG(Two-Term Henyey-Greenstein)^[19] 散射相位函数用不同参量分别近似前向散射和后向散射,能够比较全面地模拟海水的散射性质. TTHG 散射相位函数表达式为

$$p(\mu; \lambda, g_1, g_2) = \lambda p(\mu; g_1) + (1-\lambda) p(\mu; g_2) = \lambda \frac{1-g_1^2}{(1-2\mu g_1 + g_1^2)^{3/2}} + (1-\lambda) \frac{1-g_2^2}{(1-2\mu g_2 + g_2^2)^{3/2}} \quad (17)$$

式中 $0 \leq \lambda \leq 1, g_1, g_2 \leq 0$. 此时,不对称因子为 $g = \lambda g_1 + (1-\lambda) g_2$, 后向散射比值为 $p_b = \lambda p_{b1} + (1-\lambda) p_{b2}$.

FFM(Fournier-Forand-Mobley) 散射相位函数变化趋势与海水实验测量的结果最为接近^[20]. 该函数假设海水中散射体的尺度分布服从指数分布规律 $N(r) = \alpha r^{-m}$, 式中 $N(r)$ 是尺度为 r 的散射体数量, α 为常数, $m = 3 + \frac{n-1.01}{0.1542}$ 为表征海水中散射体尺度分布的特征参量,取值在 3.5~5 之间. m 越小,水中大尺度散射体的相对含量越多,前向散射越强. n 为散射体与纯水的相对折射率,取值在 1~1.35 之间. FFM 散射相位函数表达式为

$$p(\theta) = \frac{1}{(1-\delta)^2 \delta^v} \{ [v(1-\delta) - (1-\delta^v)] + \frac{4}{u^2} [\delta(1-\delta^v) - v(1-\delta)] \} - \frac{1-\delta_\pi^v}{4(1-\delta_\pi) \delta_\pi^v} \cdot (3\cos^2 \theta - 1) \quad (18)$$

式中 $v = \frac{3-m}{2}, \delta = \frac{u^2}{3(n-1)^2}, \delta_\pi = \frac{4}{3(n-1)^2}, u = 2\sin(\theta/2)$. 三类具有前向散射尖峰的散射相位函数 OTHG、TTHG 和 FFM 如图 2.

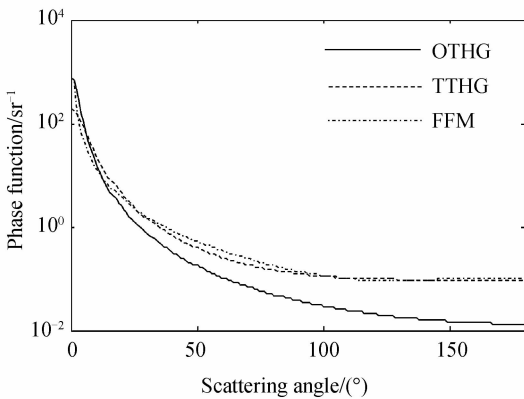


图 2 三种具有强烈前向散射的散射相位函数

Fig. 2 Three kinds of scattering phase function with strong forward scattering

1.4 水下辐射照度与有效衰减系数

辐射照度定义为 $E = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi L \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi$, 由式

(14)和(15)可知

$$E(\tau) = \int_0^1 L(\tau, \mu - \mu_0) \mu d\mu = \sum_{m=0}^{\infty} A_m(\tau, \mu_0) \int_0^1 B_m(\mu, \mu_0) \mu d\mu \approx \sum_{m=0}^{\infty} E_0 \omega^m g^m \frac{\mu_0}{m!} \exp\left(\frac{\tau}{\mu_0}\right) = E_0 \exp\left(-\frac{1-\omega g}{\mu_0} \tau\right) \quad (19)$$

水体的净辐射照度也可记为

$$E(z) = E_0 \exp\left(-\frac{a+b_N}{\mu_0} z\right) \quad (20)$$

式中 $b_N = (1-g)b$ 为规约化散射系数,表征散射光子偏离原先运动方向的程度. 此关系式与比尔定律相似,表达形式简单,具有明确的物理意义,便于定性分析.

标量向上辐射照度定义为 $E_{ou} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} L \sin \theta d\theta d\varphi$, 标量向下辐射照度定义为 $E_{od} = \int_0^{2\pi} \int_{\pi/2}^\pi L \sin \theta d\theta d\varphi$, 根据水体的净辐射照度可以推算出水体的标量向下辐射照度为

$$E_{od}(z) \approx E_0 \exp\left(-\frac{a+(1-p_f)b}{\mu_0} z\right) = E_0 \exp\left(-\frac{a+b_b}{\mu_0} z\right) \quad (21)$$

相当于水下一定深度处整个光斑面积的能量.

衰减系数定义为 $K(z) = -\frac{dE(z)}{E(z)dz} = -\frac{d \ln E(z)}{dz}$.

水体净辐射衰减系数为 $K(z) = \frac{a+(1-g)b}{\mu_0}$, 此式与 Gershun^[21] 关系式相符. 水体的标量向下辐射衰减系数为 $K_{od}(z) = \frac{a+b_b}{\mu_0}$, 此式与 QSSA (Quasi-Single-Scattering Approximation)^[8] 结果一致. 通过前面的推导可以发现,有效衰减系数可以表示为 $K_{eff}(z) = \frac{a+(1-f)b}{\mu_0}$ 的形式, f 是关于发射光束发散角、接收视场角和接收效率的函数,表示接收到的散射光占总散射光的比例. 当接收范围足够小时,即 $f \approx 0$, 有 $K_{eff}(z) \approx \frac{C}{\mu_0}$, 表示接收器只接收到没有散射的直射光时,有效衰减系数约为水体吸收系数与散射系数之和; 当接收范围足够大时,即 $f \approx 1$, 有 $K_{eff}(z) \approx \frac{a}{\mu_0}$, 表示接收器接收到几乎所有散射光时,有效衰减系数约为水体的吸收系数.

2 计算结果与对比分析

2.1 水下激光的单次散射

以海洋环境为例,参照文献^[16]的数据并结合仿真对比,选取海水的吸收系数和散射系数分别为 $a = 0.1 \text{ m}^{-1}$ 和 $b = 0.4 \text{ m}^{-1}$, 不对称因子 $g = 0.96$. 激光入射角 $\theta = 0^\circ$, 水深分别为 $z = 1 \text{ m}$ 和 $z = 10 \text{ m}$, 即光学厚

度 $\tau=0.5$ 和 $\tau=5$. 相应的水下激光传播特性如图 3, 图 (a) 中的光学厚度为 0.5, 图 (b) 中的光学厚度为 5.

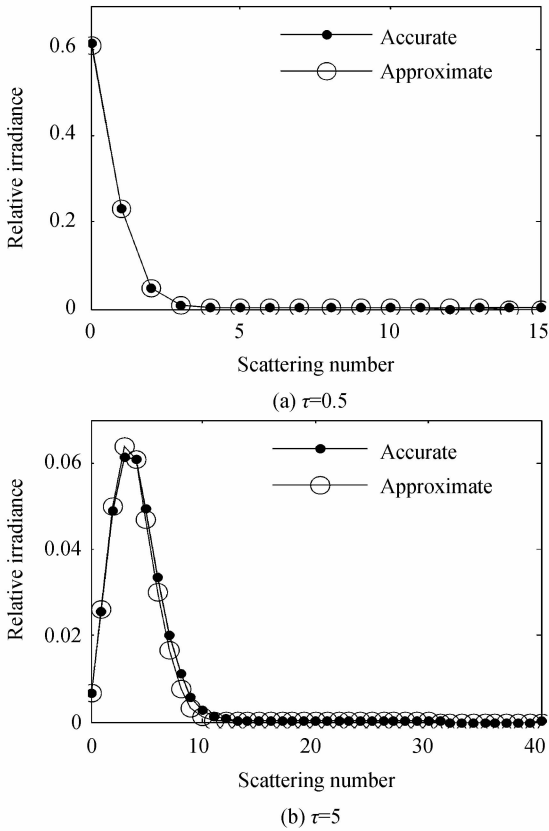


图 3 不同光学厚度下相对辐射照度随散射次数的变化
Fig. 3 Relative irradiance of different optical thickness varies with scattering times

从图 3 中可以看出,海水光学厚度越大,光子经历的散射次数越多,相对辐射照度越小,极值随之后移,出现在平均散射次数的位置附近,而相对辐射照度的近似值与精确值基本保持一致.当水深较浅时,相对辐射照度随散射次数的增加而单调递减,各次散射的近似准确度较高,当水深较深时,相对辐射照度随散射次数的增加先增大后减小,各次散射的近似准确度开始降低.计算结果说明在海水具有强烈的前向散射尖峰且海水光学厚度较薄满足平均散射次数小于 1 的情况下,单次散射起主导作用时可以使用单次散射近似.

2.2 水下激光的多次散射

2.2.1 光学厚度的影响

取海水的吸收系数和散射系数分别为 $a = 0.1 \text{ m}^{-1}$ 和 $b = 0.4 \text{ m}^{-1}$, 不对称因子 $g = 0.95$, 激光入射角 $\theta = 0^\circ$. 相应的水下激光传播特性如图 4, 图中数字表示对应的散射次数.

从图 4 中可以看出,各次散射相对辐射照度随光学厚度的增加先增大后减小,散射次数越多,相对辐射照度的极值大小越弱,极值位置越靠后,出现在光学厚度等于相应的散射次数处,而各次散射相对辐射照度的近似值与精确值基本吻合,但偏差随散射次数的增

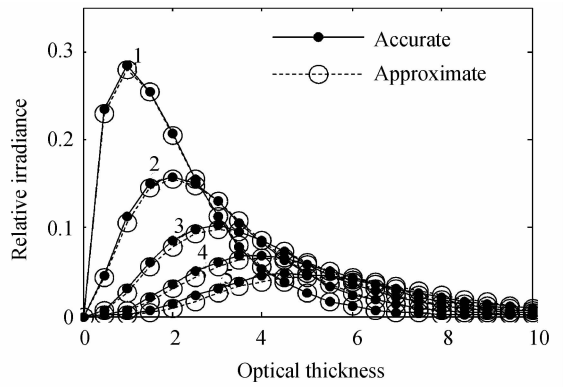


图 4 不同散射次数下相对辐射照度随光学厚度的变化
Fig. 4 Relative irradiance varies with optical thickness under different scattering numbers

加逐渐增大,然而其对各次散射相对辐射照度总和的贡献率也随之降低,所以总的相对辐射照度的近似值与精确值仍然保持一致.随着光学厚度的增加,单次散射越来越少,多次散射的比重随之增加.计算结果说明光学厚度对水下激光传播特性的影响很大,能量衰减明显.当水体光学厚度较厚时,仅用单次散射近似的误差增大,无法满足计算准确度的要求,多次散射近似显然比单次散射近似更接近准确值.

2.2.2 吸收系数及单次散射反照率的影响

若海水的衰减系数固定为 $C = 0.5 \text{ m}^{-1}$, 不对称因子保持 $g = 0.95$ 不变,海水的吸收系数分别为 $a = 0.1 \text{ m}^{-1}$ 和 $a = 0.2 \text{ m}^{-1}$, 即单次散射反照率分别为 $\omega = 0.8$ 和 $\omega = 0.6$. 相应的水下激光传播特性如图 5.

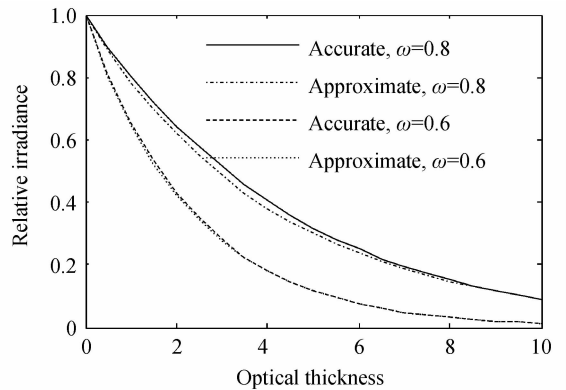


图 5 不同单次散射反照率下相对辐射照度随光学厚度的变化
Fig. 5 Relative irradiance varies with optical thickness under different single scattering albedos

从图 5 中可以看出,同样的光学厚度和不对称因子,单次散射反照率越大,衰减系数越小,相对辐射照度的衰减随之减缓.与此同时,吸收系数越小,相同衰减作用下散射影响越大,而多次散射会偏离小散射角近似条件,因此近似误差越大.

2.2.3 不对称因子及散射相函数的影响

若海水的吸收系数和散射系数分别为 $a =$

0.1 m^{-1} 和 $b=0.4 \text{ m}^{-1}$, 不对称因子分别为 $g=0.9$ 和 $g=0.7$. 相应的水下激光传播特性如图 6.

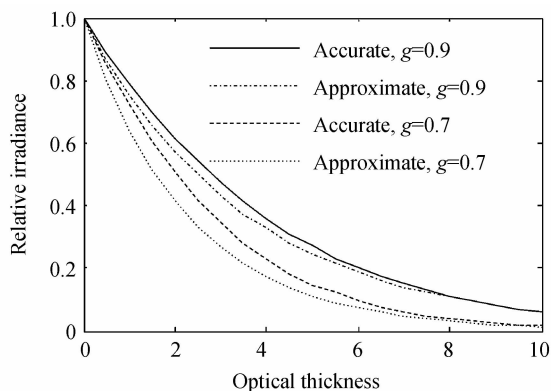


图 6 不同不对称因子下相对辐射照度随光学厚度的变化
Fig. 6 Relative irradiance varies with optical thickness under different asymmetry factors

从图 6 中可以看出, 同样的光学厚度和单次散射反照率, 不对称因子越大, 衰减系数越小, 相对辐射照度的衰减随之减缓. 与此同时, 散射相位函数越集中于前向散射, 越符合小散射角近似条件, 因此近似误差越小.

考虑到海水具有一定的后向散射峰值, 选用 TTHG 散射相位函数来模拟海水的散射特性, 取前向散射比例系数为 0.8, 不对称因子为 $g_1=0.9$, 后向散射比例系数为 0.2, 不对称因子为 $g_2=-0.1$. 此时的 TTHG 散射相位函数与 FFM 散射相位函数非常相似. 相应的水下激光传播特性如图 7.

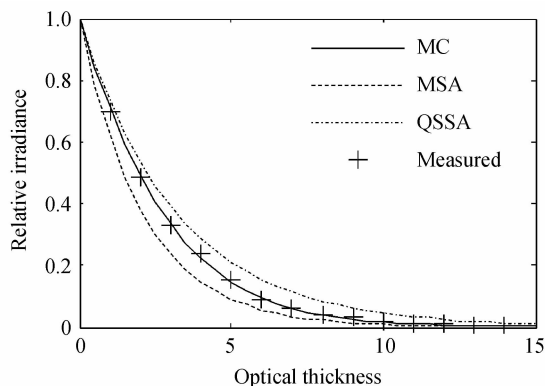


图 7 不同散射相位函数下相对辐射照度随光学厚度的变化
Fig. 7 Relative irradiance varies with optical thickness under different scattering phase function

从图 7 中可以看出, 实测值^[16]与蒙特卡罗 (Monte Carlo, MC) 模拟方法得到的精确值最为接近, 介于本文的 MSA (Multiple-Scattering Approximation) 和已有的 QSSA 近似值之间, 基本小于 QSSA 的近似值. 同样的光学参量, 虽然整体等效的不对称因子为 $g=0.7$, 仍然较大, 但由于后向散射峰值的存在, 偏离了小散射角近似条件, 因此本文推导的关系式近似误差稍大, 而

QSSA 的效果相比稍好. 计算结果说明散射相函数对多次散射近似的精确度至关重要, 对于具有前向散射峰的散射相位函数, 在一定的接受范围内可以忽略其近似误差.

3 结论

以海水中激光的衰减特性为例, 基于多次散射和小散射角近似的方法全面地研究整个散射过程. 随着光学厚度的增加, 未散射的直射光不断减弱, 各次散射光先增大后减小, 极值出现在光学厚度等于相应散射次数的位置, 与此同时, 多次散射光占总能量的比重逐渐增强. 在此基础上, 总的相对辐射照度随光学厚度的增加按照指数衰减, 衰减系数介于漫射衰减系数和光束衰减系数之间. 对比蒙特卡罗模拟方法, 本文推导的关系式适用于具有强烈前向散射峰的水体环境, 考虑多次散射的近似结果更加符合实际情况, 有助于进一步指导水下激光信号传输和目标探测等应用研究.

参考文献

- [1] MOBLEY C D, SUNDMAN L K, BOSS E, *et al.* Phase function effects on oceanic light fields[J]. *Applied Optics*, 2002, **41**(6): 1035-1050.
- [2] COCHENOUR B M, MULLEN L J, LAUX A E. Characterization of the beam-spread function for underwater wireless optical communications links[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2008, **33**(4): 513-521.
- [3] ZHONG Xiao-chun, LI Yuan-hui. Attenuation characteristics of laser in the seawater [J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 2010, **39**(4): 574-577.
钟晓春, 李源慧. 激光在海水中的衰减特性[J]. *电子科技大学学报*, 2010, **39**(4): 574-577.
- [4] SOKOLETSKY L. Comparative analysis of selected radiative transfer approaches for aquatic environments [J]. *Applied Optics*, 2005, **44**(1): 136-148.
- [5] JARUWATANADILOK S. Underwater wireless optical communication channel modeling and performance evaluation using vector radiative transfer theory[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2008, **26**(9): 1620-1627.
- [6] DU Zhu-feng, HUANG Tie-xia, LU Yi-min, *et al.* Analysis of underwater target signal and its effective attenuation coefficient[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2003, **31**(12): 1815-1819.
杜竹峰, 黄铁侠, 卢益民, 等. 水下目标信号特性及其有效衰减系数分析[J]. *电子学报*, 2003, **31**(12): 1815-1819.
- [7] VOIT F, HOHMANN A, SCHAFFER J, *et al.* Multiple scattering of polarized light: comparison of Maxwell theory and radiative transfer theory[J]. *Journal of Biomedical Optics*, 2012, **17**(4): 045003-1-8.
- [8] SOKOLETSKY L G, NIKOLAEVA O V, BUDAK V P, *et al.* A comparison of numerical and analytical radiative-transfer solutions for plane albedo of natural waters[J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2009, **110**(3): 1132-1146.
- [9] GIMOND M. Description and verification of an aquatic optics Monte Carlo model [J]. *Environmental Modelling and Software*, 2004, **19**(3): 1065-1076.
- [10] MA Wen-juan, GAO Feng, ZHU Ping-ping, *et al.* Finite

- element method for three-order (P3) approximation of radiative transfer equation[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(7): 1117-1121.
- 马文娟, 高峰, 朱莘莘, 等. 辐射传输方程的三阶球谐展开(P3)近似的有限元法求解[J]. 光子学报, 2011, **40**(7): 1117-1121.
- [11] EFREMENKO D, DOICU A, LOYOLA D, *et al.* Small-angle modification of the radiative transfer equation for a pseudo-spherical atmosphere [J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2013, **114**(1): 82-90.
- [12] KOKHANOVSKY A A. Analytical solutions of multiple light scattering problems; a review[J]. *Measurement Science and Technology*, 2002, **13**(2): 233-240.
- [13] KOKHANOVSKY A A. Small-angle approximations of the radiative transfer theory[J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 1997, **30**(4): 2837-2840.
- [14] ZHONG Xiao-chun, JIANG Fei, YUAN Mao-qian. Analysis of echo signal of underwater object[J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 2009, **38**(1): 148-151.
- 钟晓春, 江飞, 袁茂钱. 水下探测中目标的回波信号研究与分析[J]. 电子科技大学学报, 2009, **38**(1): 148-151.
- [15] PISKOZUB J, MCKEE D. Effective scattering phase functions for the multiple scattering regime [J]. *Optics Express*, 2011, **19**(5): 4786-4794.
- [16] MOBLEY C D. Light and water: radiative transfer in natural waters[M]. San Diego: Academic Press, 1994.
- [17] TANAKA A. Numerical model based on successive order of scattering method for computing radiance distribution of underwater light fields[J]. *Optics Express*, 2010, **18**(10): 10127-10136.
- [18] GONZALEZ-RODRIGUEZ P, KIM A D. Light propagation in tissues with forward-peaked and large-angle scattering[J]. *Applied Optics*, 2008, **47**(14): 2599-2609.
- [19] HALTRIN V I. One-parameter two-term Henyey-Greenstein phase function for light scattering in sea water[J]. *Applied Optics*, 2002, **41**(6): 1022-1028.
- [20] HAN Biao, LIU Ji-fang, ZHOU Shao-jie, *et al.* A simulated model for analyzing backscattering of laser pulse propagating in water based on Fournier Forand volume scattering function [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(10): 1590-1594.
- 韩彪, 刘继芳, 周少杰, 等. 基于 Fournier Forand 体积散射函数的水中激光脉冲后向散射特性分析模型[J]. 光子学报, 2011, **40**(10): 1590-1594.
- [21] JOHN T O K. The vertical attenuation of irradiance as a function of the optical properties of the water[J]. *Limnology and Oceanography*, 2003, **48**(1): 9-17.