

doi:10.3788/gzxb20154401.0114001

复杂含核粒子对贝塞尔波束散射特性的影响

崔志伟

(西安电子科技大学 物理与光电工程学院, 西安 710071)

摘要:基于面积分方程的矩量法及其快速算法研究了复杂含核粒子对任意入射贝塞尔波束的散射特性. 将零阶贝塞尔束的矢量解和坐标系旋转理论相结合, 推导出任意入射贝塞尔波束电磁场分量的数学表达式. 根据等效原理, 建立了求解具有任意形状和复杂内部结构含核粒子散射问题的面积分方程. 对贝塞尔波束任意入射下一些复杂含核粒子的散射进行了数值模拟, 结果表明: 贝塞尔波束入射时的微分散射截面要小于平面波入射时的微分散射截面, 且随着半锥角的减小而增大; 当波束中心的位置远离粒子中心时, 微分散射截面会减小; 微分散射截面对波束的入射角非常敏感. 这为激光对微粒的探测、诊断以及操纵技术提供有益帮助.

关键词:散射; 贝塞尔波束; 矩量法; 复合粒子; 面积分方程

中图分类号: O43

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2015)01-0114001-7

Investigation on the Scattering of Bessel Beam by Complex Particles with Inclusions

CUI Zhi-wei

(School of Physics and Optoelectronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: The scattering of an arbitrarily incident Bessel beam by complex particles with inclusions was investigated by utilizing the method of moments and its fast algorithm based on surface integral equations. The mathematical description of the electromagnetic field components of the arbitrarily incident Bessel beams were derived by using the vector expressions of zero-order Bessel beam in combination with rotation Euler angles. Based on equivalence principle, the surface integral equations were established, which could solve the scattering problems involving complex particles with inclusions of arbitrary shape and structure. The scattering of an arbitrarily incident Bessel beam by several selected particles with inclusions was simulated. The numerical results indicate that the Differential Scattering Cross Section (DSCS) for a Bessel beam is smaller than that for a plane wave and increases with the decreasing of the half-cone angle. Moreover, the position offset of the beam center decreases the DSCS, and the DSCS will be quite sensitive to the incident angles. The obtained results are expected to provide useful help for techniques of laser detection on particle, diagnosis, and manipulation.

Key words: Scattering; Bessel beam; Method of moments; Composite particles; Surface integral equations

OCIS Codes: 140.3295; 290.5850; 050.1755

0 引言

粒子的光散射特性研究是电磁波传播和散射理论中的重要课题, 通过观测粒子对入射光波散射强度的分布特性、偏振特性、频谱特性等, 可以反演和分析粒

子的形状、结构、尺寸、性质等物理特性, 进而改进实验过程并推进应用进程. 研究各种规则和不规则粒子的光散射特性时, 通常将微小粒子抽象模拟成由均匀介质组成的球形或椭球形粒子. 然而在实际中经常会遇到不能被简单视为外形规则内部均匀的粒子, 比如

基金项目:国家自然科学基金(No. 61308026)和中央高校基本科研业务费(No. K5051307003)资助

第一作者:崔志伟(1982-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为激光与粒子间的相互作用. Email: zwcui@mail.xidian.edu.cn

收稿日期:2014-04-09; **录用日期:**2014-05-27

<http://www.photon.ac.cn>

生物细胞、大气中的气溶胶颗粒、水滴包裹的冰核、掺杂颗粒的合成材料等。这类粒子可以看作是具有核壳型结构的复合粒子，研究这类含核粒子的光散射特性具有重要的现实意义，受到广泛关注。对于平面波入射这类含核粒子的散射问题，国内外已经进行了大量研究，也取得了较为丰硕的成果。近年来，随着激光技术的不断发展，研究各种含核粒子对激光波束的散射问题逐渐成为研究的热点。但由于该问题的复杂性，研究主要集中在涂层球、偏心球、涂层椭球等一些简单模型的含核粒子。1994年，Khaled^[1]等最先采用T-矩阵方法研究了涂层球对高斯波束的散射；随后韩国霞和颜兵等^[2-4]采用广义洛伦兹米理论（Generalized Lorenz-Mie Theory, GLMT）研究了偏心球对高斯波束的散射；基于GLMT，张华永等^[5]研究了涂层椭球对高斯波束的散射；张华永和颜兵等^[6-8]采用GLMT分析了含有椭球内核的球形粒子以及含有球形内核的椭球粒子对高斯波束的散射；韩一平等^[9]采用数值方法研究了复杂含核粒子对任意入射高斯波束的散射。虽然无衍射贝塞尔波束也是一种非常重要的激光波束，但是关于复杂含核粒子对贝塞尔波束散射问题的研究，目前文献中还没有报道。而各类含核粒子对无衍射波束散射问题的理论建模和数值计算中关键技术的研究在大气光学、微波遥感、材料特性分析、生物医学、纳米科学等相关领域具有重要的学术价值及实际应用前景。

本文采用基于面积分方程的矩量法及其快速算法对无衍射贝塞尔波束任意入射下具有任意形状和复杂内部结构含核粒子的散射特性进行了研究。导出任意入射贝塞尔波束电磁场分量的数学表达式；建立求解复杂含多核粒子散射问题的面积分方程；给出贝塞尔波束入射下一些具有核壳型结构复合粒子散射问题的数值模拟结果，并对结果进行了分析。

1 理论分析

1.1 任意入射贝塞尔波束的数学描述

为了研究复杂含核粒子对贝塞尔波束的散射问题，首先采用合理的数学公式准确描述作为激励源的贝塞尔波束。Durnin^[10]最先给出了满足波动方程的标量解；Mishra^[11]推导出了贝塞尔波束在其自身坐标系中电磁场分量的数学表达式，即矢量解。但在实际研究中，为了便于分析，通常选粒子所在的坐标系为实验室坐标系。而波束所在坐标系相对于粒子所在坐标系的位置往往是任意的，也就是说在实验室坐标系中波束的入射方向及其中心位置均是任意的。本文将贝塞尔波束的矢量解^[11]和坐标系旋转理论^[12]相结合，推导任意入射贝塞尔波束电磁场分量的数学表达式。如图1，坐标系 $Oxyz$ 为粒子所在的坐标系， O_Buvw 为贝塞尔波

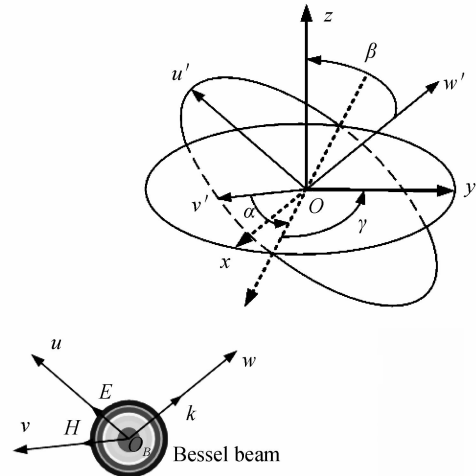


图1 任意入射贝塞尔波束示意图

束所在的坐标系，波束中心 O_B 在粒子所在坐标系中的坐标为 (x_0, y_0, z_0) 。通过对坐标系 O_Buvw 进行平移，可以得到一个与坐标系 $Oxyz$ 共原点的波束平移坐标系 $O'u'v'w'$ ，进一步通过旋转变换，建立起坐标系 $Oxyz$ 和 O_Buvw 之间的关系，用矩阵的形式可表示为

$$\begin{bmatrix} x-x_0 \\ y-y_0 \\ z-z_0 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

设一束零阶贝塞尔波束在其自身坐标系 O_Buvw 中沿 w 轴的正方向传播，电场沿 u 轴正方向极化，则借助其标量解的形式，通过电磁场与矢量势和标量势之间的关系，可推导得到其电磁场分量 (E_u, E_v, E_w) 和 (H_u, H_v, H_w) 的数学表达式为^[11]

$$E_u = \frac{1}{2} E_0 \left[\left(1 + \frac{k_w}{k_0} - \frac{k_r^2 u^2}{k_0^2 r^2} \right) J_0(k_r r) - \frac{k_r (v^2 - u^2)}{k_0^2 r^3} J_1(k_r r) \right] \exp(-ik_w w) \quad (3)$$

$$E_v = \frac{1}{2} E_0 \left[\frac{2k_r uv}{k_0^2 r^3} J_1(k_r r) - \frac{k_r^2 uv}{k_0^2 r^2} J_0(k_r r) \right] \cdot \exp(-ik_w w) \quad (4)$$

$$E_w = \frac{1}{2} E_0 \left[i \frac{u}{k_0 r} \left(1 + \frac{k_w}{k_0} \right) k_r J_1(k_r r) \right] \cdot \exp(-ik_w w) \quad (5)$$

$$H_u = \frac{1}{2} H_0 \left[\frac{2k_r uv}{k_0^2 r^3} J_1(k_r r) - \frac{k_r^2 uv}{k_0^2 r^2} J_0(k_r r) \right] \cdot \exp(-ik_w w) \quad (6)$$

$$H_v = \frac{1}{2} H_0 \left[\left(1 + \frac{k_w}{k_0} - \frac{k_r^2 v^2}{k_0^2 r^2} \right) J_0(k_r r) - \frac{k_r (u^2 - v^2)}{k_0^2 r^3} J_1(k_r r) \right] \exp(-ik_w \omega) \quad (7)$$

$$H_w = \frac{1}{2} H_0 \left[i \frac{v}{k_0 r} \left(1 + \frac{k_w}{k_0} \right) k_r J_1(k_r r) \right] \exp(-ik_w \omega) \quad (8)$$

式中 E_0 和 $H_0 = E_0/Z_0$ 分别是波束中心处电场和磁场的幅度, Z_0 为自由空间中的波阻抗; $k_r = k_0 \sin \phi$, $k_w = k_0 \cos \phi$, k_0 为自由空间中的波数, ϕ 为入射贝塞尔波束的半锥角; $r = \sqrt{u^2 + v^2}$ 为波束自身坐标系中在垂直于传播方向的横截面上的径向距离; $J_0(\cdot)$ 和 $J_1(\cdot)$ 分别表示零阶和一阶的第一类柱贝塞尔函数。

基于坐标系之间的平移和旋转变换关系, 贝塞尔波束在粒子坐标系中的电磁场分量的数学表达式 (E_x, E_y, E_z) 和 (H_x, H_y, H_z) 可以表示为

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} E_u \\ E_v \\ E_w \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} H_u \\ H_v \\ H_w \end{bmatrix} \quad (9)$$

于是入射贝塞尔波束的电磁场在粒子坐标系 $Oxyz$ 中可表示为

$$\mathbf{E}^{\text{inc}} = \hat{x}E_x + \hat{y}E_y + \hat{z}E_z \quad (10)$$

$$\mathbf{H}^{\text{inc}} = \hat{x}H_x + \hat{y}H_y + \hat{z}H_z \quad (11)$$

令 $\phi \rightarrow 0^\circ$, $x_0 = y_0 = z_0 = 0$, $\gamma = 0^\circ$, 则上面描述的任意入射的贝塞尔波束便退化为任意方向入射的平面波。

1.2 含核粒子散射问题的面积分方程

如图 2, 一束贝塞尔波束在介电常量和磁导率分别为 ϵ_0 和 μ_0 的自由空间中沿着任意方向照射到一个具有核壳型结构的复合粒子上。该粒子可以看作是一个内部包含有多个介质填充物的非均匀介质粒子。设主粒子的介电常量和磁导率分别为 ϵ_h 和 μ_h , 边界面为

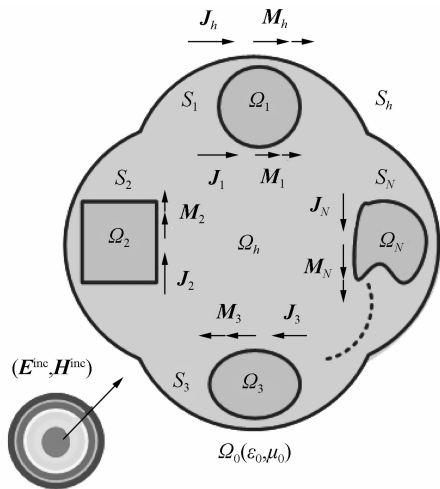


图 2 复杂含多核粒子散射问题的等效原理图

Fig. 2 Surface equivalence theorem for complex particles with inclusions

S_h ; 内部各个填充物的介电常量和磁导率分别为 ϵ_i 和 μ_i , 相应的边界面为 S_i ($i=1, 2, \dots, N$), 其中 N 为内部填充物的个数。为了阐述问题方便, 将自由空间所在区域记为 Ω_0 , 主介质粒子所在区域记为 Ω_h , 各个填充物所在区域记为 Ω_i ($i=1, 2, \dots, N$)。由等效原理可知, 该含核粒子在区域 Ω_0 内产生的散射场可等效为主粒子边界面 S_h 上的等效源在自由空间 ϵ_0, μ_0 中产生的场。这组等效源满足

$$\mathbf{J}_h = \mathbf{n}_h \times \mathbf{H}_0, \quad \mathbf{M}_h = \mathbf{E}_0 \times \mathbf{n}_h \quad (12)$$

式中 \mathbf{n}_h 为边界面 S_h 的外边界法向单位矢量, \mathbf{E}_0 和 \mathbf{H}_0 分别为区域 Ω_0 内总的电场和磁场, 可表达为

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{E}^{\text{inc}} + \mathbf{E}_0^{\text{sca}} \quad (13)$$

$$\mathbf{H}_0 = \mathbf{H}^{\text{inc}} + \mathbf{H}_0^{\text{sca}} \quad (14)$$

式中 \mathbf{E}^{inc} 和 \mathbf{H}^{inc} 为入射贝塞尔波束的电场和磁场, $\mathbf{E}_0^{\text{sca}}$ 和 $\mathbf{H}_0^{\text{sca}}$ 为区域 Ω_0 内的散射场, 可表示为

$$\mathbf{E}_0^{\text{sca}} = Z_0 \mathbf{L}_0^S(\mathbf{J}_h) - \mathbf{K}_0^S(\mathbf{M}_h) \quad (15)$$

$$\mathbf{H}_0^{\text{sca}} = \mathbf{K}_0^S(\mathbf{J}_h) + \frac{1}{Z_0} \mathbf{L}_0^S(\mathbf{M}_h) \quad (16)$$

式中 $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$, 积分算子 \mathbf{L}_0^S 和 \mathbf{K}_0^S 定义为

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_0^S(\mathbf{X}) = & -ik_0 \iint_S \left[\mathbf{X}(\mathbf{r}') + \frac{1}{k_0^2} \nabla \nabla' \cdot \mathbf{X}(\mathbf{r}') \right] \\ & \cdot \mathbf{G}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dS' \end{aligned} \quad (17)$$

$$\mathbf{K}_0^S(\mathbf{X}) = - \iint_S \mathbf{X}(\mathbf{r}') \times \nabla \mathbf{G}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dS' \quad (18)$$

式中 $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$, $\mathbf{G}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 为自由空间区域 Ω_0 中的标量格林函数。

由等效原理可知区域 Ω_i ($i=1, 2, \dots, N$) 内的场可以用一组边界面 S_i 上的等效源来表达。设这组等效源为 \mathbf{J}_i 和 \mathbf{M}_i , 则区域 Ω_i 内的场表示为

$$\mathbf{E}_i = Z_i \mathbf{L}_i^S(\mathbf{J}_i) - \mathbf{K}_i^S(\mathbf{M}_i) \quad (19)$$

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{K}_i^S(\mathbf{J}_i) + \frac{1}{Z_i} \mathbf{L}_i^S(\mathbf{M}_i) \quad (20)$$

式中 $Z_i = \sqrt{\mu_i/\epsilon_i}$, 积分算子 \mathbf{L}_i^S 和 \mathbf{K}_i^S 定义类似于 \mathbf{L}_0^S 和 \mathbf{K}_0^S 。

根据等效原理和场的连续性边界条件可知, 区域 Ω_h 内的场由 S_h 上的等效源 $(-\mathbf{J}_h, -\mathbf{M}_h)$ 和 S_i ($i=1, 2, \dots, N$) 上的等效源 $(-\mathbf{J}_i, -\mathbf{M}_i)$ 共同产生, 可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_h = & [Z_h \mathbf{L}_h^S(-\mathbf{J}_h) - \mathbf{K}_h^S(-\mathbf{M}_h)] + \\ & \sum_{i=1}^N [Z_h \mathbf{L}_h^S(-\mathbf{J}_i) - \mathbf{K}_h^S(-\mathbf{M}_i)] \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_h = & \left[\mathbf{K}_h^S(-\mathbf{J}_h) + \frac{1}{Z_h} \mathbf{L}_h^S(-\mathbf{M}_h) \right] + \\ & \sum_{i=1}^N \left[\mathbf{K}_h^S(-\mathbf{J}_i) + \frac{1}{Z_h} \mathbf{L}_h^S(-\mathbf{M}_i) \right] \end{aligned} \quad (22)$$

在主介质粒子的边界面 S_h 和内部各个介质填充的边界面 S_i ($i=1, 2, \dots, N$) 上分别施加切向场的连续性边界条件, 可得到一组面积分方程

$$(\mathbf{E}_0^{\text{sca}} + \mathbf{E}^{\text{inc}}) \Big|_{\tan(S_i)} = \mathbf{E}_h \Big|_{\tan(S_i)} \quad (23)$$

$$(\mathbf{H}_0^{\text{sca}} + \mathbf{H}^{\text{inc}}) \Big|_{\tan(S_i)} = \mathbf{H}_h \Big|_{\tan(S_i)} \quad (24)$$

$$\mathbf{E}_h \Big|_{\tan(S_i)} = \mathbf{E}_i \Big|_{\tan(S_i)} \quad (25)$$

$$\mathbf{H}_h \Big|_{\tan(S_i)} = \mathbf{H}_i \Big|_{\tan(S_i)} \quad (26)$$

式中下标 $\tan(S_h)$ 和 $\tan(S_i)$ 分别表示边界面 S_h 和 $S_i (i=1, 2, \dots, N)$ 上的切向场分量。

建立的混合积分方程可以采用矩量法^[13]进行离散。为了求解离散后得到的矩阵方程,采用直接法或迭代法。但是由于积分方程具有全局特性,采用矩量法将积分方程离散后得到阻抗矩阵为稠密矩阵。如果采用直接法求解矩阵方程,其存储量和计算量分别为 $O(N^2)$ 和 $O(N^3)$ 量级,其中 N 是总的未知量。如果采用迭代方法求解,则其存储量和计算量均为 $O(N^2)$ 量级。随着未知数的增多,对计算机性能的要求迅速增加,形成了实际应用的瓶颈。为了解决这一问题,很多学者致力于研究如何提高矩量法的计算效率。通常是减小阻抗矩阵的填充时间和加速矩阵与向量的乘积,如多层快速多极子方法(Multilevel Fast Multipole Algorithm, MLFMA)、自适应积分方法、快速傅里叶变换法等,其中 MLFMA 发展得最为成熟。采用 MLFMA 求解积分方程离散化而生成的矩阵方程,可使得求解矩阵方程时的存储量和计算量从 $O(N^2)$ 量级降至 $O(N \log N)$ 量级,具体的数值实现过程可以参考文献[14-16],这里不再阐述。

2 数值结果与分析

贝塞尔波束入射下一些具有核壳型结构复合粒子散射问题的数值模拟结果以微分散射截面(Differential Scattering Cross Section, DSCS)的形式给出,其定义为

$$\sigma = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \left| \frac{\mathbf{E}_{\text{far}}^{\text{sca}}}{E_0} \right|^2 \quad (27)$$

式中 $\mathbf{E}_{\text{far}}^{\text{sca}}$ 为远场条件下的散射场, E_0 波束中心处电场幅度,这里取为 1。

为了验证公式和程序的正确性,首先考虑如图 3 所示的含核粒子。该含核粒子的主粒子为椭球,长半轴和短半轴分别为 $a = 2.0\lambda$ 和 $b = 1.0\lambda$, 折射率为 $m = 1.414$ 。椭球内部含有两个相同的介质球,所在的位置分别为 $z_1 = -1.0\lambda$ 和 $z_2 = 1.0\lambda$, 介质球的半径为 $r_i = 0.5\lambda$, 折射率为 $m_i = 2.0$ 。由于该含核粒子目前还没有解析解,所以假设该含核粒子内部的球形填充物和主粒子椭球具有相同的折射率,即将该含核粒子看作是折射率为 $m = 1.414$ 的均匀介质椭球粒子。图 4 给出了贝塞尔波束在轴正入射下该均匀介质椭球粒子的微分散射截面,其中入射贝塞尔波束的参量为: $\phi = 15^\circ$, $x_0 = y_0 = z_0 = 0.0$, $\alpha = \beta = \gamma = 0^\circ$ 。从图中可以看出基于面积分方程方法(Surface Integral Equation Method,

SIEM)的数值结果和基于广义洛伦兹米理论(Generalized Lorenz-Mie theory, GLMT)的解析解结果吻合得很好。

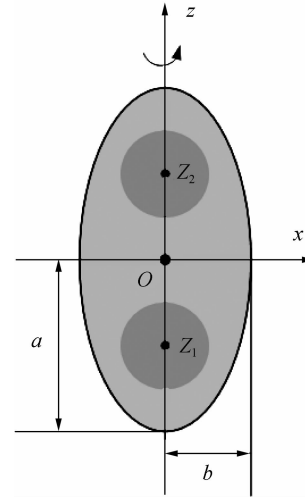


图 3 含有两个球形内核的椭球粒子示意图

Fig. 3 Illustration of a spheroidal particle with two spherical inclusions

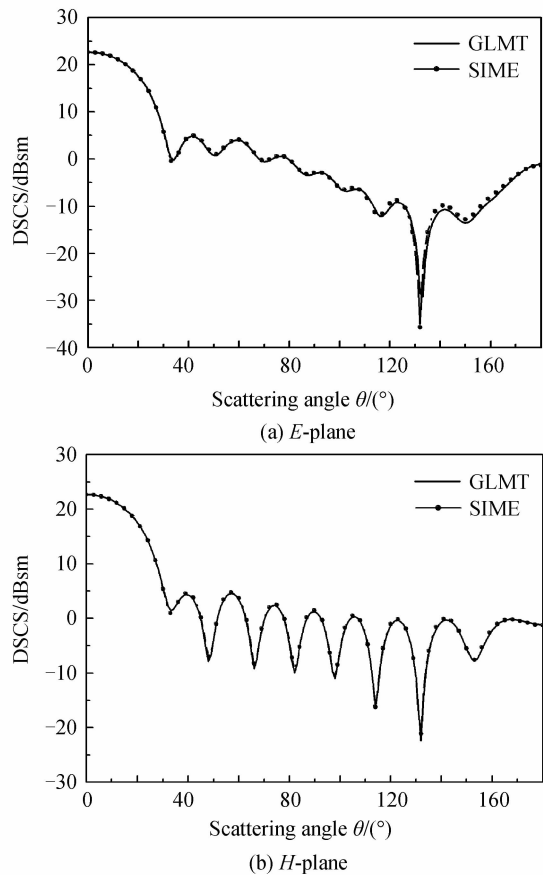


图 4 贝塞尔波束入射下均匀椭球粒子的微分散射截面
Fig. 4 DSCS for a homogeneous spheroidal particle illuminated by a Bessel beam

图 5 给出的是具有不同半锥角的零阶贝塞尔波束入射时图 3 所示含核粒子的微分散射截面,其中 $x_0 = y_0 = z_0 = 0.0$, $\alpha = \beta = \gamma = 0^\circ$ 。从图中可以看出贝塞尔波

束入射时的微分散射截面要小于平面波入射时的微分散射截面,这是由贝塞尔波束的强度分布不均匀引起的.从图中还可以看出随着半锥角的减小,贝塞尔波束入射时微分散射截面慢慢趋近于平面波入射时的微分散射截面.当半锥角取到 $\phi=0^\circ$ 时,其对应的微分散射截面和采用 FEKO 软件计算的平面波入射时的微分散射截面完全重合.图 6 给出的是图 3 所示含核粒子的微分散射截面随贝塞尔波束中心位置的变化,其中 $\phi=15^\circ, \alpha=\beta=\gamma=0^\circ$.从图中可以看出,当波束中心的位置远离粒子的中心时,微分散射截面也就是散射强度会减小,这是因为贝塞尔波束偏离粒子时,照射到粒子上的能量会减少.

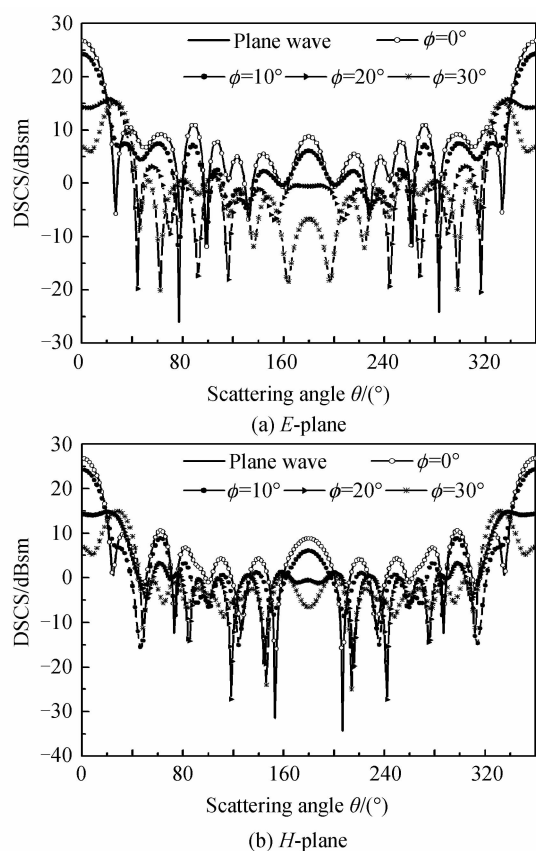


图 5 微分散射截面随半锥角的变化
Fig. 5 Effects of the half-cone on the DSCS

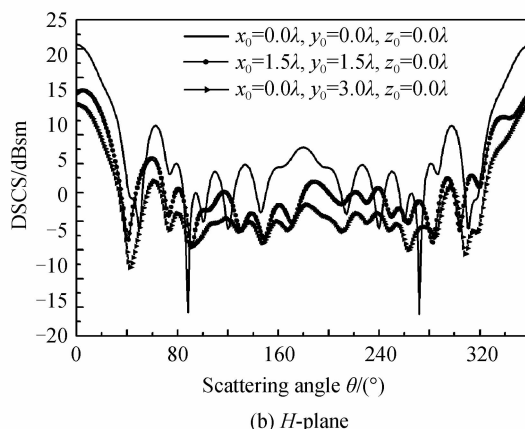
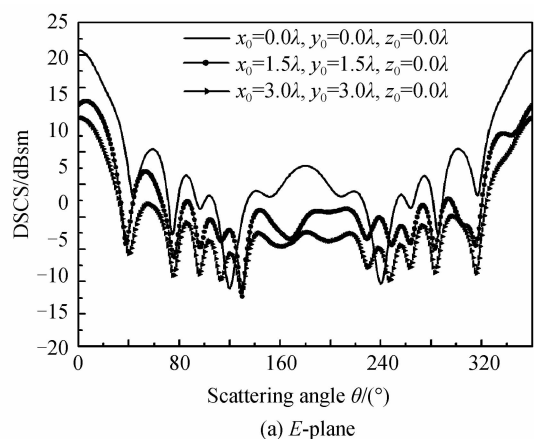


图 6 微分散射截面随波束中心位置的变化

Fig. 6 Effects of the beam center position on the DSCS

图 7 给出了微分散射截面随入射角的变化,其中 $\phi=15^\circ, x_0=y_0=z_0=0.0$.从图中可以看出, $\alpha=45^\circ, \beta=\gamma=0^\circ$ 对应的微分散射截面和 $\alpha=\beta=0^\circ, \gamma=45^\circ$ 对应的微分散射截面完全重合,这可以从坐标系旋转理论得到解释,也就是说当 $\beta=0^\circ$ 时,旋转相同角度的 α 角和 γ 角得到的旋转坐标系是一样的.同时从图中也可以发现当三个角度全不为零时,对散射截面的影响很大.

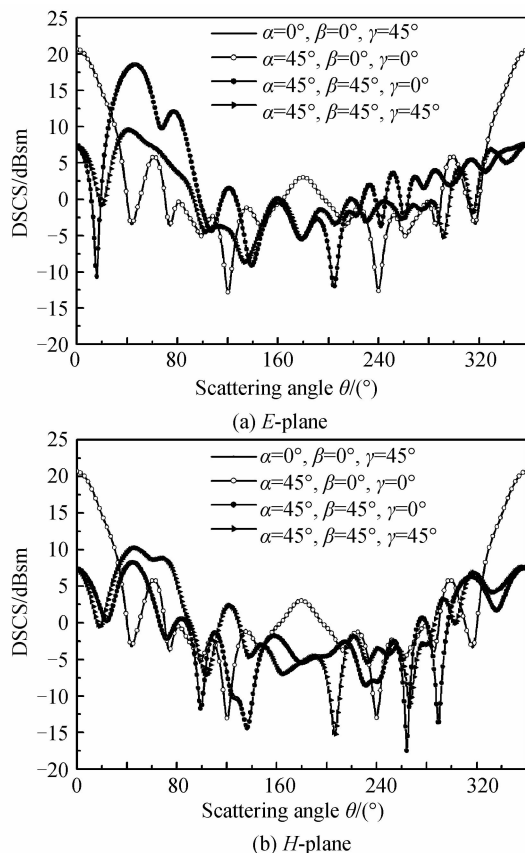


图 7 微分散射截面入射角的变化

Fig. 7 Effects of the incident on the DSCS

为了说明本文方法具有处理任意形状和复杂内部结构含核粒子散射问题的能力,给出两个比较复杂的

含核粒子对贝塞尔波束散射的数值模拟结果. 首先考虑的是如图 8 所示的含核粒子, 其中主粒子为介质球, 半径为 $r=2.0\lambda$, 折射率为 $m=1.5$. 该介质球内部含有四个折射率均为 $m_i=1.8$ 而形状不同的介质内核, 第一个是球, 半径为 $r_1=0.5\lambda$, 位于 $(x_1, y_1, z_1)=(-1.0, 0.0, 0.0)\lambda$; 第二个是圆柱, 半径为 $r_2=0.25\lambda$, 高为 $h_2=1.0\lambda$, 位于 $(x_2, y_2, z_2)=(0.0, 0.0, -1.0)\lambda$; 第三个是椭球, 长短半轴分别为 $a_3=0.5\lambda, b_3=0.4\lambda$, 在球中的位置为 $(x_3, y_3, z_3)=(1.0, 0.0, 0.0)\lambda$; 最后一个圆锥, 底面半径和高分别为 $r_4=0.5\lambda, h_4=1.0\lambda$, 位于 $(x_4, y_4, z_4)=(0.0, 0.0, 1.0)\lambda$. 图 9 给出了贝塞尔波束在轴正入射下该含核粒子的微分散射截面, 其中 $\phi=20^\circ, x_0=y_0=z_0=0.0$.

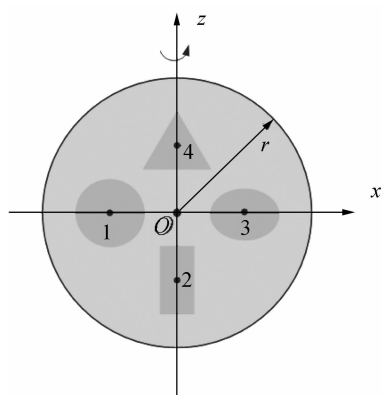


图 8 含有四个不同形状内核的球形粒子示意图
Fig. 8 Illustration of a spherical particle with four inclusions of different shape

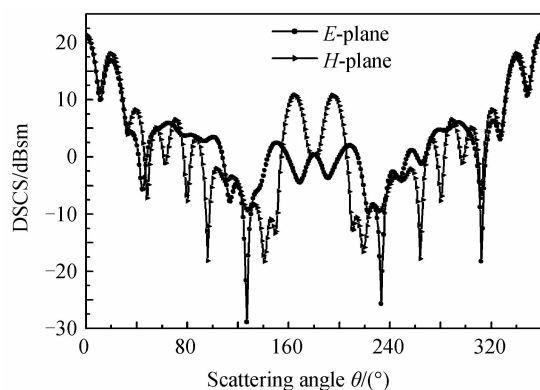


图 9 图 8 所示含核粒子的微分散射截面
Fig. 9 DSCS for the particle with inclusions depicted in Fig. 8

再考虑如图 10 所示的含核粒子, 该复合粒子的主粒子为一个介质正方体, 边长为 $l=3.0\lambda$, 折射率为 $m=1.414$. 主粒子内部含有 27 个随机分布的介质球形粒子, 各个球形粒子的半径为 $r=0.25\lambda$. 球形粒子的位置分布采用蒙特卡罗方法模拟, 占空比为 $f=6.0\%$. 图 11 给出了贝塞尔波束离轴斜入射下该含核粒子的微分散射截面, 其中 $\phi=10^\circ, (x_0, y_0, z_0)=(1.5, 1.5, 0.0)\lambda, \beta=45^\circ, \alpha=\gamma=0^\circ$.

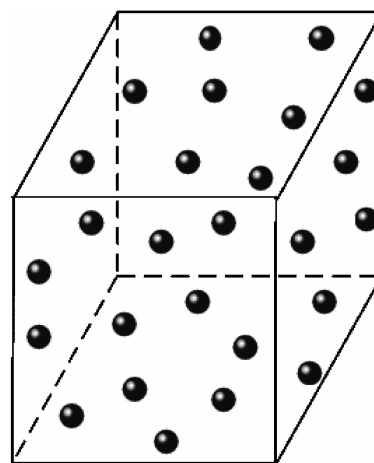


图 10 含有 27 个随机分布球形内核的正方体粒子示意图
Fig. 10 Illustration of a cubic particle containing 27 randomly distributed spherical inclusions

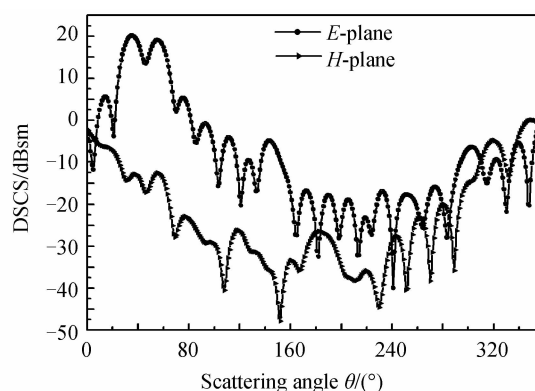


图 11 图 10 所示含核粒子的微分散射截面
Fig. 11 DSCS for the composite particle depicted in Fig. 10

3 结论

本文采用基于面积分方程的矩量法及其快速算法对无衍射贝塞尔波束任意入射下具有任意形状和复杂内部结构的含核粒子的散射问题展开了研究. 导出了任意入射贝塞尔波束电磁场分量的数学表达式; 建立了用于分析具有核壳型结构复合粒子散射问题的面积分方程; 对贝塞尔波束入射下一些复杂含核粒子的散射进行了数值模拟, 并对结果进行了分析. 所采用的方法具有如下优点: 1) 可以准确地描述任意入射的贝塞尔波束; 2) 粒子的壳内可以含有多个核; 3) 粒子的内核和外壳可以为任意形状; 4) 内核和外壳可以独立建模、独立离散且只需要离散内核和外壳的表面; 5) 计算准确度高. 采用该方法可以进一步研究内核的数量、大小、形状以及位置对散射强度分布的影响, 从而揭示含核粒子对无衍射波束散射的规律, 为激光对微粒的探测、诊断以及操纵技术提供理论支持和实际指导.

参考文献

- [1] KHALED E M, HILL S C, BARBER P W. Light scattering by a coated sphere illuminated by a Gaussian beam [J]. *Applied Optics*, 1994, **33**(15): 3308-3314.

- [2] HAN G X, HAN Y P, LIU J Y, *et al.* Scattering of an eccentric sphere arbitrarily located in a shaped beam [J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2008, **25**(12): 2064-2072.
- [3] YAN B, HAN X E, REN K F. Scattering of a shaped beam by a spherical particle with an eccentric spherical inclusion[J]. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 2009, **11**(1): 015705.
- [4] YAN Bing, HAN Xiang-e, REN Kuan-fang, *et al.* Light scattering of Gaussian beam from an eccentrically stratified dielectric sphere and application[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(5): 1268-1273.
颜兵,韩香娥,任宽芳,等. 离心球对高斯波束的光散射及应用[J]. *光子学报*, 2009, **38**(5): 1268-1273.
- [5] ZHANG H Y, HUANG Z X, SUN Y F. Scattering of a Gaussian beam by a conducting spheroidal particle with non-confocal dielectric coating [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2011, **59**(11): 4371-4374.
- [6] ZHANG H Y, LIAO T Q. Scattering of Gaussian beam by a spherical particle with a spheroidal inclusion[J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 2011, **112**(9): 1486-1491.
- [7] YAN B, ZHANG H Y, LIU C H. Scattering of Gaussian beam by a spheroidal particle with a spherical inclusion at the center[J]. *Optics Communication*, 2011, **284**(16-17): 3811-3815.
- [8] YAN B, ZHANG H Y. Gaussian beam scattering by a spheroidal particle with an embedded conducting sphere[J]. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, 2011, **32**(1):126-133.
- [9] HAN Y P, CUI Z W, ZHAO W J. Scattering of Gaussian beam by arbitrarily shaped particles with multiple internal inclusions[J]. *Optics Express*, 2012, **20**(2): 718-731.
- [10] DURBIN J. Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1987, **4**(4): 651-654.
- [11] MISHRA S R. A vector wave analysis of a Bessel beam[J]. *Optics Communication*, 1991, **85**(2-3):159-161.
- [12] EDMONDS A R. Angular momentum in quantum mechanics [M]. Princeton: Princeton University Press, 1957.
- [13] HARRINGTON R F. Field computation by moment methods [M]. London: Macmillan, 1968.
- [14] SONG J, LU C C, CHEW W C. Multilevel fast multipole algorithm for electromagnetic scattering by large complex objects [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1997, **45**(10): 1488-1493.
- [15] SHENG X Q, JIN J M, SONG J M, *et al.* Solution of combined-field integral equation using multilevel fast multipole algorithm for scattering by homogeneous bodies[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1998, **46**(11): 1718-1726.
- [16] YLÄ-OIJALA P, TASKINEN M. Application of combined field integral equation for electromagnetic scattering by dielectric and composite objects[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2005, **53**(3):1168-1173.