第 43 卷第 9 期
2014 年 9 月

光 子 学 报
ACTA PHOTONICA SINICA

Vol. 43 No. 9
September 2014

doi:10.3788/gzxb20144309.0927002

基于 cluster 态任意单粒子态可控量子信息共享

李艳平[1],王天银[2],尹宝银[3]

(1 陕西师范大学 数学与信息科学学院,西安 710072)

(2 洛阳师范学院 数学科学学院,河南 洛阳 471022)

(3 陕西师范大学 物理技术信息学院,西安 710062)

摘　要:基于 cluster 态具有较强的纠缠顽固性,提出两个利用四粒子 cluster 态传送任意单粒子态的量子信息共享方案. 第一个方案中发送者 Alice、控制者 Charlie 和接收者 Bob 共享一个四粒子纠缠态,首先 Alice 对自己拥有的粒子执行一个三粒子 Von-Neumann 联合测量,然后 Charlie 对其拥有粒子执行 Z 基测量,最后 Bob 根据发送者和控制者的测量结果,对所拥有的粒子做适当的幺正变换,就能重建共享的单粒子任意态. 第二个方案利用一个辅助粒子,发送者 Alice、控制者 Charlie 只需做 Bell 基测量,Bob 通过比特位翻转和幺正变换即可得到 Alice 传送的量子态. 与已有方案相比,两方案信息共享的成功概率为 100%,且只需四粒子 cluster 态为载体,可在目前实验室技术条件下实现.

关键词:量子通信;团簇态; Bell 基测量;幺正变换;可控量子隐性传态

中图分类号:TN918; O431.2　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1004-4213(2014)09-0927002-5

Controlled Quantum Information Sharing of An Arbitrary One-particle State via Cluster State

LI Yan-ping[1], WANG Tian-yin[2], YIN Bao-yin[3]

(1 *College of Mathematics and Information, Shaanxi Normal University, Xi′an* 710062, *China*)

(2 *College of Mathematical Science, Luoyang Normal University, Luoyang, Henan* 471022, *China*)

(3 *School of Physics and Information Technology, Shaanxi Normal University, Xi′an* 710062, *China*)

Abstract: Based on the strong persistency of entanglement of cluster state, two quantum sharing schemes were presented to realize the controlled teleportation of an arbitrarily one-particle using a four-particle cluster state as the quantum channel. In the first scheme, the sender Alice, controller Charlie and receiver Bob share a four-particle cluster entangled state. Firstly Alice performs a three-particle joint Von-Neumann measurement on her qubits. Then Charlie performs a quantum measurement on his qubit with Z basis. Finally Bob can reconstruct the shared single particle by doing unitary transformation according to the measured results from Charlie and Bob. In the second scheme, three parties also shared a four-particle cluster state and an auxiliary particle, Alice and Charlie only need Bell state measurements and Bob can get the transmitted state by performing a swap bit flip operation and one unitary transformation. Compared with the existing schemes, the success probability of these both schemes are 100% and the proposed schemes only need 4-particle cluster state as the quantum channel. Furthermore, the proposed schemes can be implemented under the current laboratory techniques.

Key words: Quantum communication; Cluster state; Bell measurement; Unitary transformation; Controlled Quantum Teleportation

OCIS Codes: 270.5565; 270.5568; 270.5585

基金项目:国家自然科学基金(Nos. 61202317, 61373150, 61272436)、陕西省自然科学基础研究计划项目(No. 2012JQ8023)、中央高校基金项目(No. GK201002041)和河南省高校科技创新人才项目(No. 13HASTIT042)资助

第一作者:李艳平(1978－),女,副教授,博士,主要研究方向为量子信息安全. Email:lyp@snnu.edu.cn

收稿日期:2014-02-10;**录用日期**:2014-05-20

0 引言

自 1993 年 Bennett 等[1]首次提出用爱因斯坦波多尔斯基罗森对（Einstein-Podolsky-Rosen Pairs，EPR）作为量子通道隐形传送未知量子态的方案以来，量子隐形传态在理论和实验方面得到了深入研究，在量子计算机、量子纠错以及量子密码学中有广泛应用.

cluster 态是 Briegel H J 和 Raussendorf R 于 2001 年发现的一种不同于 GHZ 态族和 W 态族的多体纠缠团簇态[2]. cluster 态不仅包含了 GHZ 类和 W 类的纠缠态性质，而且还具有最大连通性(Connectedness)和纠缠顽固性(Persistency of entanglement)，比传统的 GHZ 态具有更多的纠缠特性，更难被局域操作破坏，因此被广泛应用于量子信息领域中作为量子通信信道.

可控量子隐形传态是由 Karlsson 等于 1999 年首次提出[3]，指第三方通过局部测量来控制发送者与接收者之间的量子态信息发送量并监督通信. 受控量子隐性传态有很多应用场景，如在网络经理的许可下，网络用户就可进行某网络数据库信息处理. 故可控量子隐形传态受到国内外研究者的广泛关注，并取得一系列的研究成果[4-12]. 部分研究利用传统的 GHZ 纠缠态作为多方共享信道，实现量子受控隐形传态[4-7]. 基于 cluster 态具有良好的纠缠性，文献[8-9]分别提出了两种利用非最大纠缠态四粒子 cluster 态传输两粒子 qubit 态的方案，不过接收者需要通过一些幺正变换，概率重构传输的未知量子态，即成功概率不是 100%. Li 和 Cao 利用四粒子 cluster 态成功传输了二粒子纠缠态，但该过程不能被第三方监督或控制[10]. An Yan 和李渊华等分别给出两个基于六粒子 cluster 态作为量子信道，进行 1 和 2 qubit 任意态的可控量子态传输方案[11-12]，但是实验制备 6 粒子 cluster 态较 4 粒子困难.

本文主要研究用 cluster 态设计的量子信息可控共享方案，提出两个用四粒子 cluster 态传输任意单粒子 1qubit 态的第三方可控量子通信方案. 若控制方合作，传输成功概率为 100%.

1 方案一

设 Alice 拥有某任意单粒子$|\varphi\rangle_A=a|0\rangle+b|1\rangle$(简记粒子态 A)，除$|a|^2+|b|^2=1$外，不知道 a,b 的任何信息. Alice 拟将该态传递给接收者 Bob，但 Bob 必须获得 Charlie 的允许和配合才能获得该态. 具体传输模型如图 1.

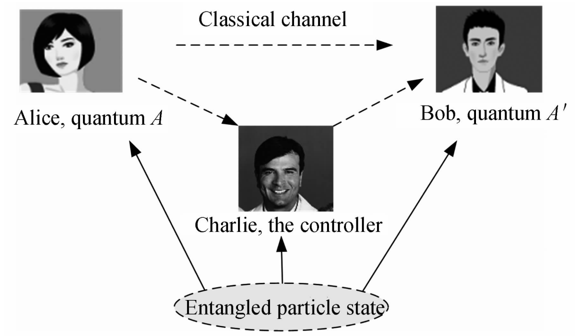

图 1 可控量子信息传输模型

Fig. 1 Model of controlled teleportation

首先建立量子通道，Alice、Bob 和 Charlie 共享处于最大纠缠的 4 粒子 cluster 态作为量子信道，即

$$|\Phi\rangle_{1234}=\frac{1}{2}(|0000\rangle+|0011\rangle+|1100\rangle-|1111\rangle) \quad (1)$$

式中 Alice 拥有粒子 A，1，3，Bob 拥有粒子 2，控制者 Charlie 拥有粒子 4，则处于未知态的粒子 A 与处于最大纠缠态的粒子 1,2,3,4 所构成的量子系统的量子状态为

$$\begin{aligned}|\Phi\rangle_{A1234}&=|\varphi\rangle_A\otimes|\Phi\rangle_{1234}=(a|0\rangle+b|1\rangle)\otimes\\&\left[\frac{1}{2}(|0000\rangle+|0011\rangle+|1100\rangle-|1111\rangle)\right]=\\&\frac{a}{2}(|00000\rangle+|00011\rangle+|01100\rangle-|01111\rangle)+\\&\frac{b}{2}(|10000\rangle+|10011\rangle+|11100\rangle-|11111\rangle)\end{aligned} \quad (2)$$

已知一组三粒子纠缠完备基$\frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle\pm|111\rangle)$，$i=1,2$，$\frac{1}{\sqrt{2}}(|001\rangle\pm|110\rangle)$，$i=3,4$，$\frac{1}{\sqrt{2}}(|010\rangle\pm|101\rangle)$，$i=5,6$ 及$\frac{1}{\sqrt{2}}(|100\rangle\pm|011\rangle)$，$i=7,8$. Alice 为了向 Bob 传送粒子 A，对自己拥有的粒子 A、1、3 进行 Von-Neum ann 联合测量(见表 1)，其中每一个结果出现的概率为$\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2=\frac{1}{8}$，正好为八种三粒子纠缠完备基之一，概率之和为 1，无论测到哪种结果，在 Charlie 的帮助下，Bob 能 100%接收到未知量子态$|\varphi\rangle_A$. 一旦 Alice 测到 8 个完备基中的一个，其他粒子就塌缩到对应的量子态上. 接着 Alice 通过经典信道将其测量结果(即测到 8 个纠缠完备基中的哪一个基)告诉 Bob 和 Charlie. 如果控制者 Charlie 不对其拥有的粒子做一定的量子操作，则无论接收者 Bob 对粒子 2 做任何幺正变换，都不能将粒子 2 的量子状态变为量子态$|\varphi\rangle_A$. 可见该粒子量子态的传递必须经过两位控制者的允许和配合才能完成. 为此，Charlie 对其拥有的粒子 4 作一个 H 变换，然后在 Z 基下进行测量并将测量结果通过经典信道告诉给 Bob. 根据 Alice 和 Charlie 的测量结果，接收者 Bob 对他拥有的粒子 2 经过适当的幺正变换就能重新构造出 Alice 要传送的未知态$|\varphi\rangle_A$，完成可控量子信息分享.

测量后系统塌缩量子态及幺正变换见表 1，其中 I，σ_X，σ_Y，σ_Z 分别表示单位矩阵和三个Pauli矩阵. 整个

表 1　系统的塌缩态 $|\varphi\rangle_{24}$、$|\varphi\rangle_2$ 和 Bob 幺正变换

Table 1　$|\varphi\rangle_{24}$ *and* $|\varphi\rangle_2$ system collapse state after Alice's and Charlie's measurement and Bob's unitary transformation

System collapse state $\lvert\varphi\rangle_{24}$	Charlie's measurement	System collapse state $\lvert\varphi\rangle_2$	Bob's unitary transformation
$\lvert\varphi^1\rangle_{24}=a\lvert 00\rangle-b\lvert 11\rangle$	$\begin{cases}\lvert 0\rangle\\ \lvert 1\rangle\end{cases}$	$\lvert\varphi\rangle_2=\begin{cases}a\lvert 0\rangle-b\lvert 1\rangle\\ a\lvert 0\rangle+b\lvert 1\rangle\end{cases}$	$\begin{cases}\sigma_Z\\ I\end{cases}$
$\lvert\varphi^2\rangle_{24}=a\lvert 00\rangle+b\lvert 11\rangle$	$\begin{cases}\lvert 0\rangle\\ \lvert 1\rangle\end{cases}$	$\lvert\varphi\rangle_2=\begin{cases}a\lvert 0\rangle+b\lvert 1\rangle\\ a\lvert 0\rangle-b\lvert 1\rangle\end{cases}$	$\begin{cases}I\\ \sigma_Z\end{cases}$
$\lvert\varphi^3\rangle_{24}=a\lvert 01\rangle+b\lvert 10\rangle$	$\begin{cases}\lvert 0\rangle\\ \lvert 1\rangle\end{cases}$	$\lvert\varphi\rangle_2=\begin{cases}a\lvert 0\rangle+b\lvert 1\rangle\\ -a\lvert 0\rangle+b\lvert 1\rangle\end{cases}$	$\begin{cases}I\\ -\sigma_Z\end{cases}$
$\lvert\varphi^4\rangle_{24}=a\lvert 01\rangle-b\lvert 10\rangle$	$\begin{cases}\lvert 0\rangle\\ \lvert 1\rangle\end{cases}$	$\lvert\varphi\rangle_2=\begin{cases}a\lvert 0\rangle-b\lvert 1\rangle\\ -a\lvert 0\rangle-b\lvert 1\rangle\end{cases}$	$\begin{cases}\sigma_Z\\ -I\end{cases}$
$\lvert\varphi^5\rangle_{24}=a\lvert 10\rangle+b\lvert 01\rangle$	$\begin{cases}\lvert 0\rangle\\ \lvert 1\rangle\end{cases}$	$\lvert\varphi\rangle_2=\begin{cases}a\lvert 1\rangle+b\lvert 0\rangle\\ a\lvert 1\rangle-b\lvert 0\rangle\end{cases}$	$\begin{cases}\sigma_X\\ \mathrm{i}\sigma_Y\end{cases}$
$\lvert\varphi^6\rangle_{24}=a\lvert 10\rangle-b\lvert 01\rangle$	$\begin{cases}\lvert 0\rangle\\ \lvert 1\rangle\end{cases}$	$\lvert\varphi\rangle_2=\begin{cases}a\lvert 1\rangle-b\lvert 0\rangle\\ a\lvert 1\rangle+b\lvert 0\rangle\end{cases}$	$\begin{cases}\mathrm{i}\sigma_Y\\ \sigma_X\end{cases}$
$\lvert\varphi^7\rangle_{24}=-a\lvert 11\rangle+b\lvert 00\rangle$	$\begin{cases}\lvert 0\rangle\\ \lvert 1\rangle\end{cases}$	$\lvert\varphi\rangle_2=\begin{cases}-a\lvert 1\rangle+b\lvert 0\rangle\\ a\lvert 1\rangle+b\lvert 0\rangle\end{cases}$	$\begin{cases}-\mathrm{i}\sigma_Y\\ \sigma_X\end{cases}$
$\lvert\varphi^8\rangle_{24}=a\lvert 11\rangle+b\lvert 00\rangle$	$\begin{cases}\lvert 0\rangle\\ \lvert 1\rangle\end{cases}$	$\lvert\varphi\rangle_2=\begin{cases}a\lvert 1\rangle+b\lvert 0\rangle\\ -a\lvert 1\rangle+b\lvert 0\rangle\end{cases}$	$\begin{cases}\sigma_X\\ -\mathrm{i}\sigma_Y\end{cases}$

过程 Alice 只对自己拥有的粒子做一个 Von-Neumann 联合测量,Charlie 只做一个局部 Z 基测量,Bob 做相应的幺正变换,操作量小,流程简单. $|\varphi^i\rangle_{24}$ 的上标 i 跟 Alice 测量的三粒子完备基对应.

2　方案二

假设 Alice 拥有任意单粒子 $|\varphi\rangle_A=a_0|0\rangle+a_1|1\rangle$、Bob随机选取辅助粒子 $|\varphi\rangle_B=b_0|0\rangle+b_1|1\rangle$,除 $|a_0|^2+|a_1|^2=1$, $|b_0|^2+|b_1|^2=1$ 外,不知 a_0,a_1,b_0,b_1 的任何其它信息,其中辅助量子态 $|\varphi\rangle_B$ 仅用于辅助这次信息传递,方案的目的是 Bob 要获得 Alice 的共享态 $|\varphi\rangle_A$,需要第三方 Charlie 的合作.

首先建立量子通道,Alice、Bob 和 Charlie 共享式(1)中 4 粒子 cluster 态作为量子信道,其中 Alice 拥有粒子 $|\varphi\rangle_A$ 与粒子 4,Bob 拥有 $|\varphi\rangle_B$ 与粒子 1,Charlie 拥有粒子 2,3. 系统初始阶段,任意态的粒子 $|\varphi\rangle_A$ 与辅助粒子 $|\varphi\rangle_B$ 与处于最大纠缠态的粒子 1,2,3,4 所构成的量子系统的量子状态为

$$
\begin{aligned}
|\Phi\rangle_{AB1234}&=|\varphi\rangle_A\otimes|\varphi\rangle_B\otimes|\Phi\rangle_{1234}=(a_0|0\rangle+a_1|1\rangle)\otimes\\
&(b_0|0\rangle+b_1|1\rangle)\otimes\big[(|0000\rangle+|0011\rangle+\\
&|1100\rangle-|1111\rangle)/2\ \big]
\end{aligned}
\tag{3}
$$

为了实现 Alice 向 Bob 成功共享粒子 A 态,Alice 对自己拥有的粒子 A、粒子 4 进行 Bell 基测量

$$
\begin{cases}
|\varphi\rangle_{A4}^1=(|00\rangle+|11\rangle)/\sqrt{2}\\
|\varphi\rangle_{A4}^2=(|00\rangle-|11\rangle)/\sqrt{2}\\
|\varphi\rangle_{A4}^3=(|01\rangle+|10\rangle)/\sqrt{2}\\
|\varphi\rangle_{A4}^4=(|01\rangle-|10\rangle)/\sqrt{2}
\end{cases}
\tag{4}
$$

得到

$$
\begin{cases}
|\varphi\rangle_{B123}^i=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\big[a_0b_0|0000\rangle+a_0b_0|0110\rangle+\\
\quad a_0b_1|1000\rangle+a_0b_1|1110\rangle\pm a_1b_0|0001\rangle\mp\\
\quad a_1b_0|0111\rangle\pm a_1b_1|1001\rangle\mp a_1b_1|1111\rangle\big],\\
\quad i=1,2\\
|\varphi\rangle_{B123}^i=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\big[a_0b_0|0001\rangle-a_0b_0|0111\rangle+\\
\quad a_0b_1|1001\rangle-a_0b_1|1111\rangle\pm a_1b_0|0000\rangle\pm\\
\quad a_1b_0|0110\rangle\pm a_1b_1|1000\rangle\pm a_1b_1|1110\rangle\big],\\
\quad i=3,4
\end{cases}
\tag{5}
$$

控制方 Charlie 也对其拥有的粒子 2,3 进行 Bell 基测量,则

$$
\begin{cases}
|\varphi\rangle_{23}^j=\dfrac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle\pm|11\rangle),j=1,2\\
|\varphi\rangle_{23}^j=\dfrac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle\pm|10\rangle),j=3,4
\end{cases}
\tag{6}
$$

测量结果见表2,其中每一个结果出现的概率为 $\left(\dfrac{1}{4}\right)^2=\dfrac{1}{16}$,16 种测量结果的概率之和正好为 1,不管测到哪种结果,在 Charlie 的帮助下,Bob 能 100%接收到未知量子态 $|\varphi\rangle_A$. 接着 Alice 和 Charlie 通过经典信道将其测量结果告诉 Bob, Bob 对自己拥有的粒子 $|\varphi\rangle_B$(简记 B)、1 进行一个简单的比特位翻转操作(Swap gate)[13-15]. 该幺正变换是由 3 个受控门(Controlled gate,CNOT gate)合成,逻辑表达为

$$
\begin{aligned}
&|ab\rangle\rightarrow|a,a\oplus b\rangle\\
&\rightarrow|a\oplus a\oplus b,a\oplus b\rangle=|b,a\oplus b\rangle
\end{aligned}
$$

$$\rightarrow|b,b\oplus a\oplus b\rangle=|b,a\rangle \tag{7}$$

该幺正变换亦可用矩阵$\boldsymbol{U}_{B1}$表达

$$\boldsymbol{U}_{B1}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \tag{8}$$

最后根据已有的测量结果，Bob对塌缩态$|\varphi\rangle_{B1}$经适当的幺正变换，丢弃辅助粒子态$|\varphi\rangle_{B}$，可重构Alice发送的未知态$|\varphi\rangle_{A}$，完成任意单粒子态的可控共享.测量后系统塌缩量子态及幺正变换见表2.整个过程Alice和Charlie只对自己拥有的粒子做了最简单的Bell基测量，Bob只做一个swap比特翻转操作，实验操作简单.

表2 系统塌缩态$|\boldsymbol{\varphi}\rangle_{B1}$和Bob Swap比特翻转与幺正变换

Table 2 System collapse $|\boldsymbol{\varphi}\rangle_{B1}$ after Charlie's measurement and Bob's SWAP Gate and unitary transformation(UT)

System collapse $\|\varphi\rangle_{B1}$ after Charlie's measurement	The state after Bob's Swap gate	Bob's UT
$i=1, j=1$, $\frac{1}{4}(a_0b_0\|00\rangle+a_0b_1\|10\rangle-a_1b_0\|01\rangle-a_1b_1\|11\rangle)$	$\frac{1}{4}(a_0\|0\rangle-a_1\|1\rangle)(b_0\|0\rangle+b_1\|1\rangle)$	$\sigma_Z\otimes I$
$i=1, j=2$, $\frac{1}{4}(a_0b_0\|00\rangle+a_0b_1\|10\rangle+a_1b_0\|01\rangle+a_1b_1\|11\rangle)$	$\frac{1}{4}(a_0\|0\rangle+a_1\|1\rangle)(b_0\|0\rangle+b_1\|1\rangle)$	$I\otimes I$
$i=1, j=3$, $\frac{1}{4}(a_1b_0\|00\rangle+a_1b_1\|10\rangle+a_0b_0\|01\rangle+a_0b_1\|11\rangle)$	$\frac{1}{4}(a_0\|1\rangle+a_1\|0\rangle)(b_0\|0\rangle+b_1\|1\rangle)$	$\sigma_X\otimes I$
$i=1, j=4$, $\frac{1}{4}(a_1b_0\|00\rangle+a_1b_1\|10\rangle-a_0b_0\|01\rangle-a_0b_1\|11\rangle)$	$\frac{1}{4}(-a_0\|1\rangle+a_1\|0\rangle)(b_0\|0\rangle+b_1\|1\rangle)$	$-\mathrm{i}\sigma_Y\otimes I$
$i=2, j=1$, $\frac{1}{4}(a_0b_0\|00\rangle+a_0b_1\|10\rangle+a_1b_0\|01\rangle+a_1b_1\|11\rangle)$	$\frac{1}{4}(a_0\|0\rangle+a_1\|1\rangle)(b_0\|0\rangle+b_1\|1\rangle)$	$I\otimes I$
$i=2, j=2$, $\frac{1}{4}(a_0b_0\|00\rangle+a_0b_1\|10\rangle-a_1b_0\|01\rangle-a_1b_1\|11\rangle)$	$\frac{1}{4}(a_0\|0\rangle-a_1\|1\rangle)(b_0\|0\rangle+b_1\|1\rangle)$	$\sigma_Z\otimes I$
$i=1, j=1$, $\frac{1}{4}(a_0b_0\|00\rangle+a_0b_1\|10\rangle-a_1b_0\|01\rangle-a_1b_1\|11\rangle)$	$\frac{1}{4}(a_0\|0\rangle-a_1\|1\rangle)(b_0\|0\rangle+b_1\|1\rangle)$	$\sigma_Z\otimes I$
$i=1, j=2$, $\frac{1}{4}(a_0b_0\|00\rangle+a_0b_1\|10\rangle+a_1b_0\|01\rangle+a_1b_1\|11\rangle)$	$\frac{1}{4}(a_0\|0\rangle+a_1\|1\rangle)(b_0\|0\rangle+b_1\|1\rangle)$	$I\otimes I$
$i=1, j=3$, $\frac{1}{4}(a_1b_0\|00\rangle+a_1b_1\|10\rangle+a_0b_0\|01\rangle+a_0b_1\|11\rangle)$	$\frac{1}{4}(a_0\|1\rangle+a_1\|0\rangle)(b_0\|0\rangle+b_1\|1\rangle)$	$\sigma_X\otimes I$
$i=1, j=4$, $\frac{1}{4}(a_1b_0\|00\rangle+a_1b_1\|10\rangle-a_0b_0\|01\rangle-a_0b_1\|11\rangle)$	$\frac{1}{4}(-a_0\|1\rangle+a_1\|0\rangle)(b_0\|0\rangle+b_1\|1\rangle)$	$-\mathrm{i}\sigma_Y\otimes I$
$i=2, j=1$, $\frac{1}{4}(a_0b_0\|00\rangle+a_0b_1\|10\rangle+a_1b_0\|01\rangle+a_1b_1\|11\rangle)$	$\frac{1}{4}(a_0\|0\rangle+a_1\|1\rangle)(b_0\|0\rangle+b_1\|1\rangle)$	$I\otimes I$
$i=2, j=2$, $\frac{1}{4}(a_0b_0\|00\rangle+a_0b_1\|10\rangle-a_1b_0\|01\rangle-a_1b_1\|11\rangle)$	$\frac{1}{4}(a_0\|0\rangle-a_1\|1\rangle)(b_0\|0\rangle+b_1\|1\rangle)$	$\sigma_Z\otimes I$
$i=2, j=3$, $\frac{1}{4}(-a_1b_0\|00\rangle-a_1b_1\|10\rangle+a_0b_0\|01\rangle+a_0b_1\|11\rangle)$	$\frac{1}{4}(a_0\|1\rangle-a_1\|0\rangle)(b_0\|0\rangle+b_1\|1\rangle)$	$\mathrm{i}\sigma_Y\otimes I$
$i=2, j=4$, $\frac{1}{4}(-a_1b_0\|00\rangle-a_1b_1\|10\rangle-a_0b_0\|01\rangle-a_0b_1\|11\rangle)$	$\frac{1}{4}(-a_0\|1\rangle-a_1\|0\rangle)(b_0\|0\rangle+b_1\|1\rangle)$	$-\sigma_X\otimes I$
$i=3, j=1$, $\frac{1}{4}(a_1b_0\|00\rangle+a_1b_1\|10\rangle-a_0b_0\|01\rangle-a_0b_1\|11\rangle)$	$\frac{1}{4}(-a_0\|1\rangle+a_1\|0\rangle)(b_0\|0\rangle+b_1\|1\rangle)$	$-\mathrm{i}\sigma_Y\otimes I$
$i=3, j=2$, $\frac{1}{4}(a_1b_0\|00\rangle+a_1b_1\|10\rangle+a_0b_0\|01\rangle+a_0b_1\|11\rangle)$	$\frac{1}{4}(a_0\|1\rangle+a_1\|0\rangle)(b_0\|0\rangle+b_1\|1\rangle)$	$\sigma_X\otimes I$
$i=3, j=3$, $\frac{1}{4}(a_0b_0\|00\rangle+a_0b_1\|10\rangle+a_1b_0\|01\rangle+a_1b_1\|11\rangle)$	$\frac{1}{4}(a_0\|0\rangle+a_1\|1\rangle)(b_0\|0\rangle+b_1\|1\rangle)$	$I\otimes I$
$i=3, j=4$, $\frac{1}{4}(a_0b_0\|00\rangle+a_0b_1\|10\rangle-a_1b_0\|01\rangle-a_1b_1\|11\rangle)$	$\frac{1}{4}(a_0\|0\rangle-a_1\|1\rangle)(b_0\|0\rangle+b_1\|1\rangle)$	$\sigma_Z\otimes I$
$i=4, j=1$, $\frac{1}{4}(-a_1b_0\|00\rangle-a_1b_1\|10\rangle-a_0b_0\|01\rangle-a_0b_1\|11\rangle)$	$\frac{1}{4}(-a_0\|1\rangle-a_1\|0\rangle)(b_0\|0\rangle+b_1\|1\rangle)$	$-\sigma_X\otimes I$
$i=4, j=2$, $\frac{1}{4}(-a_1b_0\|00\rangle-a_1b_1\|10\rangle+a_0b_0\|01\rangle+a_0b_1\|11\rangle)$	$\frac{1}{4}(a_0\|1\rangle-a_1\|0\rangle)(b_0\|0\rangle+b_1\|1\rangle)$	$\mathrm{i}\sigma_Y\otimes I$
$i=4, j=3$, $\frac{1}{4}(a_0b_0\|00\rangle+a_0b_1\|10\rangle-a_1b_0\|01\rangle-a_1b_1\|11\rangle)$	$\frac{1}{4}(a_0\|0\rangle-a_1\|1\rangle)(b_0\|0\rangle+b_1\|1\rangle)$	$\sigma_Z\otimes I$
$i=4, j=4$, $\frac{1}{4}(a_0b_0\|00\rangle+a_0b_1\|10\rangle+a_1b_0\|01\rangle+a_1b_1\|11\rangle)$	$\frac{1}{4}(a_0\|0\rangle+a_1\|1\rangle)(b_0\|0\rangle+b_1\|1\rangle)$	$I\otimes I$

3 结论

本文利用较少资源的四粒子 cluster 态作为量子信道设计了两个可控任意单粒子态量子信息共享方案. 第一个方案中发送者 Alice 对拥有粒子 1、3 以及未知共享态 A 做一个 Von-Neumann 联合测量，根据 Alice 测量结果，控制方 Charlie 对自己的粒子 4 做 Z 基测量并将测量结果通过经典信道告诉接收者 Bob，Bob 根据 Alice 和 Charlie 的测量结果对自己拥有的粒子作相应的幺正变换，即可得到 Alice 共享给自己的未知单粒子态，实现了可控量子态共享. 第二个方案利用辅助粒子的思想及四粒子 cluster 态设计了一个任意态单粒子共享方案，Alice 和 Charlie 只需对自己拥有的粒子进行 Bell 基测量，Bob 对自己拥用的粒子做一个 swap 比特翻转操作，即可得到 Alice 共享的单粒子任意态，实现了任意单粒子量子信息的可控共享. 两个方案的传输成功概率可达 100%，在现有的实验条件下可行，只是接收态的保真度可能会由于实验环境的不利影响而降低，这将是进一步要研究的问题.

参考文献

[1] BENNETT C H, BRASSARD G, CREPEAU C, *et al*. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels [J]. *Physical Review Letters*, 1993, **70**: 1895-1899.

[2] LI Dong, XIU Xiao-ming, GAO Ya-jun, *et al*. Controlled three-party communication using GHZ-like state and imperfect Bell-state measurement [J]. *Optics Communications*, 2011, **284**(3): 905-908.

[3] KARLSSON A, BOURENNANE M. Quantum teleportation of three-particle entanglement[J]. *Physical Review A*, 1998, **58**: 4394-4400.

[4] HUELGA S F, VACCARO J A, CHEFLES A, *et al*. Quantun remote control : teleportation of Unitary operation [J]. *Physical Review A*, 2001, **63**(4): 042303.

[5] GAO Ting, YAN Feng-li, WANG Zhi-xi. Controlled quantum teleportation and secure direct communication [J]. *Chinese Physics*, 2005, **14**(5): 893-897.

[6] WANG Tian-yin, WEN Qiao-yan. Controlled quantun teleportation with Bell state[J]. *Chinese Physics B*, 2011, **20**(4): 040307.

[7] BRIEGEL H J, RAUSSENDORF R. Persistent entanglement in arrays of interacting particles[J]. *Physical Review Letters*, 2001, **86**(5): 910-913.

[8] TIAN Dong-ping, TAO Ying-juan, QIN meng. Arbitrary 2-quibit teleportation by using the non-maximum entangled cluster state[J]. *Science in China G*, 2008, **38**(9): 1128-1133.
田东平，陶应娟，秦猛. 利用非最大纠缠 cluster 态隐形传送任意两粒子 qudit 态[J]. 中国科学 G 辑, 2008, **38**(9): 1128-1133.

[9] YU Li-zhi, ZHU Jun-fang. Probabilistic teleportation of two-particle entangled state via a cluster state [J]. *Chinese Journal of Luminescence*, 2009, **30**(5): 580-584.

[10] LI Da-chuang, CAO Zuo-liang. Teleportation of two particles entangled state via cluster state [J]. *Communication in Theoretical Physics*, 2007, **47**(3): 464-466.

[11] AN Yan . Bidirectional controlled teleportation via six-qubit cluster state. international journal of theoretical physics[J]. *November*, 2013, **52**(11): 3870-3873.

[12] LI Yuan-hua, LIU Jun-chang, NIE Yi-you. Quantum information splitting by using a genuinely entangled six-qubit state and bell-state measurements [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(2): 307-310.
李渊华，刘俊昌，聂义友. 基于六粒子纠缠态和 Bell 基测量的量子信息分离[J]. 光子学报, 2011, **40**(2), 307-310.

[13] NIELSEN M A, CHUANG I L. Quantum computation and quantum information [M]. 10th ed. Cambridge University Press, 2010.

[14] WILMOTT C M. On swapping the states of two qudits[J]. *International Journal of Quantum Information*, 2011, **9**(6): 1511-1517.

[15] GARCIA-ESCARTIN J C, CHAMORRO-POSADA P. A SWAP gate for qudits[J]. *Quantum Information Processing*, 2013, **12**(12): 3625-3631.