

doi:10.3788/gzxb20144309.0927001

光子增加混沌场的退相干和非经典效应

卢道明

(武夷学院 电子工程系,福建 武夷山 354300)

摘要:将产生算符作用在混沌场上,构造了光子增加混沌场.利用有序算符内的积分技术和热纠缠态表象求解密度矩阵主方程的方法,研究了振幅衰减模型中光子增加混沌场的退相干和非经典效应.通过解振幅衰减模型中的密度算符的主方程,得到了初态为光子增加混沌场的密度算符的演化公式.计算了终态密度算符的 P 表示和 Wigner 函数,并数值计算了耗散对其 P 表示和 Wigner 函数的影响.结果表明:随耗散时间的增长,光子增加混沌场的非经典效应减弱.另一方面,随光子增加数的增加,其非经典效应也减弱.

关键词:量子光学;热纠缠态表象;光子增加混沌场;退相干; P 表示;Wigner 函数;非经典效应

中图分类号:O431.2

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2014)09-0927001-6

Nonclassical Property and Decoherence of Photon-added Chaotic Field

LU Dao-Ming

(College of Mechanic and Electronic Engineering, Wuyi University, Wuyishan, Fujian 354300, China)

Abstract: Photon-added chaotic field is constructed by creation operator roling in chaotic field. Nonclassical property and decoherence of photon-added chaotic field are analysed. Master equations of density operators can be concisely solved by the technique of integration with in an ordered product of operators and virtue of thermo-entangled state representation. We get the evolution formula of the field density operator which is in photon-added chaotic field initially. The evolutions of its Wigner function and the evolutions of P representation are given. The nonclassical property is discussed by calculating its Wigner function in phase space. Numerical results show that the photon-added chaotic field displays nonclassical property initially, and its nonclassical property is weakened with dissipation time increasing. On the other hand, its nonclassical property is also weakened with added photon number increasing.

Key words: Quantum optics; Thermo-entangled state representation; Decoherence; Photon-added chaotic field; P representation; Wigner function; Nonclassical property

OCIS Codes: 270.0270 ; 270.5585; 030.0030; 030.5290

0 引言

光场与原子相互作用系统中的非经典效应是量子光学领域研究的重要课题.由于量子态光场不可避免地要与周围环境发生相互作用,造成退相干.退相干导致系统量子相干性衰减和量子纠缠度降低.因此,如何保持量子系统的相干性和量子纠缠,减少或消除量子退相干造成的影响已成为量子光学、量子信息处理和量子计算领域研究的热点.近年来,已对耗散环境下原

子与光场相互作用系统进行了研究^[1-9].例如,潘长宁等研究了耗散环境下原子与库场相互作用系统中原子的压缩效应^[1],文洪燕等考察了光学微腔中少光子数叠加态的耗散动力学^[2].另一方面,在处理开放系统的动力学问题中,需要求解密度矩阵主方程.传统的做法是将主方程转化为经典的 Fokker-Plank 方程或 Langevin 方程,然后求解,此做法失去了求 Kraus 算符的机会.文献[10]提出了利用热纠缠态表象求解若干密度矩阵主方程的方法,成功地给出相应的密度算符

基金项目:福建省自然科学基金(No.2011J01018)资助

第一作者:卢道明(1963-),男,教授,硕士,主要研究方向为量子光学. Email:daominglu79@hotmail.com

收稿日期:2013-12-25;录用日期:2014-03-06

<http://www.photon.ac.cn>

无限和表示,即 Kraus 算符.利用热纠缠态表象可以将密度矩阵的演化表示为 Kraus 算符无限和,方便了密度矩阵的求解.例如,叶骞等利用热纠缠态表象求解 Caldeira-Leggett 方程,得到了积分形式解^[11].自从 Agarwal 提出激发相干态以来^[12],人们已用产生算符 a^+ 和湮没算符 a 作用在量子态上,构造光子增加和光子减少量子态,并研究其量子特性^[13-15].另外,对混沌场的量子特性也有研究报道.例如,Fan 等研究了压缩混沌场的光子数分布^[16].Wang 研究了振幅衰减通道中热真空态的演化^[17].Xu 讨论了叠加光子增加双模热态的非经典特性^[18].本文将产生算符 a^+ 作用在混沌场上,构造光子增加混沌场,实验上它可以通过处于激发态的二能级原子与处于热场的腔相互作用来实现,并利用热纠缠态表象解主方程的方法,求解在振幅衰减下,光子增加混沌场的密度算符演化,计算了其 P 表示和 Wigner 函数,及其衰减情况,并分析其非经典效应.

1 光子增加混沌场密度算符的演化

首先,回顾一下文献[10]提出的用热纠缠态表象解密度算符主方程的方法.在振幅衰减模型中,密度算符的主方程为^[19]

$$\frac{d\rho}{dt} = \kappa(2a\rho a^+ - a^+ a\rho - \rho a^+ a) \quad (1)$$

式中 κ 为衰减率, a^+ (a) 是玻色产生(湮没)算符.为了解方程(1),利用在文献[10]中 Fan 等人提出的用热纠缠态表象解密度算符主方程的方法,引入热纠缠态表象,即

$$|\eta\rangle = \exp\left(-\frac{1}{2}|\eta|^2 + \eta a^+ - \eta^* \tilde{a}^+ + a^+ \tilde{a}^+\right) |0\tilde{0}\rangle \quad (2)$$

式中 $|0\tilde{0}\rangle$ 表示虚模真空态, \tilde{a}^+ 是一个虚模,满足对易关系 $[\tilde{a}, \tilde{a}^+] = 1$. 当 $\eta = 0$ 时,由式(2)得到

$$|\eta=0\rangle = \exp(a^+ \tilde{a}^+) |0\tilde{0}\rangle = |I\rangle \quad (3)$$

态 $|I\rangle$ 具有以下性质

$$\begin{cases} a|I\rangle = \tilde{a}^+|I\rangle \\ a^+|I\rangle = \tilde{a}|I\rangle \\ (a^+ a)^n |I\rangle = (\tilde{a}^+ \tilde{a})^n |I\rangle \end{cases} \quad (4)$$

由式(4)可见:作用在态 $|I\rangle$ 上的两个希尔伯特空间中的产生和湮没算符可以互换,其互换关系为^[19]

$$\begin{cases} a \leftrightarrow \tilde{a}^+ \\ a^+ \leftrightarrow \tilde{a} \\ a^+ a \leftrightarrow \tilde{a}^+ \tilde{a} \end{cases} \quad (5)$$

将式(1)作用在 $|I\rangle$ 上,并记 $|\rho\rangle = \rho|I\rangle$,那么,密度算符的主方程转化为

$$\frac{d}{dt}|\rho\rangle = \kappa(2a\tilde{a} - a^+ a - \tilde{a}^+ \tilde{a})|\rho\rangle \quad (6)$$

式(6)的解为

$$|\rho\rangle = \exp[\kappa t(2a\tilde{a} - a^+ a - \tilde{a}^+ \tilde{a})]|\rho_0\rangle \quad (7)$$

式中 ρ_0 为系统的初始密度算符, $|\rho_0\rangle = \rho_0|I\rangle$. 利用下列算符的对易关系

$$\begin{cases} [a\tilde{a}, a^+ a] = [a\tilde{a}, \tilde{a}^+ \tilde{a}] = \tilde{a}\tilde{a}^+ \\ \left[\frac{a^+ a + \tilde{a}^+ \tilde{a}}{2}, a\tilde{a}\right] = -\tilde{a}\tilde{a}^+ \end{cases} \quad (8)$$

以及算符公式

$$\exp[\lambda(A + \sigma B)] = e^{\lambda A} \exp[\sigma(1 - e^{-\lambda\sigma})B/\tau] \quad (9)$$

这里要求 $[A, B] = \tau B$, 不难得出

$$\exp[\kappa t(2a\tilde{a} - a^+ a - \tilde{a}^+ \tilde{a})] = \exp[-\kappa t(a^+ a + \tilde{a}^+ \tilde{a})] \exp(Ta\tilde{a}) \quad (10)$$

式中 $T = 1 - \exp(-2\kappa t)$. 将式(10)代入式(7)得到

$$|\rho\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{T^n}{n!} e^{-\kappa a^+ a} a^n \rho_0 a^{+n} e^{-\kappa \tilde{a}^+ \tilde{a}} |I\rangle \quad (11)$$

这样就导出^[20]

$$\rho(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{T^n}{n!} e^{-\kappa a^+ a} a^n \rho_0 a^{+n} e^{-\kappa \tilde{a}^+ \tilde{a}} \quad (12)$$

我们将采用式(12)求光子增加混沌场密度算符的演化.混沌光场的密度算符为

$$\rho_0 = (1 - e^{-\lambda}) e^{-\lambda a^+ a} \quad (13)$$

对于热场,光场所对应的哈密顿 $H = \hbar\omega a^+ a$, 密度矩阵为 $e^{-\beta H}$, $\beta = \frac{1}{k_B T_0}$, k_B 是玻尔兹曼常数, 设 $\lambda = \frac{\hbar\omega}{k_B T_0}$. 那么,平均光子数

$$\begin{cases} \bar{n} = (e^\lambda - 1)^{-1} = \left(\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T_0}\right) - 1\right)^{-1} \\ e^\lambda = 1 + \frac{1}{\bar{n}} \end{cases} \quad (14)$$

引进光子增加混沌光场,就是将产生算符 a^{+m} 作用 ρ_0 , 其初始密度算符为

$$\rho_m = \frac{1}{m!} (1 - e^{-\lambda})^{m+1} a^{+m} e^{-\lambda a^+ a} a^m \quad (15)$$

m 表示增加的光子.利用积分公式 $\int \frac{d^2 z}{\pi} z^{*n} z^k \times \exp(\lambda|z|^2) = \delta_{n,k} (-1)^{k+1} (\lambda)^{-(k+1)} k!$ 和相干态的完备性,可以证明

$$\begin{aligned} \text{tr } \rho_m &= \frac{1}{m!} (1 - e^{-\lambda})^{m+1} \int \frac{d^2 z}{\pi} \langle z| : a^{+m} \times \\ &\exp[(e^{-\lambda} - 1)a^+ a] a^m : |z\rangle = \frac{1}{m!} (1 - e^{-\lambda})^{m+1} \times \end{aligned} \quad (16)$$

$$\int \frac{d^2 z}{\pi} |z|^{2m} \exp[(e^{-\lambda} - 1)|z|^2] = 1$$

式中 $|z\rangle$ 表示相干态.将式(15)代入式(12),并利用公式 $\exp(\lambda a^+ a) a \exp(-\lambda a^+ a) = a e^{-\lambda}$ 和 $\exp(\lambda a^+ a) a^+ \exp(-\lambda a^+ a) = a^+ e^\lambda$, 有

$$\begin{aligned} \rho(t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{T^n}{n!} e^{-\kappa a^+ a} a^n a^{+m} e^{-\lambda a^+ a} \times a^m a^{+n} e^{-\kappa \tilde{a}^+ \tilde{a}} \times \\ &\frac{1}{m!} (1 - e^{-\lambda})^{m+1} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{T^n}{n!} a^n a^{+m} e^{-(2\kappa + \lambda)a^+ a} a^m \times \end{aligned} \quad (17)$$

$$a^{+n} e^{2\kappa(n-m)} \frac{1}{m!} (1 - e^{-\lambda})^{m+1}$$

利用化算符 A 为其反正规排序的公式

$$A = \int \frac{d^2 z}{\pi} \vdots \langle -z | A | z \rangle \times \exp(|z|^2 + z^* a - z a^+ + a^+ a) \vdots \quad (18)$$

式中 \vdots 表示反正规排序, 可得出

$$\begin{aligned} a^{+m} e^{-(2\kappa t + \lambda) a^+ a} a^m &= \vdots \int \frac{d^2 z}{\pi} | -z \rangle \times \\ &\exp[(e^{-(2\kappa t + \lambda)} - 1) a^+ a] \vdots | z \rangle \times \\ &(-z^*)^m z^m \exp(|z|^2 + z^* a - z a^+ + a^+ a) \vdots = \\ &\vdots \int \frac{d^2 z}{\pi} (-z^*)^m z^m \times \exp(-e^{-(2\kappa t + \lambda)} |z|^2 - \\ &a^+ z + z^* a + a a^+) \vdots \end{aligned} \quad (19)$$

利用积分公式

$$\int \frac{d^2 z}{\pi} z^* m z^n \exp(h|z|^2 + sz + \eta z^*) = \exp\left(-\frac{s\eta}{h}\right) \sum_{l=0}^{\min[m,n]} \frac{m! n! s^{m-l} \eta^{n-l}}{l! (m-l)! (n-l)! (-h)^{m+n-l+1}} \quad (20)$$

以及双变量厄密多项式的定义

$$H_{m,n}(\eta, \eta^*) = \sum_{l=0}^{\min[m,n]} \frac{m! n!}{l! (m-l)! (n-l)!} \times (-1)^l \eta^{m-l} \eta^{*n-l} \quad (21)$$

不难得出

$$\begin{aligned} a^{+m} e^{-(2\kappa t + \lambda) a^+ a} a^m &= e^{(2\kappa t + \lambda)(m+1)} \times \\ &\vdots \exp[(1 - e^{2\kappa t + \lambda}) a a^+] \cdot \\ &H_{m,m}(e^{\kappa t + \lambda/2} a, e^{\kappa t + \lambda/2} a^+) \vdots \end{aligned} \quad (22)$$

将式(22)代入式(17)得出

$$\begin{aligned} \rho(t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{T^n}{n!} a^n e^{(2\kappa t + \lambda)(m+1)} \times \vdots \exp[(1 - e^{2\kappa t + \lambda}) a a^+] \times \\ &H_{m,m}(e^{\kappa t + \lambda/2} a, e^{\kappa t + \lambda/2} a^+) \vdots \times a^{+n} e^{2\kappa(n-m)} \times \end{aligned} \quad (23)$$

$$\frac{1}{m!} (1 - e^{-\lambda})^{m+1} = \frac{1}{m!} \vdots \exp[e^{2\kappa t} (1 - e^\lambda) a a^+] \times$$

$$H_{m,m}(e^{\kappa t + \lambda/2} a, e^{\kappa t + \lambda/2} a^+) \vdots e^{2\kappa t} (e^\lambda - 1)^{m+1}$$

再利用公式

$$H_{m,m}(r, r) = m! (-1)^m L_m(r^2) \quad (24)$$

式中拉盖尔多项式

$$L_n(x) = \sum_{l=0}^n \frac{n!}{(n-l)! (l!)^2} (-x)^l \quad (25)$$

那么

$$\begin{aligned} \rho(t) &= \vdots \exp[e^{2\kappa t} (1 - e^\lambda) a a^+] (-1)^m \times \\ &L_m(e^{2\kappa t + \lambda} a^+ a) \vdots e^{2\kappa t} (e^\lambda - 1)^{m+1} \end{aligned} \quad (26)$$

2 光子增加混沌场的 P 表示

利用相干态的超完备性, 可以把代表一个光场的密度算符表示为

$$\rho = \int \frac{d^2 z}{\pi} P(z) |z\rangle \langle z| \quad (27)$$

式中函数 $P(z)$ 称为 P 表示^[11]. 利用式(26), 可得出光子增加混沌场的 P 表示为

$$\begin{aligned} P(z) &= -\exp[e^{2\kappa t} (1 - e^\lambda) |z|^2] \times \\ &L_m(e^{2\kappa t + \lambda} |z|^2) e^{2\kappa t} (1 - e^\lambda)^{m+1} \end{aligned} \quad (28)$$

初始平均光子数 $\bar{n} = 0.5$, m 分别取 1, 2, 3, 时间参数 κt 分别取 0, 0.2, 0.4, 0.6 时 P 表示随 $|z|^2$ 的演化如图 1.

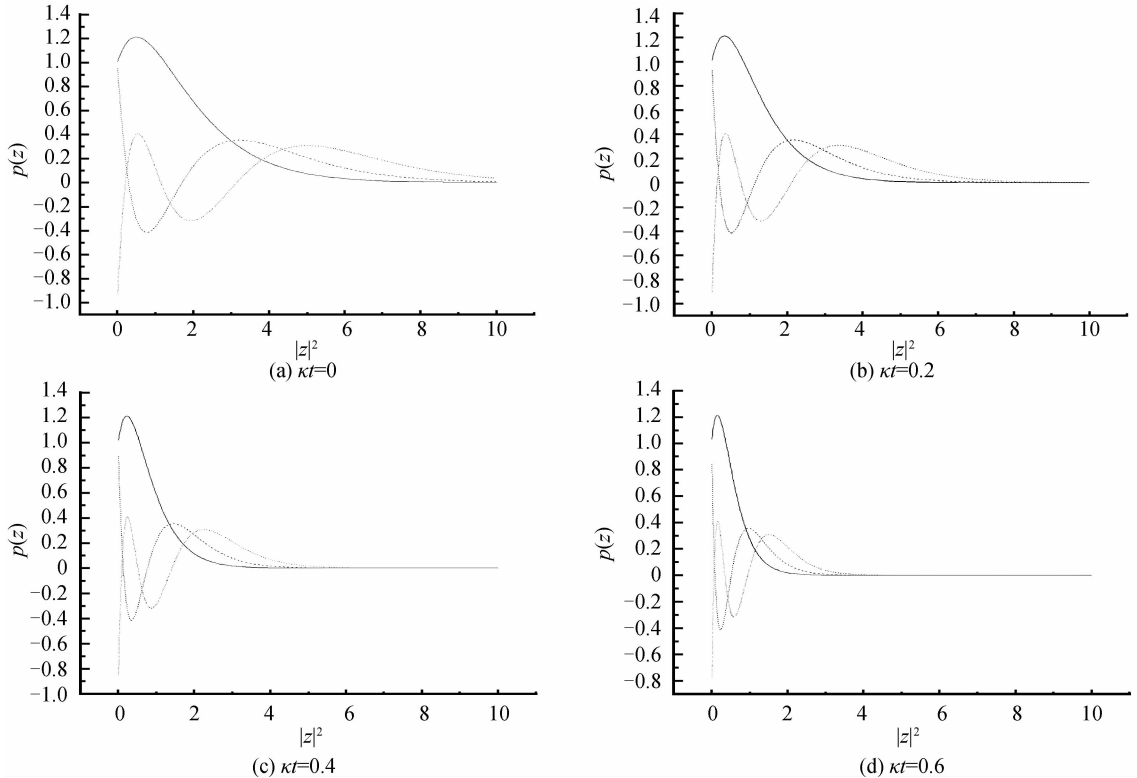


图 1 $P(z)$ 随参数 $|z|^2$ 的演化
Fig. 1 The evolution of $P(z)$ with parameter $|z|^2$

图 1 中实线、短划线和点线分别与 m 取 1, 2, 3 对应. 从图 1 可见: 1) $P(z)$ 随 $|z|^2$ 的变化呈现衰减振荡行为, 并且随时间参数 κt 的增大衰减加快; 2) 激发数 $m=1$ 时, $P(z)$ 呈现在正值区间衰减振荡过程, m 取 2 或 3 时 $P(z)$ 呈现在正负值区间来回振荡衰减过程.

3 光子增加混沌场的 Wigner 函数

对于用密度算符 ρ 描述的态, 其 Wigner 函数为

$$W(\alpha, \alpha^*) = \text{tr}[\rho \Delta(\alpha, \alpha^*)] \quad (29)$$

式中 $\Delta(\alpha, \alpha^*)$ 表示 Wigner 算符. 利用态的负 P 表示, 激发混沌场的 Wigner 函数为^[21]

$$W(\alpha, \alpha^*) = \int \frac{d^2 z}{\pi^2} P(z) \times \exp(-2|z-\alpha|^2) \quad (30)$$

将式(28)代入式(30), 得到

$$W(\alpha, \alpha^*) = -C \int \frac{d^2 z}{\pi^2} \exp(-2|z-\alpha|^2) \times \exp[e^{2\sigma}(1-e^\lambda)|z|^2] L_m(e^{2\sigma+\lambda}|z|^2) \quad (31)$$

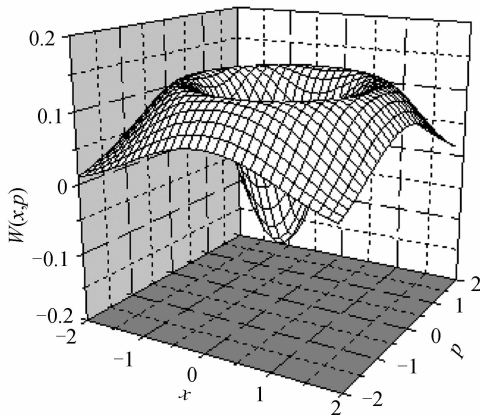
式中 $C = e^{2\sigma}(1-e^\lambda)^{m+1}$. 利用积分公式式(20), 求积分得出

$$W(\alpha, \alpha^*) = -C \sum_{l=0}^m \sum_{i=0}^l \frac{m! (-1)^l}{(m-l)! [(l-i)!]^2 i!} \times \frac{2^{2(l-i)} |\alpha|^{2(l-i)}}{[2 - e^{2\sigma}(1-e^\lambda)]^{2l-i+1}} \times \exp[(2\kappa t + \lambda)l] \times \exp\left[\left(\frac{4}{2 - e^{2\sigma}(1-e^\lambda)} - 2\right) |\alpha|^2\right] \quad (32)$$

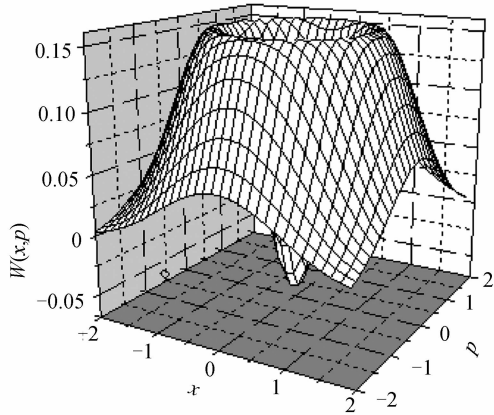
利用 $\alpha = x + ip, \alpha^* = x - ip$ 可将 Wigner 函数表示为坐标 x 和动量 p 的函数

$$W(\alpha, \alpha^*) = -C \sum_{l=0}^m \sum_{i=0}^l \frac{m! (-1)^l}{(m-l)! [(l-i)!]^2 i!} \times \frac{2^{2(l-i)} (x^2 + p^2)^{(l-i)}}{[2 - e^{2\sigma}(1-e^\lambda)]^{2l-i+1}} \times \exp[(2\kappa t + \lambda)l] \times \exp\left[\left(\frac{4}{2 - e^{2\sigma}(1-e^\lambda)} - 2\right) (x^2 + p^2)\right] \quad (33)$$

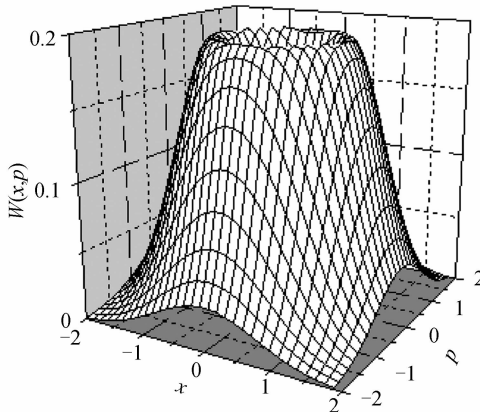
初始平均光子数 $\bar{n} = 0.5$, 即 $e^\lambda = 3$, m 分别取 1, 2, 3, 时间参数 κt 分别取 0, 0.2, 0.4 时, Wigner 函数随时间参数 κt 的演化如图 2 所示. 图 (a)、(b) 和 (c), 与 $m=1, \kappa t$ 分别取 0, 0.2, 0.4 相对应, (d)、(e) 和 (f) 与 $m=2, \kappa t$ 分别取 0, 0.2, 0.4 相对应, (g)、(h) 和 (i) 与 $m=3, \kappa t$ 分别取 0, 0.2, 0.4 相对应, 而 (j) 与 $m=0, \kappa t=0$ 相对应. 从图 2 可见: 1) 图 2(j) 显示混沌场的 Wigner 函数不呈现负值, 图 2(a)、(d)、(g) 表明光子增加混沌场的 Wigner 函数初始时刻呈现明显的负值, 这意味着光子增加混沌场具有显著的非经典特性; 2) 比较同一光子增加数不同时间参数 κt 的 Wigner 函数演化曲线, 可见随时间的演化, 即耗散过程的发生, Wigner 函数的负值减小, 直到负值消失. 例如, 图 2(c)、(f) 和 (i), 即 $\kappa t = 0.4$ 时, Wigner 函数已不出现负值. 这表明随耗散时间的增长, 场的非经典特性减弱; 3) 比较图 2(a)、(d) 和 (g) 可见, 随光子增加数的增大,



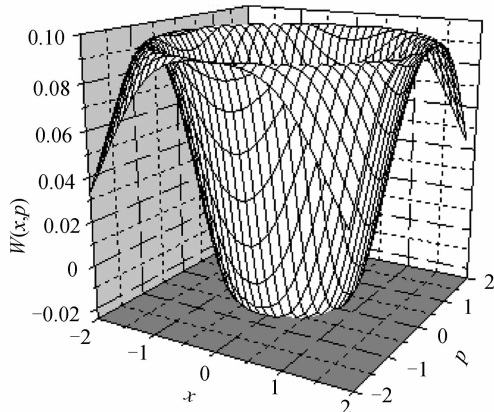
(a) $m=1, \kappa t=0$



(b) $m=1, \kappa t=0.2$



(c) $m=1, \kappa t=0.4$



(d) $m=2, \kappa t=0$

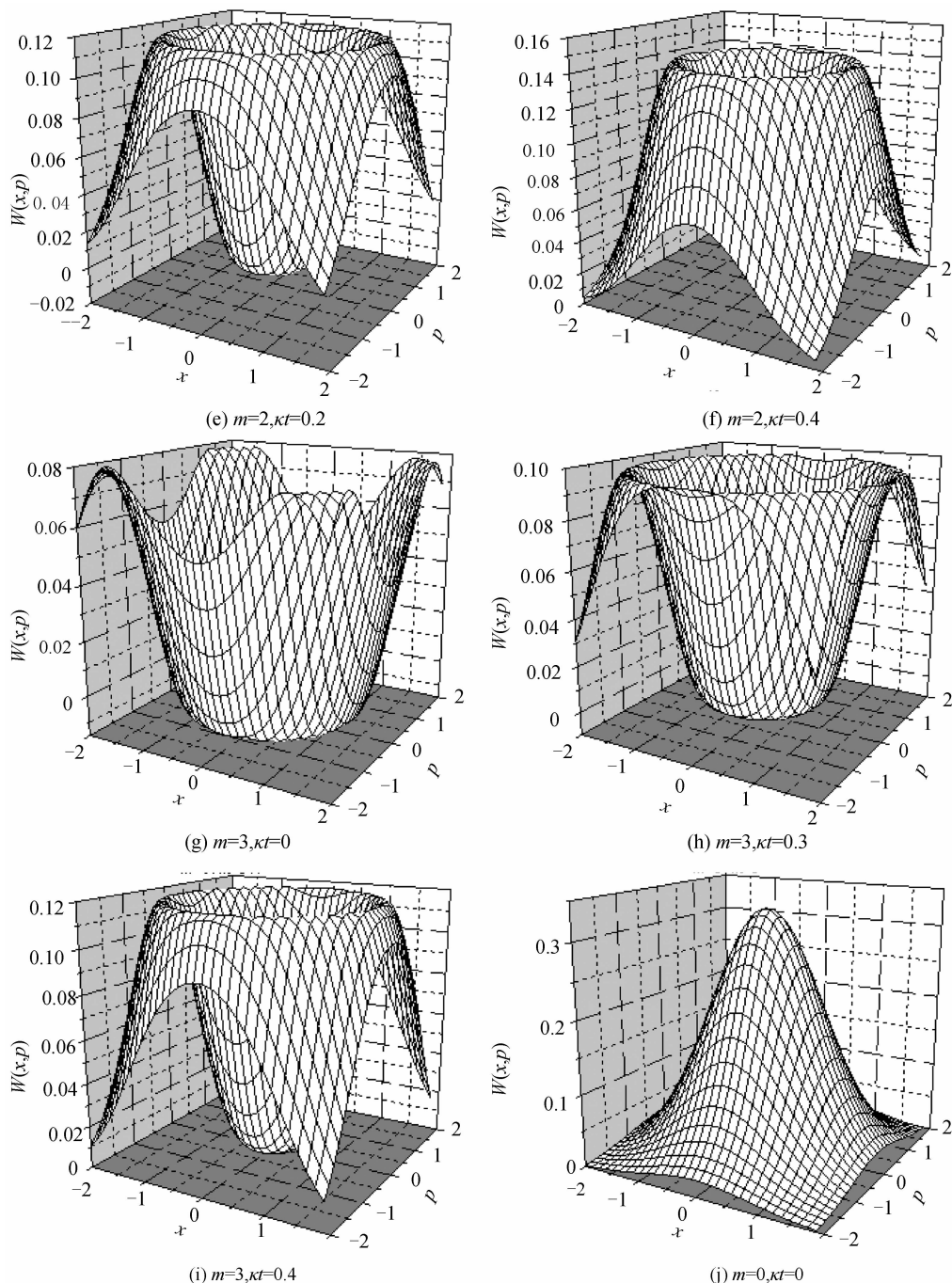


图2 激发混沌场 Wigner 函数随 κt 的变化图

Fig. 2 The evolution of Wigner function with parameter κt

Wigner 函数的负值深度减小, 例如, 数值计算结果 $m=1, \kappa t=0$ 时, Wigner 函数的负值最大深度为 -0.1111 ; $m=2, \kappa t=0$ 时, Wigner 函数的负值的最大深度为 -0.02317 ; 而 $m=3, \kappa t=0$ 时, Wigner 函数的负值的最大深度为 -0.01235 . 这一结果表明, 光子增加数为 1 时, 场的非经典特性最强, 随光子增加数的增加, 场的非经典特性减弱.

4 结论

利用产生算符 a^{+m} 作用在混沌场的方法, 引进了

光子增加混沌场. 采用 Fan 等人建立的热纠缠态表象求解密度矩阵主方程的方法, 对振幅衰减模型中密度算符的主方程进行求解, 给出了密度算符随时间的演化. 运用有序算符乘积内的积分技术(正规排序、Weyl 排序和反正规排序), 得到了光子增加混沌场的 P 表示和 Wigner 函数. 并通过数值计算, 给出了其 P 表示和 Wigner 函数的演化曲线. 计算结果表明: 初始时刻, 光子增加混沌场的 Wigner 函数值出现负值, 这表明它呈现非经典特性; 但随时间参数 κt 的增大, 即耗散过程的发生, Wigner 函数的负值逐渐减小, 场的非经典

效应逐渐减弱,直到完全消失.另一方面,对不同光子增加数情况下 Wigner 函数的比较,发现:随光子增加数的增大,Wigner 函数的负值深度减小.这表明随光子增加数的增加,光子增加混沌场的非经独特性减弱.

参考文献

- [1] PAN Chang-ning, ZHAO Xue-hui, YANG Di-wu, *et al.* Dipole squeezing of atomic systems in dissipative environment [J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, **59**(10):6814-6188.
潘长宁,赵学辉,杨迪武,等.耗散环境下原子-库场相互作用系统中原子的偶极压缩特性[J].物理学报,2010, **59**(10):6814-6188.
- [2] WEN Hong-yan, YANG Yang, WEI Lian-fu. Dissipative dynamics of few-photon superposition states in optical microcavity [J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, **61**(18):184206.
文洪燕,杨杨,韦联福.光学微腔中少光子数叠加态的耗散动力学[J].物理学报,2012, **61**(18):184206.
- [3] GUO De-jun, SHAN Chuan-jia, XIA Yun-jie. Entanglement evolution and Bell inequality violation of two atoms in Tavis-Cummings model with intrinsic decoherence [J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, **56**(4):2139-2147.
郭德军,单传家,夏云杰.内禀退相干下模型中原子的纠缠演化与贝尔不等式破坏[J].物理学报,2007, **56**(4):2139-2147.
- [4] CARVALHO A R R, MINTETR F, BUCHLEITNER A. Decoherence and multipartite entanglement [J]. *Physical Review Letters*, 2004, **93**(23):230501.
- [5] WICKERT R, BERNARDES N B, LOOCK P V. Entanglement properties of optical coherence states under amplitude damping [J]. *Physical Review A*, 2010, **81**(6):062344.
- [6] AGARWAL G. S, BISWAS A. Nonclassicality and decoherence of photon-subtracted squeezed state [J]. *Physical Review A*, 2007, **75**(3):032104.
- [7] ZHANG H L, JIA F, XU X X, *et al.* Nonclassicality and decoherence of photon-subtraction squeezing-enhanced thermal state [J]. *International Journal Of Theoretical Physics*, 2012, **51**(10):3330-3343.
- [8] XU X X, HU L Y, FAN H Y. Photon-added squeezed thermal states: statistical properties and its decoherence in a photon-loss channel [J]. *Optics Communications*, 2010, **283**(9):1801-1809.
- [9] ZHANG Li-hui, LI Gao-xiang, PENG Jin-sheng. Entropy evolution in the Jaynes-Cummings model with large detuning inside a phase damping cavity [J]. *Acta Optica Sinica*, 2002, **22**(8):907-911.
- 张立辉,李高翔,彭金生.相位损耗腔中大失谐 Jaynes-Cummings 模型中熵的演化[J].光学学报,2002, **22**(8):907-911.
- [10] FAN H Y, HU L Y. New approach for solving master equations in quantum optics and quantum statistics by virtue of thermo-entangled state representation [J]. *Communication Theory Physics*, 2009, **51**(4):729-742.
- [11] YE Qian, CHEN Qian-fan, FAN Hong-yi. Integral-form solution of the Caldeira-Leggett density operator equation obtained by virtue of thermo entangled state representation [J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, **61**(12):210301.
叶骞,陈千帆,范洪义.利用热纠缠态表象获得 Caldeira-Leggett 密度算符方程的积分形式解[J].物理学报,2012, **61**(12):210301.
- [12] AGARWAL G S, TARA K. Nonclassical properties of states generated by the excitations on a coherent state [J]. *Physical Review A*, 1991, **43**(1):492-497.
- [13] ZHOU J, FAN H Y, SONG J. Photon-subtracted two-mode squeezed thermal state and its photon-number distribution [J]. *International Journal Theoretical Physics*, 2012, **51**(5):1591-1599.
- [14] ZHOU J, SONG J, YUAN H, *et al.* The statistical properties of a new type of photon-subtracted squeezed coherence state [J]. *Chinese Physics Letters*, 2012, **29**(5):050301.
- [15] LAN Hai-jiang, PANG Hua-feng, WEI Lian-fu. Wigner functions of multiple-photon excited coherent states [J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(12):8281-8288.
兰海江,庞华锋,韦联福.多光子激发相干态的 Wigner 函数[J].物理学报,2009, **58**(12):8281-8288.
- [16] FAN H Y, ZHOU J, XU X X, *et al.* Photon distribution of a squeezed chaotic state [J]. *Chinese Physics Letters*, 2011, **28**(4):040302.
- [17] WANG C C, FAN H Y. Evolution of a thermo state in a single-mode amplitude dissipative channel [J]. *Chinese Physics Letters*, 2010, **27**(11):110302.
- [18] XU X X, XIE F S. Nonlocality of high order superposition photon addition two-mode thermal state [J]. *International Journal Theoretical Physics*, 2013, **52**(8):2784-2795.
- [19] 范洪义.开放系统量子退相干的纠缠态表象论[M].上海:上海交通大学出版社,2010.58-63.
- [20] 范洪义.开放系统量子退相干的纠缠态表象论[M].上海:上海交通大学出版社,2010.91-94.
- [21] 范洪义.量子力学表象与变换论[M].合肥:中国科学技术大学出版社,136-139.