

doi:10.3788/gzxb20144309.0912008

无阈值窗口傅里叶变换滤波法

李兴龙, 李峰, 赵冉, 孙平

(山东师范大学 物理与电子科学学院, 济南 250014)

摘 要:为减少噪声对散斑相位图的影响,提出了一种无阈值的窗口傅里叶变换滤波方法.通过对窗口内条纹频率幅值扫描,寻找条纹频率幅值的最大值作为滤波标准,得到最佳滤波图像,缩短了计算时间,解决了窗口傅里叶变换滤波中需要设定阈值的问题.在无阈值窗口傅里叶变换滤波算法基础上,对散斑条纹图像进行了滤波,证明了该算法的可行性和良好的滤波效果,可用于各类条纹图像的低通滤波.

关键词:图像处理;窗口傅里叶变换;滤波;无阈值

中图分类号:O438.2

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2014)09-0912008-4

Non-threshold Windowed Fourier Filter Algorithm

LI Xing-long, LI Feng, ZHAO Ran, SUN Ping

(College of Physics and Electronics of Shandong Normal University, Jinan 250014, China)

Abstract: In order to reduce the speckle noise in phase distribution of deformation, a non-threshold windowed Fourier filter algorithm was proposed. The maximal amplitude of stripe frequency is set as the filtering criterion by scanning the amplitude of stripe frequency in the window, which the optimum frequency image is obtained and the threshold window is not set in the window Fourier filter algorithm. And the proposed algorithm is used on the fringe patterns. Experiment results show that the proposed algorithm have a better performance in reducing the speckle noise and a high precision in phase calculation. The algorithm proposed can be used to filter other images as a low-pass filter.

Key words: Image processing; Windowed fourier transform; Filtering; Non-threshold

OCIS Codes: 110.6150;050.5080;300.6300

0 引言

电子散斑干涉技术(Electronic Speckle Pattern Interferometry, ESPI)是一种高准确度的光学测量技术,广泛应用于三维面形测量、光学粗糙表面位移、变形测量、振动分析、无损检测等领域,具有非接触、测量准确度高、测量速度快、自动化程度高等优点^[1].电子散斑干涉直接观测到的是散斑条纹图,只有解调出条纹图中每一点的相位信息,才可以得到全场的相位分布,实现变形测量.相位分布的定量计算常用相移技术^[2-4]和傅里叶变换法^[5].但是由于电子散斑条纹图中的固有噪声对准确提取相位信息带来较大难度,因此对噪声的处理结果决定了相位准确度.

传统滤波法有空域滤波和频域滤波.空域滤波法

有邻域均值滤波法^[6]和中值滤波法^[7]等.这些方法的缺点是在平滑噪声的同时,损失了图像中大量的纹理细节和边缘信息.频域滤波是将图像进行傅里叶变换转换到频率域上,然后对各种频率成分进行有选择地抑制或者增加,如巴特沃思频率滤波器^[8].针对散斑条纹图方向性和噪声大的特点,研究人员提出了旋滤波^[9]、自适应滤波^[10]以及偏微分方程滤波^[11]等方法,极大地改善了散斑滤波效果.窗口傅里叶滤波法^[12-13]利用窗口函数,将不同区域的频谱分割,减少了各个部分之间的相互影响,具有良好的滤波效果.该方法需要在频域中设定阈值,滤掉低于阈值的信号,保留幅值高于阈值的信号.阈值的选取直接影响到滤波的效果,但是对于不同的图像,滤波阈值的选取有很大的不确定性,最佳阈值的确定比较困难.

基金项目:山东省科技攻关项目(No.2012GGB01081)资助

第一作者:李兴龙(1989-),女,硕士研究生,主要研究方向为图像处理. Email:lixinglong0826@163.com

导师(通讯作者):孙平(1964-),男,博士,教授,主要研究方向为光学测量技术. Email:sunpingmail@163.com

收稿日期:2013-12-27;录用日期:2014-03-06

<http://www.photon.ac.cn>

本文提出了一种无需阈值,通过寻找最佳频率进行滤波的算法.该方法以窗口内的最大频率幅值作为滤波的判断标准,而不是与人为设定的阈值进行对比来判断噪音,改进了窗口傅里叶滤波,简化了操作过程,适用范围更广.

1 测量原理

1.1 窗口傅里叶变换滤波原理

将函数 $f(x, y)$ 进行窗口傅里叶变换,在点 (μ, ν) 处展开,窗口傅里叶变换对为^[12]

$$Sf(\mu, \nu; \xi, \eta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x - \mu, y - \nu) \cdot \exp(-j\xi x - j\eta y) dx dy \quad (1)$$

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Sf(\mu, \nu; \xi, \eta) g(x - \mu, y - \nu) \exp(j\xi x + j\eta y) d\mu d\nu d\xi d\eta \quad (2)$$

式中, (ξ, η) 为空间一点 (x, y) 对应的频域坐标, $Sf(\mu, \nu; \xi, \eta)$ 是 $f(x, y)$ 经过窗口傅里叶变换之后对应频域的结果. $g(x, y)$ 为窗口函数,与传统傅里叶变换相比,窗口傅里叶变换在变换过程中增加了窗口函数 $g(x, y)$.

窗口函数有一般取高斯函数 $g(x, y) = \frac{1}{\sqrt{\pi\sigma_x\sigma_y}}$

$\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right)$, σ_x, σ_y 决定了 $g(x, y)$ 的范围. 针对

高斯窗口函数,引入基函数 $h(x, y; \xi, \eta) = g(x, y) \cdot \exp(j\xi x + j\eta y)$, 对图像 $f(x, y)$ 进行窗口傅里叶滤波,令 $Sf_m(\mu, \nu; \xi, \eta)$ 为 $f(x, y)$ 在空间点 (μ, ν) 处的频率幅值, Thr 表示设定的阈值,则滤波过程可表示为

$$Sf_m(\mu, \nu; \xi, \eta) = 0 \text{ If } f(x, y) \otimes h^*(x, y; \xi, \eta) < \text{Thr} \quad (3)$$

$$Sf_m(\mu, \nu; \xi, \eta) = f(x, y) \otimes h^*(x, y; \xi, \eta) \text{ If } f(x, y) \otimes h^*(x, y; \xi, \eta) \geq \text{Thr} \quad (4)$$

滤波后的条纹图 $f'(x, y)$ 表示为

$$f'(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_a^b \int_c^d Sf_m(\mu, \nu; \xi, \eta) \otimes h(x, y; \xi, \eta) d\xi d\eta d\mu d\nu \quad (5)$$

式中, $*$ 表示复共轭, \otimes 代表卷积运算. 式(5)中, (μ, ν) 的积分范围是 $(-\infty, +\infty)$, 频率 (ξ, η) 的积分窗口是 $[a, b] \times [c, d]$. 积分窗口的大小由条纹图样决定,积分窗口内应至少包含一个条纹^[15]. 为计算方便,选频率 (ξ, η) 的频域积分窗口 $[a, b]$ 和 $[c, d]$ 分别为 $\omega_x \times \omega_y$, ω_x, ω_y 在沿着条纹的方向上可取 $\omega_y = 2\omega_x$. 由于高斯函数的能量绝大部分集中在零点附近的 4σ 宽度内,故取 $\omega_x = 4\sigma_x, \omega_y = 4\sigma_y$. 假设噪音有各种频率,在频谱中的幅值较小,均匀分布于图像中^[11]. 则窗口函数峰值附近的频率值得以保留,其余噪音部分均被滤掉,得到滤波后的条纹图 $f'(x, y)$.

1.2 无阈值窗口傅里叶滤波原理

条纹图可表示为^[14]

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[\varphi(x, y)] + n(x, y) \quad (6)$$

式中 $a(x, y)$ 是背景光强, $b(x, y)$ 是条纹图的幅值, $\varphi(x, y)$ 是物体变形的相位分布, $n(x, y)$ 为噪音项. 式(6)也可以表示为

$$I(x, y) = a(x, y) + n(x, y) + \frac{1}{2} b(x, y) \cdot \exp[j\varphi(x, y)] + \left\{ \frac{1}{2} b(x, y) \exp[j\varphi(x, y)] \right\}^* \quad (7)$$

式中 $*$ 代表复共轭. 可见,条纹图像由背景光和噪音项、一级项和共轭项组成. 为计算方便,将式(7)中的一级项 $\frac{1}{2} b(x, y) \exp[j\varphi(x, y)]$ 以及共轭项

$\left\{ \frac{1}{2} b(x, y) \exp[j\varphi(x, y)] \right\}^*$ 在空域点 (μ, ν) 处进行窗口傅里叶变换^[12]

$$B(\mu, \nu; \xi, \eta) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} b(x, y) \exp\{j[\varphi(x, y)]\} g(x - \mu, y - \nu) \exp(-j\xi x - j\eta y) dx dy$$

$$B^*(\mu, \nu; \xi, \eta) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} b(x, y) \exp\{-j[\varphi(x, y)]\} g(x - \mu, y - \nu) \exp(j\xi x + j\eta y) dx dy \quad (8)$$

在空域点 (μ, ν) 附近微小区域中,条纹调制认为是相同的,即 $b(x, y) = b(\mu, \nu)$, 相位 $\varphi(x, y)$ 也可认为是线性变化的,将 $\varphi(x, y)$ 级数展开,取一级近似有

$$\varphi(x, y) = \varphi(\mu, \nu) + \varphi_x(\mu, \nu)(x - \mu) + \varphi_y(\mu, \nu)(y - \nu)$$

$\varphi_x(\mu, \nu), \varphi_y(\mu, \nu)$ 分别是在相位 $\varphi(x, y)$ 在 x, y 方向相位的微分,其大小分别为 x, y 方向的频率. 令 $x - \mu = t, y - \nu = l$, 则式(8)表示为

$$B(\mu, \nu; \xi, \eta) = \frac{1}{2} b(\mu, \nu) \exp\{j[\varphi(\mu, \nu) - \xi\mu - \nu\eta]\} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(t, l) \exp\{-j[\xi - \varphi_x(\mu, \nu)]t - j[\eta - \varphi_y(\mu, \nu)]l\} dt dl$$

$$B^*(\mu, \nu; \xi, \eta) = \frac{1}{2} b(\mu, \nu) \exp\{-j[\varphi(\mu, \nu) - \xi\mu - \nu\eta]\} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(t, l) \exp\{j[\xi - \varphi_x(\mu, \nu)]t + j[\eta - \varphi_y(\mu, \nu)]l\} dt dl \quad (9)$$

$G(\xi, \eta)$ 为高斯函数 $g(t, l)$ 的傅里叶变换,则式(9)可表达为

$$B(\mu, \nu; \xi, \eta) = \frac{1}{2} b(\mu, \nu) \exp\{j[\varphi(\mu, \nu) - \xi\mu - \nu\eta]\} G[\xi - \varphi_x(\mu, \nu), \eta - \varphi_y(\mu, \nu)]$$

$$B^*(\mu, \nu; \xi, \eta) = \frac{1}{2} b(\mu, \nu) \exp\{-j[\varphi(\mu, \nu) - \xi\mu - \nu\eta]\} G^*[\xi - \varphi_x(\mu, \nu), \eta - \varphi_y(\mu, \nu)] \quad (10)$$

对于函数 $G(\xi, \eta)$, $G(0, 0)$ 为最大值. 因此,由式(10)可知,对于一个确定的点 (μ, ν) , 当 $\xi = \varphi_x(\mu, \nu)$,

$\eta = \varphi_y(\mu, \nu)$ 时, $B(\mu, \nu; \xi, \eta)$ 的幅值最大^[16-17], 记为 $B_m(\mu, \nu; \xi, \eta)$, 对应的频率记为 (ξ_G, η_G) , 为最佳滤波频率. 高斯函数为轴对称函数, 则 $g(x, y) = g(-x, -y)$. 对于一个确定的 (ξ, η) 值, $B(\mu, \nu; \xi, \eta)$ 与式(7)中共轭项 $\left[\frac{1}{2} b(x, y) \exp [j\varphi(x, y)] \right]^*$ 的窗口傅里叶变换 $B^*(\mu, \nu; \xi, \eta)$ 同时取得最大值. 对式(7)表示的条纹图像, 其窗口傅里叶变换 $S[I](\mu, \nu; \xi, \eta)$ 也取得最大值 $S[I]_m(\mu, \nu; \xi_G, \eta_G)$. 假设噪音有各种频率, 噪音频谱幅值小于条纹频谱幅值, 随机分布于图像中^[11], 背景项则是均匀分布于图像中. 对式(7)表示的条纹图像, 其窗口傅里叶变换滤波可表达为

$$\begin{aligned} S[I](\mu, \nu; \xi, \eta) &= 0 \text{ If } S[I](\mu, \nu; \xi, \eta) \neq \\ &S[I]_m(\mu, \nu; \xi_G, \eta_G) \\ S[I](\mu, \nu; \xi, \eta) &= S[I](\mu, \nu; \xi, \eta) \\ \text{If } S[I](\mu, \nu; \xi, \eta) &= S[I]_m(\mu, \nu; \xi_G, \eta_G) \end{aligned} \quad (11)$$

式中, 最佳滤波频率为 $\xi_G = \varphi_x(\mu, \nu)$, $\eta_G = \varphi_y(\mu, \nu)$.

2 滤波实验结果

2.1 窗口傅里叶滤波实验结果

图1为周边固定中心加载圆盘的电子散斑干涉离面位移条纹图. 利用窗口傅里叶滤波算法滤波, 图2(a)、2(b)和2(c)分别是滤波阈值为0.5、2、5时的滤波结果. 由图可见, 阈值不同, 滤波效果不同. 阈值为2时, 滤波图像中散斑噪音较小, 条纹比较平滑清晰. 当阈值选取较大时, 导致图像的有用信息缺失; 如果阈值选取过小, 则会使噪音显现出来.

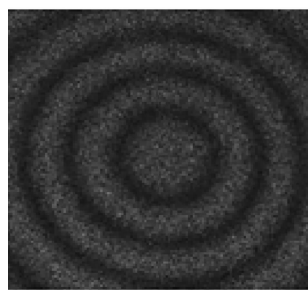


图1 原始散斑图

Fig. 1 The original speckle fringe pattern



(a) The threshold is 0.5 (b) The threshold is 2 (c) The threshold is 5

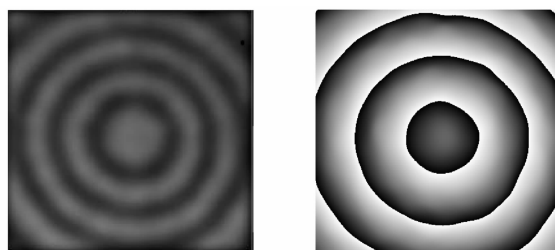
图2 窗口傅里叶滤波滤波结果

Fig. 2 Processing results by Window Fourier filter

2.2 无阈值窗口傅里叶滤波实验结果

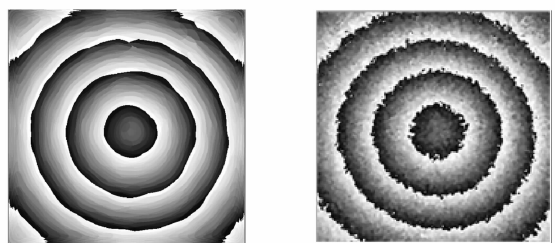
利用无阈值窗口傅里叶滤波算法对图1滤波, 得

到图3(a)所示结果, 滤波效果比较明显. 将四幅散斑条纹图分别滤波, 再采用四步相移算法可得到变形场的相位分布, 如图3(b). 由窗口傅里叶滤波和中值滤波后, 同样采用四步相移所得相移图如图3(c)和图3(d), 可以看出, 无阈值窗口傅里叶滤波是可行的, 其滤波效果与窗口傅里叶滤波是一样的, 优于中值滤波. 窗口傅里叶滤波方法的计算时间为509.14 s, 无阈值窗口傅里叶滤波方法的计算时间为447.74 s, 说明无阈值窗口傅里叶滤波方法缩短了计算时间.



(a) Processing result by Non-threshold windowed Fourier filter

(b) Wrapped phase map obtained by Non-threshold windowed Fourier filter



(c) Wrapped phase map obtained by windowed Fourier filter

(d) Wrapped phase map obtained by medium value filter

图3 无阈值窗口傅里叶滤波及中值滤波后的结果
Fig. 3 Processing result obtained by Non-threshold Windowed Fourier filter and medium value filter

无阈值窗口傅里叶滤波方法对非封闭条纹同样是有有效的. 图4为实验得到的原始散斑条纹图样, 经无阈值窗口傅里叶滤波处理, 滤波结果对应图5.

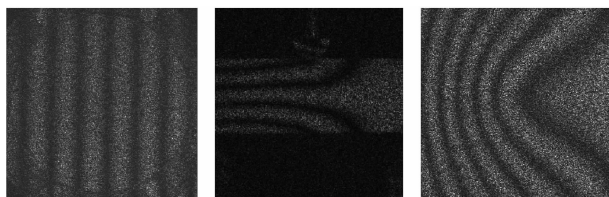


图4 原始散斑图

Fig. 4 The original speckle fringe pattern



图5 无阈值窗口傅里叶滤波滤波后的图样
Fig. 5 Filtered fringe pattern by non-threshold windowed Fourier filter

3 结论

本文提出了一种无阈值窗口傅里叶滤波算法,该算法通过扫频、频率匹配、图像重建等步骤还原图像.实验结果表明该算法对散斑噪声图像无需设定阈值、滤波效果好、适用范围广,计算时间短的优点,避免了盲目尝试阈值的弊端,应用方便.无阈值窗口傅里叶滤波算法通过寻找最佳频率进行滤波,这与窗口傅里叶滤波算法显著不同,该滤波算法适用于噪声频率幅值比较低的各类条纹图.

参考文献

- [1] ZHAO Rui-dong, SUN PING. Shape measurement based on phase-shifting electronic speckle pattern interferometry [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(11): 2045-2048.
赵瑞冬, 孙平. 利用电子散斑相移技术测量物体三维面形的方法[J]. 光子学报, 2010, **39**(11): 2045-2048.
- [2] MURAVSKY L I, OSTASH O P, KMET A B, *et al.* Two-frame phase-shifting interferometry for retrieval of smooth surface and its displacements [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2011, **49**(3): 305-312.
- [3] MOHAMMDALIZADEH D, MANOHAR PAI M, *et al.* New temporal phase-shifting technique utilizing stroboscopy for static characterization of microstructures [J]. *Measurement*, 2010, **43**(1): 135-143.
- [4] ZEND Da-kui, MA Li-hong, LIU Jian, *et al.* Amplitude image optical encryption based on two-step-only quadrature phase-shifting interferometry [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2012, **41**(1): 72-76.
曾大奎, 马利红, 刘健, 等. 基于两步正交相移干涉的振幅图像光学加密技术[J]. 光子学报, 2012, **41**(1): 72-76.
- [5] SUN Ping, ZHANG Li, TAO Chun-xian. 3-D shape measurement with fourier transform based on LCD projector [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **34**(8): 1250-1252.
孙平, 张丽, 陶春先. 基于LCD数字投影技术的傅里叶变换方法测量物体的三维形貌[J]. 光子学报, 2005, **34**(8): 1250-1252.
- [6] BEN HAMZA A, LUQUE-ESCAMILLA P L, *et al.* Removing noise and preserving details with relaxed median filters [J]. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 1999, **11**(2): 161-177.
- [7] GAROI F, SCHIOPU P, APOSTOL D. Spatial domain filtering of speckle interferograms depicting vibration modes [J]. *UPB Scientific Bulletin Series A*, 2012, **74**(1): 115-124.
- [8] LI Zhong-shen. The design of butterworth lowpasser filter based on MATLAB [J]. *Information Technology*, 2003, **27**(3): 49-52.
李钟慎. 基于 MATLAB 设计巴特沃斯低通滤波器[J]. 信息技术, 2003, **27**(3): 49-52.
- [9] QIFENG Y, XIANGYI S, XIAOLIN L, *et al.* Spin filtering with curve windows for interferometric fringe patterns [J]. *Applied Optics*, 2002, **41**(14): 2650-2654.
- [10] LIU Li-feng, TANG Jian-hua. Removal of Gaussian noise from images based on an adaptive Volterra filter [J]. *Journal of Optoelectronics • Laser*, 2009, **20**(12): 1663-1666.
刘立峰, 汤建华. 基于自适应 Volterra 的高斯噪声图像滤波算法[J]. 光电子 • 激光, 2009, **20**(12): 1663-1666.
- [11] FANG Z, WENYAO L, JINJIANG W, *et al.* Anisotropic partial differential equation noise-reduction algorithm based on fringe feature for ESPI [J]. *Optics Communications*, 2009, **28**(2): 2318-2326.
- [12] KEMAO Q. Windowed Fourier transform for fringe pattern analysis [J]. *Applied Optics*, 2004, **43**(13): 2695-2702.
- [13] KEMAO Q. Windowed Fourier transform for fringe pattern analysis: principles, applications and implementations [J]. *Optics Lasers Engineering*, 2007, **45**(2): 304-317.
- [14] SUN Ping, LI Ai-hua. Carrier modulation for large-shearing electronic speckle patterns interferometry and displacement measurement [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **3**(26): 447-451.
孙平, 李爱华. 大剪切电子散斑干涉的载频调制与位移场测量[J]. 光学学报, 2006, **3**(26): 447-451.
- [15] LI Kai, ZHANG Qing-chuan. Speckle fringe pattern smoothing method based on Gabor filtering [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(10): 2751-2755.
李凯, 张青川. 基于 Gabor 滤波的散斑条纹图平滑方法[J]. 光学学报, 2009, **29**(10): 2751-2755.
- [16] DELPRAT N, ESCUDII B, GUILLEMAIN P, *et al.* Asymptotic wavelet and gabor analysis: extraction of instantaneous frequencies [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1992, **38**(2): 644-664.
- [17] GUILLEMAIN P, KRONLAND-MARTINET R. Characterization of acoustic signals through continuous linear time-frequency representations [J]. *Proceedings of IEEE*, 1996, **84**(4): 561-585.