

doi:10.3788/gzxb20144309.0905002

艾里涡旋光束在梯度折射率介质中的动态传输与涡旋轨迹

程科, 夏基深, 钟先琼

(成都信息工程学院 光电技术学院, 成都 610025)

摘 要: 推导了艾里涡旋光束在傍轴 ABCD 光学系统中的传输解析式, 研究了其在梯度折射率介质中的动态传输、坡印廷矢量和涡旋轨迹, 及涡旋核对艾里主波瓣和坡印廷矢量的影响。结果表明: 弹道轨迹和涡旋轨迹不再是传统的抛物线, 而是呈三角函数分布; 在 $z=(2j+1)L/4$ 处, 弹道轨迹和涡旋轨迹均会有奇异现象, 且在 $z=(j+1)L/2$ 附近有坡印廷矢量的反转现象。在临界传输距离处, 艾里主波瓣会被涡旋核遮拦, 随着传输距离的增大, 艾里主波瓣由于自愈特性再次出现, 并绕最近的涡旋核旋转。

关键词: 艾里涡旋光束; 动态传输; 坡印廷矢量; 弹道轨迹

中图分类号: O436.1

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2014)09-0905002-7

Propagation Dynamics and Vortex Trajectory of an Airy Vortex Beam in Gradient-index Media

CHENG Ke, XIA Ji-shen, ZHONG Xian-qiong

(College of Optoelectronic Technology, Chengdu University of Information Technology, Chengdu 610225, China)

Abstract: The analytical expression for the propagation of an Airy vortex beam through a paraxial ABCD optical system was derived and used to study propagation dynamics, Poynting vector and vortex trajectory of an Airy vortex beam in gradient-index (GRIN) media, where the effects of vortex core on the main lobe of Airy beam and Poynting vector are stressed. The results show that vortex trajectory and ballistic dynamics are no longer conventional parabolic but trigonometric shapes in the GRIN media. Especially, the Airy vortex beam represents singular behavior at propagation distance $z=(2j+1)L/4$, and the Poynting vector gradually exhibits reversal before and after $z=(j+1)L/2$. Based on the analysis of ballistic dynamics, the main lobe of Airy beam is overlapped by vortex core at critical distance, as the beam propagates further, it does not only show self-reconstruction due to the self-healing property of the Airy beam, but also exhibit rotating about the closest vortex.

Key words: Airy vortex beam; Propagation dynamics; Poynting vector; Ballistic trajectory

OCIS Codes: 050.4865; 070.2580; 070.2590; 070.7345; 260.1960

0 引言

无衍射光束是指光束在传输过程中光强分布始终保持不变。典型的无衍射光束是贝塞尔光束和马蒂厄光束^[1], 另一种新型无衍射光束——艾里 (Airy) 光束可由高斯光束经过立方相位调制后再经傅里叶透镜实现^[2-4]。艾里光束在传输过程中具有自愈特性, 并表现出横向加速 (或自弯曲) 特性, 类似于重力作用下的弹

道运动^[5], 特别是 Baumgartl 等^[6] 利用艾里波包在局部区间成功地清理光学微粒, 使得艾里光束像“吹雪机”一样, 在能流密度的推动下将微粒向主波瓣边上吹。这些独特的光学特性, 使得它受到人们广泛关注^[4-9]。另一方面, 奇点光学作为现代光学的一个新分支, 研究对象是光场在位相奇点附近出现的光涡旋、波前位错和波前拓扑结构等光场精细结构, 已在原子俘获、微粒操控、光数据存储和高分辨计量学等多方面展现出诸

基金项目: 四川省教育厅自然科学基金 (Nos. 12ZB019, 13ZA0081) 和教育部科学技术研究重点项目 (No. 210186) 资助

第一作者: 程科 (1979—), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为激光传输与变换。Email: ck@cuit.edu.cn

收稿日期: 2013-12-29; **录用日期:** 2014-02-28

<http://www.photon.ac.cn>

多应用前景^[10-12]. 实际上, 将光涡旋植入艾里光束即可得到艾里涡旋光束, 艾里涡旋光束在自由空间^[13]和单轴晶体^[14]中传输时表现出自愈特性和传统的抛物线轨迹. 对于在光通信、光传感技术及光纤熔接中具有应用价值的梯度折射率介质而言, 其折射率的横向变化会使光束产生类透镜效应及波导效应^[16], 使得传输特性不同于其他介质. 对于完全相干和部分相干光束在梯度折射率介质中的传输特性已有研究^[15-17]. 作为新型无衍射光束, 艾里涡旋光束在梯度折射率介质中能否表现出特殊的传输行为值得进一步研究.

本文根据广义惠更斯-菲涅耳积分式, 推导出艾里涡旋光束在傍轴 ABCD 光学系统中的传输解析式, 发现在梯度折射率介质中, 光束的动态传输和涡旋轨迹均存有奇异行为. 给出该行为的数学分析和物理解释, 并研究了涡旋核对艾里主波瓣和坡印廷矢量的影响.

1 艾里涡旋光束在傍轴 ABCD 光学系统中的传输解析式

傍轴近似下, 艾里涡旋光束在直角坐标系 $z=0$ 处的场分布表示为^[4, 13]

$$E(x_1, y_1, z=0) = [(x_1 - x_d) + i \operatorname{sgn}(m)(y_1 - y_d)]^{m+1} \times \prod_{\chi=x_1, y_1} \operatorname{Ai}(\chi/\chi_0) \exp(a\chi/\chi_0) \cdot \exp(iv\chi/\chi_0) \quad (1)$$

式(1)中, $\operatorname{Ai}(\cdot)$ 是艾里函数, 截断孔径参量 $a > 0$, v 是

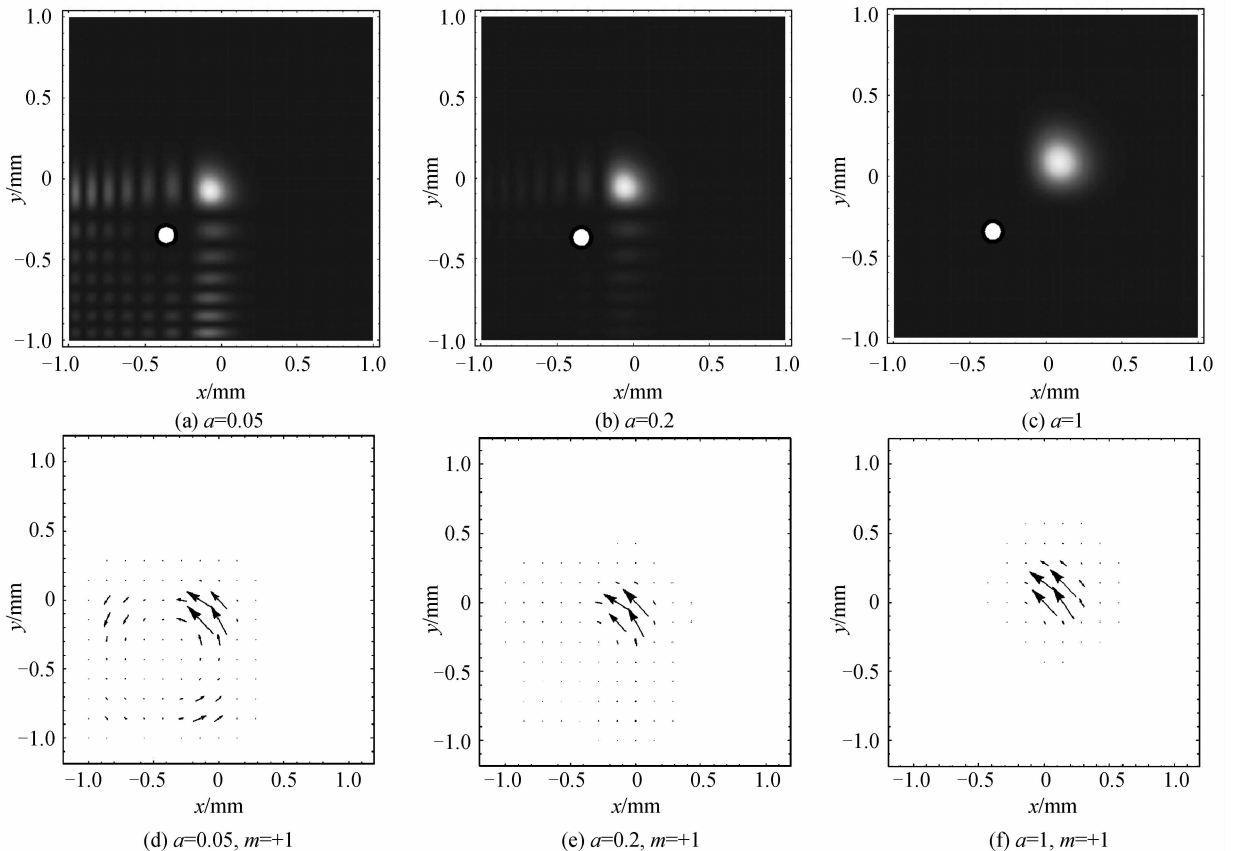
艾里光束的发射角, sgn 为符号函数, x_0 和 y_0 与艾里光束的主瓣束宽有关, 表征艾里光束的横向尺寸, x_d 和 y_d 是涡旋核相对于光束中心的离轴距离, m 是光涡旋的拓扑电荷. 当无量纲波数 $K = kx_0 \gg 1$ 和 $ky_0 \gg 1$ 时, 即 $x_0 \gg \lambda$ 和 $y_0 \gg \lambda$, 傍轴近似有效^[18].

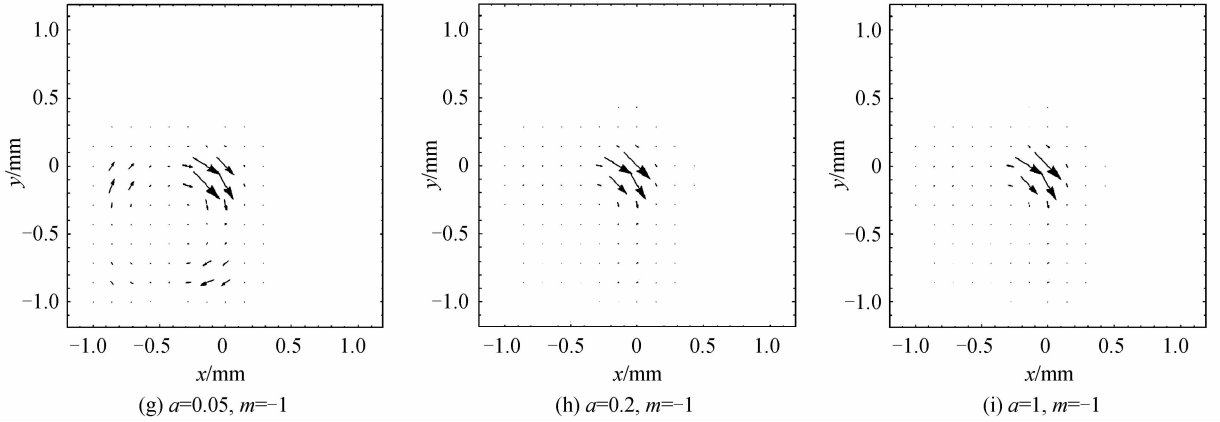
傍轴近似下, 光束的坡印廷矢量在直角坐标系中可写为^[19]

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_\perp + \mathbf{S}_z = \frac{c}{8\pi} \left\{ i\omega \left[\left(E \frac{\partial E^*}{\partial x} - E^* \frac{\partial E}{\partial x} \right) \mathbf{e}_x + \left(E \frac{\partial E^*}{\partial y} - E^* \frac{\partial E}{\partial y} \right) \mathbf{e}_y \right] + 2\omega k |E|^2 \mathbf{e}_z \right\} \quad (2)$$

式(2)中, c 是光速, ω 是圆频率, \mathbf{S}_\perp 和 \mathbf{S}_z 分别表示坡印廷矢量的横向分量和沿传输方向的 z 分量. 本文忽略坡印廷矢量的 z 分量, 仅考虑横向分量. 如无特殊说明, 计算参量 $x_0 = y_0 = 0.1 \text{ mm}$, $\lambda = 633 \text{ nm}$.

图 1 给出了 $z=0$ 处艾里涡旋光束的横向光强和横向坡印廷矢量分布, 计算参量 $x_d = y_d = -0.35 \text{ mm}$, $v=0$, 其中图 1(a)~(c) 中光涡旋的位置用圆圈标示, 图 1(d)~(f) 为正拓扑电荷 $m=+1$, 图 1(g)~(i) 为负拓扑电荷 $m=-1$. 从图 1(a)~(c) 可看到, 随着截断孔径参量的增加, 艾里波瓣逐渐减小, 并逐渐呈现出高斯图样; 但从图 1(d)~(i) 可见, 由于正或负拓扑电荷的光涡旋的植入, 横向坡印廷矢量分别表现出绕着涡旋核呈逆时针或顺时针的旋转特性. 该特点与文献[19]中艾里光束在主波瓣处的坡印廷矢量指向坐标平面



图1 $z=0$ 处艾里涡旋光束的横向光强和横向坡印廷矢量Fig. 1 The intensity profile and Poynting vector of Airy vortex beam at the input plane of $z=0$

45°方向的特性明显不同,可见带有不同拓扑电荷的光涡旋能改变横向坡印廷矢量的旋转方向。

艾里涡旋光束通过傍轴 ABCD 光学系统的传输公式为

$$E(x, y, z) = \frac{k}{i2\pi B} \iint E(x_1, y_1, z=0) \cdot \exp \left\{ \frac{ik}{2B} [A(x_1^2 + y_1^2) + D(x^2 + y^2) - 2(x_1x + y_1y)] \right\} dx_1 dy_1 \quad (3)$$

式(3)中, λ 为波长, $k=2\pi n/\lambda$ 为波数. 为简便起见,式(3)中拓扑电荷 $m=+1$, 将式(1)代入式(3)积分, 根据艾里函数及其导数的积分形式

$$\text{Ai}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{iu^3}{3}\right) \exp(-ixu) du \quad (4)$$

$$\text{Ai}'(x) = \frac{-i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u \exp\left(-\frac{iu^3}{3}\right) \exp(-ixu) du \quad (5)$$

并利用傅里叶变换和光学矩阵 $AD-BC=1$, 得艾里涡旋光束通过傍轴 ABCD 光学系统的传输解析式为

$$E(x, y, z) = \frac{E_1 + E_2 + E_3}{A^2 k x_0 y_0} \exp[p(x, y, z)] \quad (6)$$

式(6)中

$$p(x, y, z) = \frac{a+iv}{A} \left(\frac{x}{x_0} + \frac{y}{y_0} \right) - \frac{2(a+iv)}{A} \left(\frac{x_m}{x_0} + \frac{y_m}{y_0} \right) + i \left[\frac{B}{2kA^2} \left(\frac{x}{x_0^3} + \frac{y}{y_0^3} \right) + \frac{(a+iv)^2 B}{2kA} \left(\frac{1}{x_0^2} + \frac{1}{y_0^2} \right) - \frac{B^3}{12A^3 k^3} \left(\frac{1}{x_0^6} + \frac{1}{y_0^6} \right) + \frac{kC}{2A} (x^2 + y^2) \right] \quad (7)$$

$$E_1 = kx_0 y_0 \text{Ai}[q(x)] \text{Ai}[q(y)] [(x - Ax_d - 2x_m) + i(y - Ay_d - 2y_m)] \quad (8)$$

$$E_2 = -B \text{Ai}[q(x)] \{x_0 \text{Ai}'[q(y)] + ax_0 \text{Ai}[q(y)] + vy_0 \text{Ai}[q(y)]\} \quad (9)$$

$$E_3 = iB \text{Ai}[q(y)] \{y_0 \text{Ai}'[q(x)] + ay_0 \text{Ai}[q(x)] - vx_0 \text{Ai}[q(x)]\} \quad (10)$$

并且 $s_m = \frac{B^2}{4Ak^2 s_0^3}$, $q(s) = \frac{s - s_m}{As_0} + \frac{iaB}{Aks_0^2}$, ($s = x, y$),

$\text{Ai}'(\cdot)$ 表示艾里函数的导数. 当光学矩阵中 $A=1$, $B=z$, $C=0$ 和发射角 $v=0$ 时, 式(6)~(10)简化为文献[13]中的式(3)~(7), 即艾里涡旋光束在自由空间中的传输解析式。

传输过程中, 艾里涡旋光束的光斑尺寸在 x 和 y 方向可分别写为^[20]

$$\omega_x^2(z) = \frac{4 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 I(x, y, z) dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y, z) dx dy} \quad (11)$$

$$\omega_y^2(z) = \frac{4 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (y - \bar{y})^2 I(x, y, z) dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y, z) dx dy} \quad (12)$$

式(11)~(12)中 $I(x, y, z)$ 为光强, \bar{x} 和 \bar{y} 为质心位置。

2 艾里涡旋光束在梯度折射率介质中的动态传输

梯度折射率介质按折射率分布的梯度形式, 通常可分为径向分布、轴向分布和球对称分布^[17], 其中以径向分布的介质应用较为广泛, 梯度径向分布的折射率可写为

$$n = n_0 \left(1 - \frac{x^2}{2\beta^2} \right) \quad (13)$$

式(13)中, n_0 为介质轴上折射率, 此处 $n_0 = 1.56$, β 为梯度折射率系数, 从 $z=0$ 传输至任意 z 平面的光学变换矩阵可写为^[15, 21]

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(z/\beta) & \beta \sin(z/\beta) \\ -\sin(z/\beta)/\beta & \cos(z/\beta) \end{pmatrix} \quad (14)$$

将式(14)代入式(6)~(10), 即可得到艾里涡旋光束在梯度径向分布的梯度折射率介质中的传输解析式, 仅当光学矩阵元素“ $A=0$ ”时, 解析式(6)~(10)的分母为零, 即此时方程的解是不确定的。

从式(6)~(10)可看到, 艾里涡旋光束的弹道轨迹可认为是艾里光束和涡旋核的运动轨迹共同组成, 其

中艾里光束的弹道轨迹在 $x-z$ 和 $y-z$ 平面满足方程

$$s = \frac{\beta^2 \sin^2(z/\beta)}{4k^2 s_0^3 \cos(z/\beta)} \quad (s=x, y) \quad (15)$$

其对应的动力学方程的加速度可写为

$$g = \frac{d^2 s}{dz^2} = \frac{1}{4k^2 s_0^3} [\cos(z/\beta) + \sec^3(z/\beta) + \sec(z/\beta) \tan^2(z/\beta)] \quad (s=x, y) \quad (16)$$

从式(15)~(16)可看到,光束在传输过程中,弹道轨迹呈传输距离周期为 $L=2\pi\beta$ 的周期性变化,值得注意的是当 $z=(2j+1)L/4$, ($j=0, 1, 2, \dots$) 时,其对应的矩阵元素“ $A=0$ ”,即 $\cos(z/\beta)=0$. 这表明式(15)~(16)仅在这些特殊平面处的解是不确定的.

图2给出了不同截断孔径参量,艾里涡旋光束在梯度折射率介质中的弹道轨迹图,其中亮线表示艾里光束的轨迹,暗线表示涡旋核的轨迹,计算参量 $x_d = y_d = -0.1\text{mm}$, $v=0$, $\beta=50\text{mm}$. 从图2(a)中可看到,这些轨迹主要表现为三角函数分布,特别是,当截断孔径参量较小时,在 $z=(2j+1)L/4$ (如 $z=L/4$ 和 $3L/4$) 处存有弹道轨迹发散性的奇异现象,例如 $z=L/4$ 处左端逐渐趋近 $+\infty$,在其右端却从 $-\infty$ 再次出现,此现象与文献[22]中艾里光束在几何焦点处的奇异行为相一致,该轨迹在特殊位置处的发散特点与在自由空间^[13]和单轴晶体中^[14]的连续的抛物线弹道轨迹明显不同.

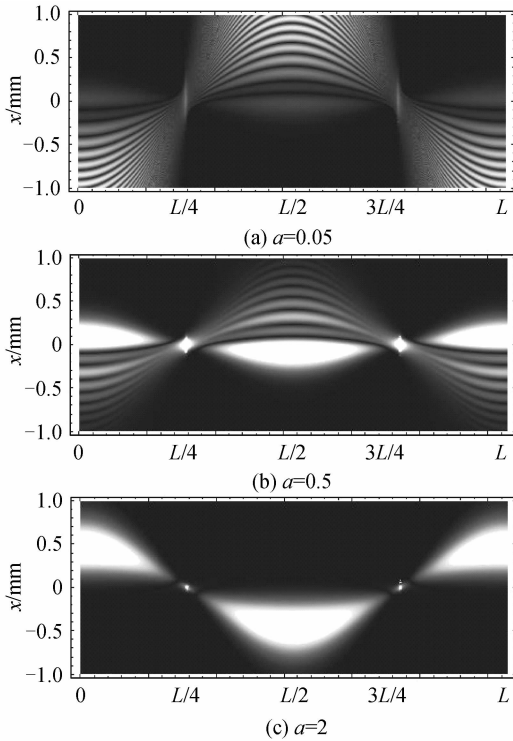


图2 艾里涡旋光束在梯度折射率介质中的弹道轨迹
Fig. 2 Ballistic trajectories of the Airy vortex beam in gradient-index media

随着截断孔径参量的增大,该奇异现象逐渐消失,如图2(c)所示.同时还发现弹道轨迹关于 $z=(j+1)L/2$ (如 $z=L/2$ 和 L) 呈对称性分布.

为更好阐述图2中弹道轨迹的奇异现象,图3(a)和(b)分别给出了图2(a)中 $z=L/4$ 和 $3L/4$ 附近的放大图.从图3(a)中可看到,在传输过程中,当 z 逐渐靠近 $L/4$ 时,轨迹逐渐趋于正无穷,然后在负无穷处再次出现并逐渐趋于平滑,此发散现象即为弹道轨迹的奇异现象;当 z 逐渐靠近 $3L/4$ 时,类似的奇异现象再次出现,只是与 $L/4$ 处表现相反(见图3(b)).此现象的数学分析可从式(16)得到,当 z 从左端逼近 $L/4$ 或从右端逼近 $3L/4$ 时,式(16)中方程右端的第一项为零,而第二项与第三项将逐渐趋近于 $+\infty$,因此加速度 g 总的表现为趋近于 $+\infty$;而当 z 从右端逼近 $L/4$ 或从左端逼近 $3L/4$ 时,加速度却将逐渐趋近于 $-\infty$. 此现象的物理解释可认为是,例如当 $z=L/4=\pi\beta/2$ 时,变换矩阵式(14)简化为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ -\frac{1}{\beta} & 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

此变换矩阵等价于焦距为 β 的傅里叶变换,在傅里叶平面 $z=L/4$ 处,当截断孔径参量较小时,艾里波瓣在类透镜效应下逐渐演变为无穷小,此时傍轴近似不再适用^[18].

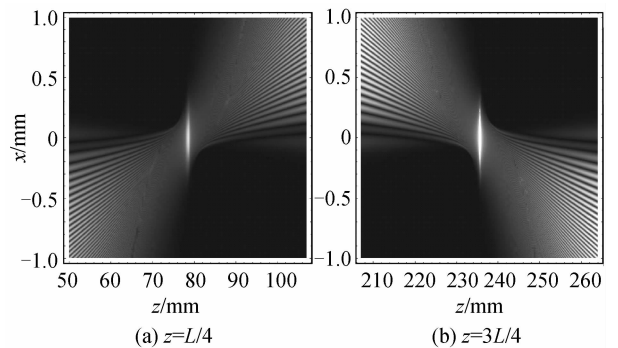
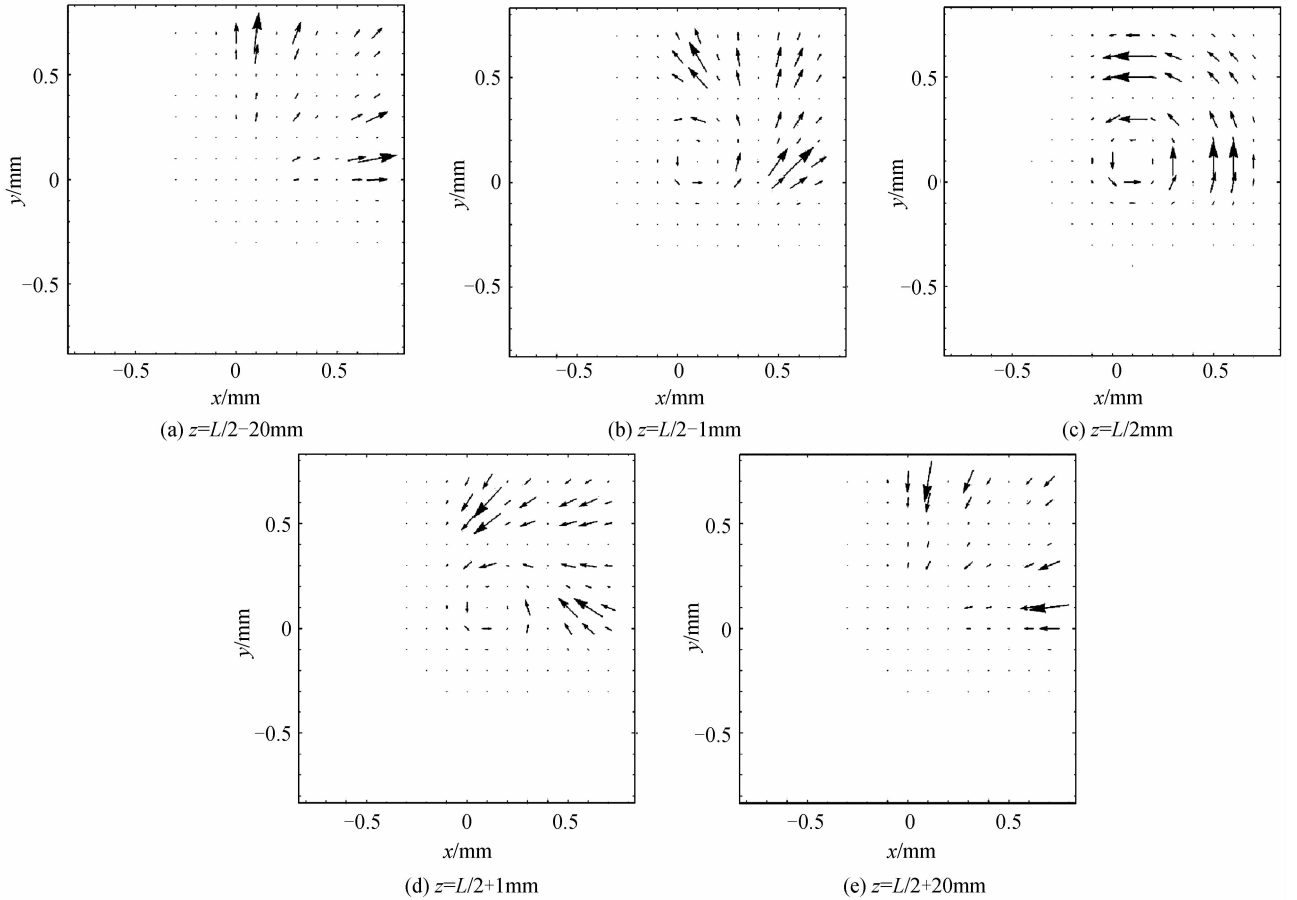


图3 不同 z 处的弹道轨迹放大图

Fig. 3 Enlarged graphs of ballistic trajectories near different z

图4给出了 $z=L/2$ 前后的横向坡印廷矢量的演化图,计算参量与图2(a)相同.从图4中可见,在传输过程中,坡印廷矢量先沿着右上方向运动,然后逐渐发生反转,在 $L/2$ 处完全呈逆时针旋转,越过 $L/2$ 后,坡印廷矢量逐渐沿左下方向运动,类似地在 $z=L$ 前后的横向坡印廷矢量也会表现出反转特性.可见在 $z=(j+1)L/2$ 前后会出现横向坡印廷矢量的反转现象.

另一方面,艾里涡旋光束的传输解析式可认为是 E_1 , E_2 和 E_3 的三个分量组成,其中 E_1 是含有一个涡旋的艾里光束,其涡旋核的位置为 $(Ax_d+2x_m, Ay_d+$

图4 横向坡印廷矢量在 $z=L/2$ 前后的演化Fig. 4 Evolution of the transverse Poynting vector before and after $z=L/2$

$2y_m$); E_2 可认为是由艾里函数的 x 分量与艾里函数及其导数的 y 分量组成; E_3 可看成是由艾里函数的 y 分量与艾里函数及其导数的 x 分量组成. 从动力学分析式(6)~(10)可知, E_1 分量中涡旋核的加速度是艾里主波瓣加速度的两倍, 因此涡旋核会在临界传输距离 z_s 处追赶上艾里主波瓣

$$z_s = \beta \arctan \left[\frac{2/\beta^2 (kv\beta x_0^2 + (-x_d k^2 \beta^2 x_0^3 + k^2 v^2 \beta^2 x_0^4)^{1/2})}{(x_0 = y_0)} \right] \quad (18)$$

图 5(a) 给出了在临界传输距离 $z_s = 36.43$ mm 处,

艾里涡旋光束的光强分布图, 图 5(b)~(d) 分别给出了三个分量 E_1 , E_2 和 E_3 的光强分布图, 计算参量 $a = 0.1$, $v = -1$, $x_d = y_d = -0.05$, $z_s = 36.43$ mm. 从图 5(c)~(d) 可知, E_2 和 E_3 的光强可分别看成是艾里图样的翅膀, 其对涡旋核的运动并无影响, 而涡旋核的运动主要由 E_1 决定. 从图 5(a) 可看到, 在传输距离 z_s 处, 主波瓣恰好被涡旋核遮挡.

随着传输距离进一步增加, 光束图样会逐渐发生反转, 当越过 $L/4$ 时, 图样从第三象限逐渐进入第一象

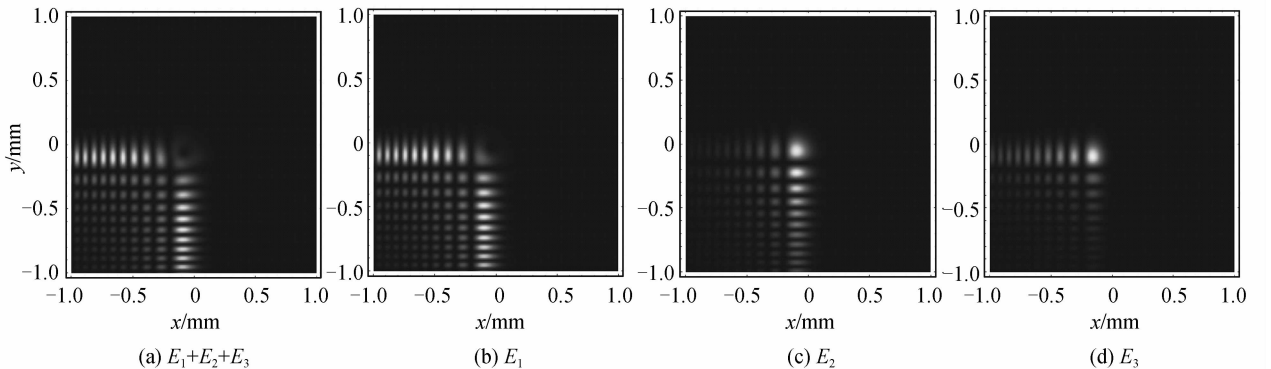
图5 z_s 处艾里涡旋光束的光强分布

Fig. 5 The intensity profiles of the Airy vortex beam and the three components

限(见图 2). 图 6(a)~(d)给出了艾里涡旋光束在 $z > z_s$ 的横向光强图, 其中最靠近主波瓣的光涡旋已用箭头符号表示, 其位置分别为 $(-0.03 \text{ mm}, 0)$, $(0.08 \text{ mm}, 0.06 \text{ mm})$ 和 $(0.08 \text{ mm}, 0.05 \text{ mm})$, 图 6(e)~(h)给出了主波瓣附近的横向坡印廷矢量分布图, 计算参量与图 5 相同. 从图 6(a)~(d)可明显看到, 随着传输距离的进一步增加, 由于艾里光束的自愈特

性, 其被遮拦的主波瓣逐渐出现直至自愈, 并且主波瓣绕最近的光涡旋发生了逆时针旋转. 虚线表示主波瓣的旋转轴, 其相对于 x 轴的旋转角度依次为 14° , 58° 和 80° . 该旋转现象是因为最靠近主波瓣的光涡旋的符号为正拓扑电荷, 从图 6(e)~(g)也可看到, 其横向坡印廷矢量会绕着正拓扑电荷逆时针旋转, 由此引起主波瓣的逆时针旋转.

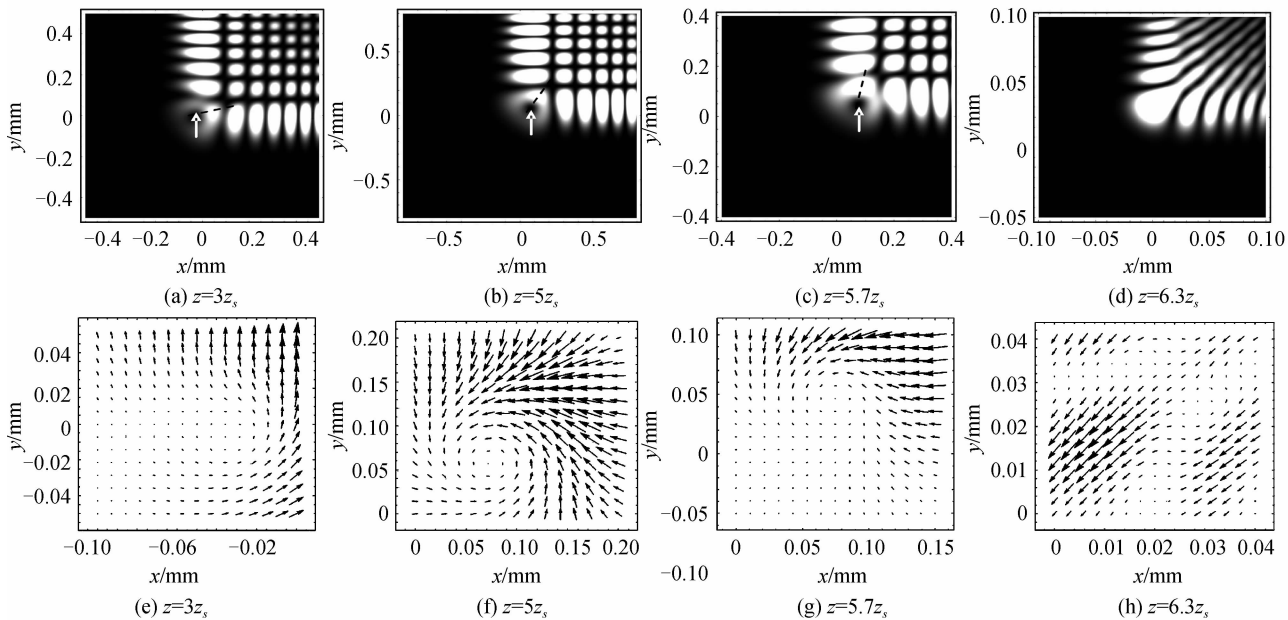


图 6 艾里涡旋光束的光强分布和主波瓣附近的坡印廷矢量

Fig. 6 The intensity profiles of the Airy vortex beam and the Poynting vector near the main lobe

3 艾里涡旋光束在梯度折射率介质中的涡旋轨迹

如式(6)~(10)所述, 分量 E_1 只含有一个涡旋核, 其运动轨迹由式(19)确定

$$s = -\cos(z/\beta)s_d + \frac{\beta^2 \sin^2(z/\beta)}{2k^2 s_0^3 \cos(z/\beta)} \quad (s=x, y) \quad (19)$$

从式(19)可看到, 其运动轨迹也呈现三角函数分布, 并且与初始植入涡旋核的离轴距离 x_d 和 y_d 有关.

而实际上艾里涡旋光束在传输过程中, 会分裂产生出许多光涡旋. 图 7 给出了在传输周期 L 内, 艾里涡旋光束在梯度折射率介质中的涡旋轨迹, 为简便起见, 仅给出了主波瓣附近的涡旋情况, 图 7(b)中主波瓣附近的光涡旋已用不同符号表示, 计算参量 $a=0.1$, $v=0$. 从图 7 中可看到, 涡旋核运动轨迹在 $L/4$ 和 $3L/4$ 同样会出现奇异现象. 这说明虽然涡旋核的运动会受到能流的旋转影响, 但更主要还是受艾里波瓣的能流推动.

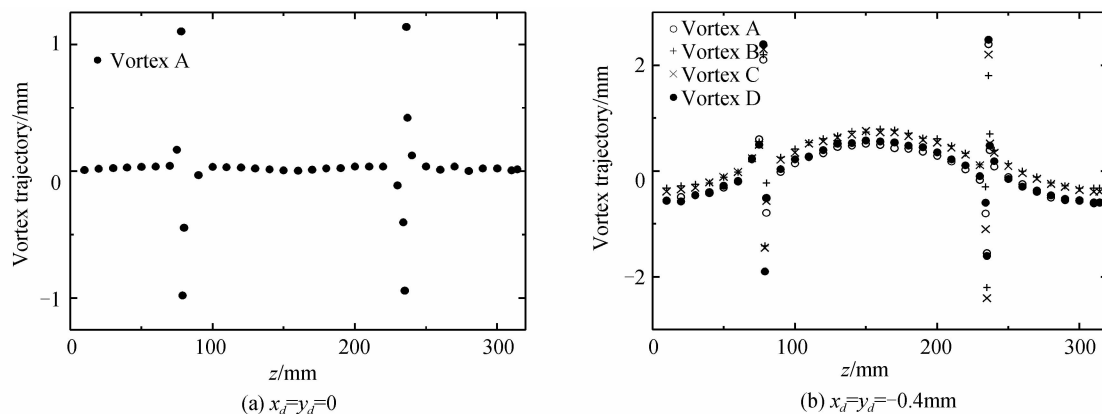


图 7 梯度折射率介质中艾里主波瓣附近的涡旋轨迹

Fig. 7 Trajectories of the vortices near the main lobe of the Airy beam in gradient-index media

4 结论

本文推导出了艾里涡旋光束通过傍轴 ABCD 光学系统的传输解析式,并研究了光束在梯度折射率介质中的动态传输、坡印廷矢量和涡旋轨迹。结果表明,在梯度折射率介质中,艾里涡旋光束在传输距离 $z = (2j+1)L/4$ 处,发现有弹道轨迹发散的奇异现象,这是因为加速度在这些距离处逐渐趋近于正无穷或负无穷,同时梯度折射率介质具有类透镜效应,会导致艾里波瓣变为无穷小,此时不再满足傍轴近似,这些现象不同于自由空间或单轴晶体中的抛物线轨迹;同时在 $z = (j+1)L/2$ 前后,发现有坡印廷矢量的反转现象,这也不同于文献[19]中,其坡印廷矢量沿着坐标轴 45° 方向传输。在临界距离 z_c 处,主波瓣会被涡旋核遮拦,随着传输距离进一步增大,主波瓣会由于自愈性再次出现,同时也会绕着最近的涡旋核发生旋转。对涡旋轨迹的分析,可知,涡旋核的运动受到艾里波瓣的能流推动影响,呈现出三角函数分布,并且在 $z = (2j+1)L/4$ 处表现出奇异现象。

参考文献

- [1] DURNIN J. Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1987, **4**(4): 651-654.
- [2] SIVILOGLOU G A, CHRISTODOULIDES D N. Accelerating finite energy Airy beams[J]. *Optics Letters*, 2007, **32**(8): 979-981.
- [3] SIVILOGLOU G A, BROKY J, DOGARIU A, *et al.* Observation of accelerating Airy beams[J]. *Physical Review Letters*, 2007, **99**(21): 213901.
- [4] SIVILOGLOU G A, BROKY J, DOGARIU A, *et al.* Ballistic dynamics of Airy beams[J]. *Optics Letters*, 2008, **33**(3): 207-209.
- [5] BROKY J, SIVILOGLOU G A, DOGARIU A, *et al.* Self-healing properties of optical Airy beams[J]. *Optics Express*, 2008, **16**(17): 12880-12891.
- [6] BAUMGARTL J, MAZILU M, DHOLAKIA K. Optically mediated particle clearing using Airy wavepackets[J]. *Nature Photonics*, 2008, **2**(11): 675-678.
- [7] CHENG H, ZANG W, ZHOU W, *et al.* Analysis of optical trapping and propulsion of Rayleigh particles using Airy beam[J]. *Optics Express*, 2010, **18**(19): 20384-20394.
- [8] ZHENG Z, ZHANG B F, CHEN H, *et al.* Optical trapping with focused Airy beams[J]. *Applied Optics*, 2011, **50**(1): 7040-7045.
- [9] HAN D, LIU C, LAI X. The fractional Fourier transform of Airy beams using Lohmann and quadratic optical systems[J]. *Optics and Laser Technology*, 2012, **44**(5): 1463-1467.
- [10] DENNIS M R, HOLLERAN K O, PADGETT M J. Singular optics: optical vortices and polarization singularities[J]. *Progress in Optics*. 2009, **53**: 293-363.
- [11] CHENG Ke, XIANG An-ping, ZHONG Xian-qiong. Evolution of phase singularities of flat-topped vortex beam diffracted by an aperture[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2012, **41**(8): 936-945.
程科,向安平,钟先琼. 经光阑衍射的平顶涡旋光束位相奇点的演化特性[J]. *光子学报*, 2012, **41**(8): 936-945.
- [12] YANG Y, DONG Y, ZHAO C, *et al.* Generation and propagation of an anomalous vortex beam[J]. *Optics Letters*, 2013, **38**(24): 5418-5421.
- [13] DAI H, LIU Y, LUO D, SUN X. Propagation dynamics of an optical vortex imposed on an Airy beam[J]. *Optics Letters*, 2010, **35**(23): 4075-4077.
- [14] DENG D, CHEN C, ZHAO X. Propagation of an Airy vortex beam in uniaxial crystals[J]. *Applied Physics B*, 2013, **110**(3): 433-436.
- [15] BANDRES M A, GUTIÉRREZ-VEGA J C. Airy-Gauss beams and their transformation by paraxial optical systems[J]. *Optics Express*, 2007, **15**(25): 16719-16728.
- [16] PAN Ping-ping, DAN You-quan, ZHANG Bin. Propagation of partially coherent flat-topped beams in gradient-index media[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(7): 1252-1256.
潘平平,但有全,张彬. 部分相干平顶光束在梯度折射率介质中的传输特性[J]. *光学学报*, 2008, **28**(7): 1252-1256.
- [17] SONG Hong-yuan, ZHANG Ting-rong, CHEN Sen-hui, *et al.* Propagation properties of cosine-Gaussian beams in gradient-index medium[J]. *High Power Laser and Particle Beams*. 2011, **23**(4): 890-894.
宋宏远,张廷蓉,陈森会,等. 余弦高斯光束在梯度折射率介质中的传输特性[J]. *强激光与粒子束*, 2011, **23**(4): 890-894.
- [18] NOVITSKY A V, NOVITSKY D V. Nonparaxial Airy beams: role of evanescent waves[J]. *Optics Letters*, 2009, **34**(21): 3430-3432.
- [19] SZTUL H I, ALFANO R R. The Poynting vector and angular momentum of Airy beams[J]. *Optics Express*, 2008, **16**(13): 9411-9416.
- [20] JI X, EYYUBOĞLU H T, JI G, *et al.* Propagation of an Airy beam through the atmosphere[J]. *Optics Express*, 2013, **21**(2): 2154-2164.
- [21] MCMULLIN J N. The ABCD matrix in arbitrarily tapered quadratic-index waveguides[J]. *Applied Optics*, 1986, **25**(13): 2184-2187.
- [22] MORRIS J E, MAZILU M, BAUMGARTL J, *et al.* Propagation characteristics of Airy beams: dependence upon spatial coherence and wavelength[J]. *Optics Express*, 2009, **17**(15): 13236-13245.