

doi:10.3788/gzxb20144309.0905001

低频液体表面波衍射条纹正负级次的不应性

苗润才, 孟峰, 马静

(陕西师范大学 物理学与信息技术学院, 西安 710119)

摘 要: 基于声光衍射原理, 利用光学方法对低频液体表面波的光衍射特性进行了研究, 给出了非对应级数的解析表达式并进行了数值模拟, 解释了非对应分布的机理. 实验观察到清晰、稳定的衍射图样, 且条纹间距具有明显的不对称性; 随入射角度增大, 正负级衍射条纹具有明显的不对应分布, 即正条纹级数多于负条纹级数. 研究表明: 衍射条纹级数的不对应程度与入射角有关, 随入射角的增大, 正负级数不对应程度加剧; 负级衍射条纹级数存在最大值, 超过该最大值的负级衍射条纹缺失; 理论分析和实验结果吻合较好.

关键词: 低频表面波; 光衍射; 衍射级次; 非对应性

中图分类号: O436.1

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2014)09-0905001-5

The Non-correspondence of Diffraction Patterns of Positive and Negative Grade from Low-frequency Liquid Surface Waves

MIAO Run-cai, MENG Feng, MA Jing

(Institute of Physics and Information Technology, Shaanxi Normal University, Xi'an 710119, China)

Abstract: Based on the acousto-optic diffraction theory, the light diffraction characteristics of low-frequency liquid surface waves was investigated using the method of optical. An expression was given about the non-corresponding orders, the analytical expression was simulated by means of the numerical method, which explains the mechanism of the non-correspondence effect. In experiment, the steady and visible diffraction pattern was observed, and the fringe spacing has obvious asymmetry. With the increasing of incident angle, the distinct non-correspondence of the positive and negative diffraction orders is found. The number of the positive diffraction pattern is more than the negative one. The results show that: the non-correspondence effect is related to the incident angle. With the increasing of incident angle, the non-correspondence effect is more obvious. The negative diffraction order has maximum. For the orders exceeding this value, the negative diffraction pattern disappeared. It shows that the theoretical analysis agrees with the experimental result well.

Key words: Low-frequency Surface waves; Optical diffraction; Diffraction order; Non-correspondence

OCIS Codes: 050.0050; 050.1960; 050.1970; 070.0070; 070.4560

0 引言

高频表面波(Surface Acoustic waves, SAW)是建立在声波光衍射效应的基础上. 在固体表面声效应中, 为了获得较大的衍射角分布, 通常采用超声波技术^[1-4]. 1979年, Weisbuch等^[5]人首次提出了用液体表面波实现光学衍射光栅, 并以此建立了表面张力的光

学测量方法; Barter^[6]采用透射成像技术研究表面波. 文献[7-12]采用低频声波光衍射技术, 得到反衬度非常高的衍射图样, 并用这种方法测量了液体表面的物理特性. 发现低频与高频表面波衍射图样不同的是, 当激光斜入射时, 低频表面波衍射图样条纹间距分布具有明显的非对称性^[13-15]. 刘等^[16]人研究低频表面波衍射条纹强度关系时, 发现衍射条纹强度具有不对称性.

基金项目: 陕西省重大科技创新专项资金(No. 2010ZKC01-18)和陕西省自然科学基金(No. 2012JM1003)资助

第一作者: 苗润才(1957-), 男, 教授, 博导, 主要研究方向为声光理论及技术, Email: remiao@snnu.edu.cn

通讯作者: 孟峰(1987-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为液体表面波的光学检测, Email: meng_feng1987@163.com

收稿日期: 2013-11-25; **录用日期:** 2014-02-28

<http://www.photon.ac.cn>

在低频声光衍射效应中,虽然已经发现了条纹间隔和强度的不对称性,但是,迄今为止,人们认为衍射条纹的正负级次具有对应性,即一个正级衍射条纹,必然有对应的负级条纹.本文通过光斜入射条件下低频SWA声光效应,实验上发现了正负衍射条纹级次没有这种对应关系,而且正条纹级数多于负条纹级数.衍射条纹级次的不对应性与入射角有关,入射角度越大,衍射级次不对应性越明显.负级衍射条纹级数存在最大值,超过该最大值的负级衍射条纹缺失.理论上给出了非对应级数的解析表达式,对解析式进行数值模拟,解释了非对应分布的机理.理论分析和实验结果吻合较好.

1 实验装置

实验装置及原理如图1,由低频信号发生器及表面声波激发器、样品池及液体样品、激光光源与光学系统及数据采集和数据处理系统四部分组成.样品池中盛有蒸馏水,低频信号发生器输出的信号驱动表面波激发器,在液体表面激发产生的表面波可视为位相光栅.激光光源为He-Ne激光器,其波长为632.8 nm,激光束的光斑直径约为2.4 mm.当激光束经过光阑后以1.435 rad的入射角斜入射到样品池中的液面上时,形成椭圆光斑,椭圆光斑的长、短轴分别为17.7 mm和2.4 mm,椭圆光斑的长轴与表面波传播方向平行.实验中入射点到观察屏的距离为4.92 m.数据采集系统使用CCD采集图样,CCD的大小为 $7.95 \times 6.45 \text{ mm}^2$,

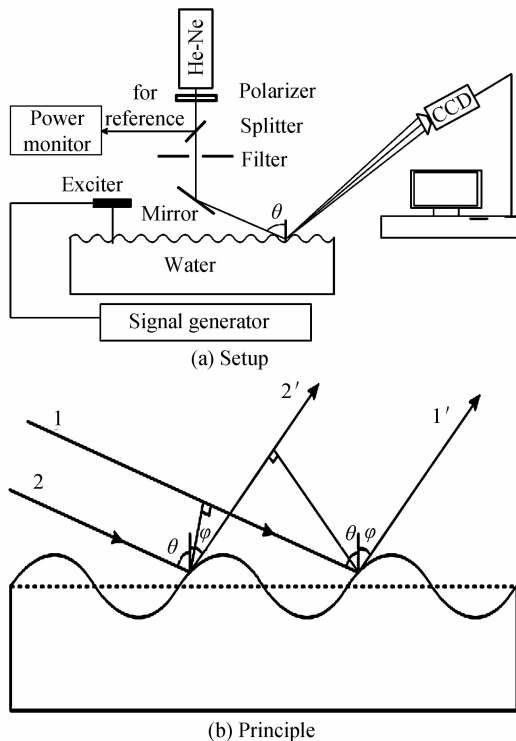


图1 实验装置及原理

Fig. 1 Schematic diagram of the experimental setup and principle

S/N 超过 48 dB.

2 实验结果

实验中,调节低频信号发生器输出频率,当频率为50 Hz、激光入射角为1.435 rad时,远场可以观察到清晰、稳定的衍射条纹,如图2.由图2可以看出:以衍射零级为中心,正衍射级的条纹间距与同一级负衍射级的条纹间距不相等,同级条纹负级次条纹间距大于正级次条纹间距,如图2(a)所示.

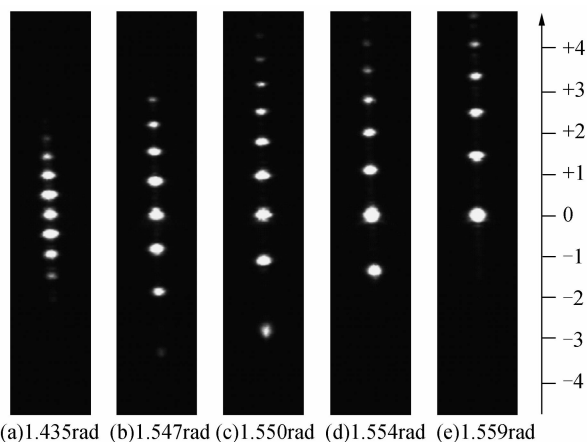


图2 不同入射角下表面波的光衍射图样

Fig. 2 Diffraction patterns from SAW surface with different incident angle

继续增大入射角至1.547 rad时,衍射图样中负级次衍射条纹只出现至负三级,而负三级以下的衍射条纹缺失,如图2(b);当入射角为1.550 rad时,衍射图样中负级次衍射条纹只出现至负二级,负二级以下的衍射条纹缺失,如图2(c);继续增大入射角,当入射角为1.554 rad时,衍射图样中负级次衍射条纹只出现至负一级,负一级以下的衍射条纹缺失,如图2(d);当入射角为1.559 rad时,衍射图样只有正级次衍射条纹,没有负级次衍射条纹,如图2(e).

由实验结果可以看出,液体表面波各级衍射条纹间距随入射角增大而增大,从正级次到负级次,相邻亮条纹间距逐渐增加;当入射角很大时,会出现负级衍射条纹部分缺失,且随着入射角的继续增大,负级衍射条纹缺失的越明显,甚至出现全部缺失的现象,正负级衍射条纹级次存在明显的不对应性.

3 理论分析

对于小振幅情况下的液体表面运动行为,理论上可以将这种运动近似为正弦波,其表面波波函数可以表示为^[7]

$$Y = A \sin(\omega t - kx) \quad (1)$$

Y 为表面波的振动方向为垂直静态液面的纵坐标, x 为沿波传播方向的横坐标, A 为液体表面波振幅, ω 为表面波角频率, k 为波矢,且 $k = 2\pi/\Lambda$, Λ 为表面波波长.

如图 1(b)所示,在激光照射条件下,液体表面波对入射光波可以视为位相型调制光栅.图 1(b)中 θ 为入射角, φ 为衍射角.实验中,由于观察屏到入射点的距离远大于入射光斑,因此衍射可近似为夫琅禾费衍射.在斜入射情况下,由傅里叶光学求出表面波波长 Λ 为^[5]

$$\Lambda = z\lambda/d\cos\theta \quad (2)$$

式中 Λ 为表面波波长, d 为相邻衍射条纹的间距, z 为观察屏到液体表面的距离, λ 为入射光波长.

实验中,低频信号发生器输出频率 $\nu=50$ Hz,激光波长 $\lambda=632.8$ nm.计算可得表面波波长 $\Lambda=5.8$ mm.

对于低频液体表面波,表面张力在波传播过程中起主要作用,所以可以略去重力的影响,液体表面波的色散关系可近似为^[17]

$$\omega^2 = \sigma k^3 / \rho \quad (3)$$

式中 σ 为液体表面张力, ρ 为液体密度.纯水(10℃)中 σ 和 ρ 的值分别是 74.2×10^{-5} N/cm 和 1 g/cm³.由式(3)可知,当激发频率为 50 Hz 时,表面波波长的理论值为 5.71 mm.

因此,在实验误差允许的范围内,表面波波长的理论值与实验值比较吻合.

根据物理光学的衍射理论可知,表面波的光栅方程为

$$\Lambda(\sin\theta - \sin\varphi) = j\lambda \quad (4)$$

当 $j=0$ 时,由式(4)可以得到零级衍射条纹所对应的光栅方程为

$$\Lambda(\sin\theta - \sin\varphi_0) = 0 \quad (5)$$

式中 φ_0 为零级衍射条纹所对应的衍射角.由式(5)求得 $\varphi_0 = \theta$.

衍射正 j 级和负 j 级所对应的光栅方程为

$$\Lambda[\sin\theta - \sin(\varphi_0 - \Delta\varphi_{+j})] = +j\lambda \quad (6)$$

$$\Lambda[\sin\theta - \sin(\varphi_0 + \Delta\varphi_{-j})] = -j\lambda \quad (7)$$

式中 $\Delta\varphi_{+j}$ 、 $\Delta\varphi_{-j}$ 为衍射 $+j$ 、 $-j$ 级条纹相对于零级条纹的角宽度.

根据式(5)、(6)、(7),可以推导出衍射 $+j$ 、 $-j$ 级的角宽度的表达式为

$$\Delta\varphi_{+j} = \frac{1}{\cos\theta} \left[\frac{j\lambda}{\Lambda} - \sin\theta(1 - \cos\Delta\varphi_{+j}) \right] \quad (8)$$

$$\Delta\varphi_{-j} = \frac{1}{\cos\theta} \left[\frac{j\lambda}{\Lambda} + \sin\theta(1 - \cos\Delta\varphi_{-j}) \right] \quad (9)$$

将式(8)、(9)合并可得

$$\Delta\varphi_{\pm j} = \frac{1}{\cos\theta} \left[\frac{j\lambda}{\Lambda} \mp \sin\theta(1 - \cos\Delta\varphi_{\pm j}) \right] \quad (10)$$

式中 θ 、 Λ 、 λ 为已知量.式(10)可以看做是一个关于 $\Delta\varphi$

的方程,移项则有

$$\Delta\varphi_{\pm j} \cos\theta = \frac{j\lambda}{\Lambda} \mp \sin\theta(1 - \cos\Delta\varphi_{\pm j}) \quad (11)$$

对于正级次衍射条纹,衍射角为 $\varphi_0 - \Delta\varphi_{+j}$,始终满足 $\varphi_0 - \Delta\varphi_{+j} < 90^\circ$,即存在 $\Delta\varphi_{+j}$ 使方程(11)成立,也即 $\Delta\varphi_{+j}$ 有解.因此,在该正级次上能够出现衍射条纹;对于负级次衍射条纹,衍射角为 $\varphi_0 + \Delta\varphi_{-j}$,如若入射角很大的情况下,会有 $\varphi_0 + \Delta\varphi_{-j} \geq 90^\circ$,这样在该负级次下的衍射条纹将不会出现,即该级次 $\Delta\varphi_{-j}$ 不满足衍射条件,即 $\varphi_0 - \Delta\varphi_{+j}$ 该级次对应的方程(11)中 $\Delta\varphi_{-j}$ 无解.

因此,可令函数

$$y_1 = \Delta\varphi \cos\theta \quad (12)$$

$$y_2 = \frac{j\lambda}{\Lambda} \mp \sin\theta(1 - \cos\Delta\varphi) \quad (13)$$

式中 Λ 为表面波波长的理论计算值,为 5.71 mm.

用 Matlab 软件分别做出 y_1 和 y_2 的图像,图像交点横坐标即为函数值 $\Delta\varphi$.图 3 为图 2(a)衍射条纹的角宽度理论值分析图像.

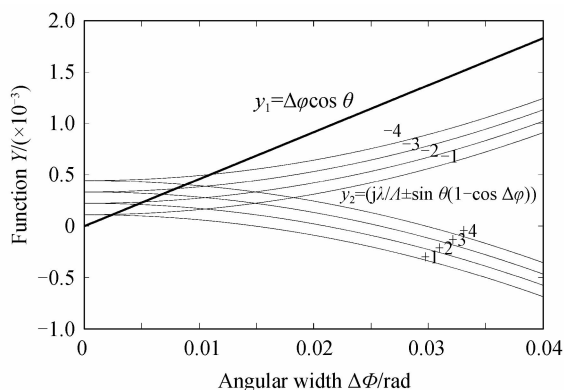


图 3 入射角为 1.435 rad 时角宽度在各正负级次的取值
Fig. 3 Diagram of angular width in the positive and negative levels of values when the incident Angle is 1.435 rad

由图 3 可知, y_1 与 y_2 (j 取不同值正负级次情况)交点为各级角宽度值 $\Delta\varphi$,正负级条纹级数从下至上依次增加,同一级条纹,偏下的是正级衍射条纹,偏上的是负级衍射条纹,可以看出,随着干涉条纹级数的增加,衍射负级条纹角宽度大于同级次的正级衍射条纹角宽度.

从图 3 中分别读取各角宽度数值,并与实验所测得衍射图样角宽度值作比较.实验数据通过 CCD 扫描测得,由于 $\Delta\varphi$ 很小,所以 $\Delta\varphi = \tan\varphi = d/z$,其中 d 为液体表面波衍射条纹各亮条纹到中心亮条纹的间距, z 为入射光点到衍射屏的距离,长为 4.92 m,利用之前建立好的比例尺,1 像素 = 0.426 mm,可以测量出各级衍射条纹的角宽度,实验及理论计算结果如表 1.

表 1 入射角为 1.435 rad 时,各级次条纹角宽度理论、实验值

Table 1 Stripe angle width theoretical and experimental values at all levels when the incident angle is 1.435 rad

Diffraction pattern		+1	-1	+2	-2	+3	-3	+4	-4
Angle width	Theoretical values	0.002 36	0.002 51	0.004 61	0.051 3	0.006 78	0.009 96	0.008 83	0.011 01
$\Delta\phi$	Experimental values	0.002 38	0.002 53	0.004 65	0.005 18	0.006 81	0.008 03	0.008 91	0.011 2

由表 1 可以看出,同级次的负级衍射条纹角宽度大于正级衍射条纹角宽度,而且随着级次增加,正负级衍射条纹的角宽度相差值也在增加;正级次条纹随级次增加角宽度逐渐减小,而负级次条纹随级次增加角宽度逐渐增大.且理论计算和实验测量结果吻合较好.

用同样的方法,对图 2(c)所示衍射图样的角宽度随级数变化的依赖关系进行了数值计算,如图 4 和表 2 所示.

从图 4 可以清楚地看到,在 1.550 rad 时,直线 y_1 与 y_2 所对应的正级次曲线有交点,在图中可以读出交点处角宽度值;直线 y_1 与 y_2 负三级曲线没有交点,而与 y_2 所对应的负一、二级曲线有交点,即在 1.550 rad 时,方程(11)在负三级衍射角宽度无解,与图 2(c)

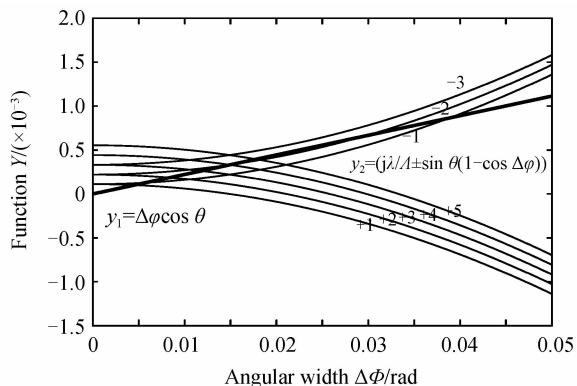


图 4 入射角为 1.550 rad 时角宽度在各正负级次的取值
Fig. 4 Diagram of angular width in the positive and negative levels of values when the incident Angle is 1.550 rad

表 2 入射角为 1.550 rad 时,各级次条纹角宽度理论、实验值

Table 2 Stripe angle width theoretical and experimental values at all levels when the incident angle is 1.550 rad

Diffraction pattern		+5	+4	+3	+2	+1	-1	-2
Angle width	Theoretical values	0.017 71	0.014 91	0.011 82	0.008 38	0.004 52	0.005 66	0.015 01
$\Delta\phi$	Experimental values	0.018 4	0.015 5	0.012 3	0.008 65	0.004 58	0.005 45	0.013 8

的负级次条纹只出现负一、负二级,负二级之后的衍射条纹消失相对应.

从图中读出衍射图样角宽度值,并与实验测得数据相比较,理论值与实验值基本一致.

根据表 2 中理论结果计算出衍射级次从正 5 级到负 2 级的相邻条纹角宽度间距分别为

$$\varphi_{+5} - \varphi_{+4} = 0.002 80, \varphi_{+4} - \varphi_{+3} = 0.003 09, \varphi_{+3} - \varphi_{+2} = 0.003 44, \varphi_{+2} - \varphi_{+1} = 0.003 86, \varphi_{+1} - \varphi_{+0} = 0.004 52, \varphi_0 - \varphi_{-1} = 0.005 66, \varphi_{-1} - \varphi_{-2} = 0.009 35$$

计算结果表明,相邻各衍射条纹角宽度之差从正级次到负级次依次增大,与图 2(c)亮条纹间距自正级次到负级次间距逐步增大相对应,且表 2 中理论计算与实验测量数据吻合程度较高.

图 5 是对图 2(e)所示的衍射条纹角宽度随级数变化规律的理论分析结果,从图中可以看出,直线 y_1 与 y_2 所对应的正级次条纹存在交点,而与 y_2 所对应的负一级衍射条纹没有交点,方程(11)不成立,即负一级衍射条纹的角宽度是无解.这也解释了在入射角为 1.559 rad 时,不存在负级衍射条纹图样,如图 2(e).

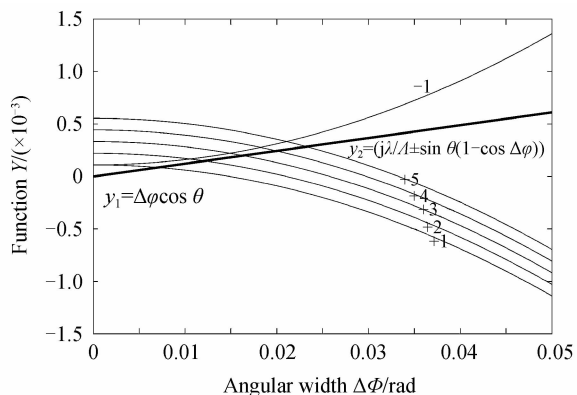


图 5 入射角为 1.559 rad 时角宽度在各正负级次的取值
Fig. 5 Diagram of angular width in the positive and negative levels of values when the incident Angle is 1.559 rad

对表 3 理论数据分析,依次求出相邻条纹角宽度,从正 5 级到零级,相邻条纹角宽度依次为

$$\varphi_{+5} - \varphi_{+4} = 0.003 27, \varphi_{+4} - \varphi_{+3} = 0.003 66, \varphi_{+3} - \varphi_{+2} = 0.004 18, \varphi_{+2} - \varphi_{+1} = 0.005 09, \varphi_{+1} - \varphi_0 = 0.007 09.$$

表3 入射角为 1.559 rad 时,各级次条纹角宽度理论、实验值

Table 3 Stripe angle width theoretical and experimental values at all levels when the incident angle is 1.559 rad

Diffraction pattern		+5	+4	+3	+2	+1
Angle width	Theoretical values	0.023 26	0.019 99	0.016 33	0.012 15	0.007 06
$\Delta\phi$	Experimental values	0.023 6	0.020 2	0.016 5	0.012 3	0.007 09

计算结果表明衍射图样从正极最高级次到零级次相邻条纹角宽度依次增加,且理论结果与实验数据吻合很好。

4 结论

本文基于声光衍射原理,利用光学方法对低频液体表面波的光衍射特性进行了研究,实验上观察到清晰、稳定的衍射图样,且条纹间距具有明显的不对称性;随着入射角度增大,正负级衍射条纹具有明显的不对分布特点。根据物理光学原理可知,液体表面波可视为正弦相位型光栅,通过求解在斜入射条件下,液体表面波对入射光波的相位调制光栅方程可知,衍射图样出现的正、负衍射级分布的不对分布特性,即负级次衍射条纹消失现象的原因是光栅方程在该级次无解。通过比较正负各级次衍射条纹的角宽度值的理论与实验测量结果,二者吻合较好。因此,基于液体表面波的声光衍射方法,可以更加深刻地理解液体表面波的声光调制特性,为实时测量液体参量提供了实验及理论依据。

参考文献

- [1] DEVOLDER S, WEVERS M, de MEESTER D. Thin layer thickness measurements based on the acoustic-optic technique [J]. *Applied Physics Letter*, 1996, **68**(12): 1732-1734.
- [2] BRIER R, LEROY O, DEVOLDER S. Surface roughness determination using the acoustic-optic technique: theory and experiment[J]. *Applied Physics Letters*, 1997, **75**(5): 599-601.
- [3] YAMANAKA K, CHO H. Precise velocity measurement of surface acoustic waves on bearing ball[J]. *Applied Physics*, 2000, **76**(19): 2797-2799.
- [4] DONG Jun, QI Jian-xia, and MIAO Run-cai. X-ray diffraction effect from surface acoustic waves traveling on a deposited multilayer[J]. *Applied Optics*, 2010, **49**(10): 2054-2058.
- [5] WEISBUCH, GARBAY F. Light scattering by surface tension waves[J]. *American Journal of Physics*, 1979, **47**(4): 355-356.
- [6] BARTER J D, LEE PHY. Real-time wave amplitude spectrum analyzer for air-liquid interfaces[J]. *Applied Physics Letter*, 1994, **64**(15): 1896-1898.
- [7] MIAO Run-cai, YANG Zong-li, ZHU Jing-tao, et al. Visualization of low-frequency liquid surface acoustic waves by

means of optical diffraction [J]. *Applied Physics Letters*, 2002, **80**(17): 3033-3035.

- [8] MIAO Run-cai, YANG Zong-li. Physical properties of liquid surface wave and its optical diffraction [J]. *Acta Physica Sinica*, 1996, **45**(9): 1521-1525.
苗润才,杨宗立. 液体表面波物理特性及其光学效应的研究 [J]. *物理学报*, 1996, **45**(9): 1521-1525.
- [9] DONG Jun, QI Jian-xia, MIAO Run-cai. Measurement of the damping of liquid surface Wave by diffraction [J]. *American Journal of Physics*, 2007, **37**(3B): 1129-1133.
- [10] ZHU feng, MIAO Run-cai. Measurement of the damping of liquid surface wave by laser diffraction [J]. *Brazilian Journal of Physics*, 2007, **75**(10): 896-898.
- [11] MIAO Run-cai, SHI jian, ZHAO Xiao-feng. Determination of the attenuation coefficient of surface acoustic wave by means of light interference [J]. *Acta Photonica sinica*, 2005, **34**(3): 382-385.
苗润才,时坚,赵晓凤. 干涉法测量低频液体表面波的衰减系数 [J]. *光子学报*, 2005, **34**(3): 382-385.
- [12] ZHANG Ya-ni, MIAO Run-cai. The detection of surface acoustic wave by laser and its new ideas [J]. *Laser Journal*, 2006, **27**(2): 6-8.
张亚妮,苗润才. 表面波的激光检测技术 [J]. *激光杂志*, 2006, **27**(2): 6-8.
- [13] MIAO Run-cai, DONG Jun, QI Jian-xia, et al. The asymmetry of dif fraction patterns from liquid surface waves [J]. *Acta Photonica sinica*, 2006, **35**(12): 1921-1924.
苗润才,董军,祁建霞,等. 低频液体表面波衍射条纹的不对称性 [J]. *光子学报*, 2006, **35**(12): 1921-1924.
- [14] DONG Jun, MIAO Run-cai, QI Jian-xia. Unusual distribution of the diffraction patterns from liquid surface waves [J]. *Journal of Applied Physics*, 2006, **100**(3): 033108-033108-3.
- [15] MIAO Run-cai, QI Jian-xia, DONG Jun, et al. The nonuniform distribution of bright fringe intensity in interference patterns [J]. *Acta Photonica sinica*, 2007, **36**(1): 156-159.
苗润才,祁建霞,董军,等. 干涉亮条纹强度的不均匀分布 [J]. *光子学报*, 2007, **36**(1): 156-159.
- [16] LIU Xiang-lian, MIAO Run-cai, LUO Dao-bin, et al. The asymmetrical distribution of diffraction patterns from liquid surface waves [J]. *Laser Technology*, 2007, **31**(6): 590-592.
刘香莲,苗润才,罗道斌,等. 低频液体表面波衍射条纹的不对称性 [J]. *激光技术*, 2007, **31**(6): 590-592.
- [17] KLEMENS P G. Dispersion relations for waves on liquid surfaces [J]. *American Journal of Physics*, 1984, **52**(5): 451-452.