

doi:10.3788/gzxb20144309.0901003

自适应光学系统的非光滑 H_∞ 控制研究

赵欣^{1,2}, 马彩文¹

(1 中国科学院西安光学精密机械研究所, 西安 710119)

(2 中国科学院大学, 北京 100049)

摘 要: 为了设计出结构简单、低阶次的自适应光学系统鲁棒控制器, 提出了自适应光学系统的非光滑 H_∞ 控制. 采用传统 H_∞ 控制方法结合基于 Hankel 奇异值的模型降阶法, 设计了全阶 H_∞ 控制器和降阶 H_∞ 控制器, 控制器的阶次分别为 226 阶和 163 阶. 采用非光滑 H_∞ 控制方法, 所设计出的控制器仅为一个常数矩阵与 4 阶单输入单输出传递函数的乘积. 为了验证和比较控制效果, 模拟了动态大气湍流波前相位及采用全阶 H_∞ 控制器和采用非光滑 H_∞ 控制器的自适应光学系统的校正后残余波前相位, 仿真结果表明, 两个自适应光学系统有着近似的控制效果, 证明了自适应光学系统非光滑 H_∞ 控制的有效性.

关键词: 自适应光学; 鲁棒控制; 模拟; 波前; 大气湍流; 模型降阶; 控制系统-设计

中图分类号: O439; TP273

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2014)09-0901003-5

Research on Nonsmooth H_∞ Control for the Adaptive Optics System

ZHAO Xin^{1,2}, MA Cai-wen¹

(1 Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710119, China)

(2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: To design an adaptive optics robust controller with the characteristics of simple structure and low orders, a nonsmooth H_∞ control method for the adaptive optics system was proposed. The full order H_∞ controller and the reduced order H_∞ controller were designed by conventional H_∞ control method combined with model reduction based on Hankel singular values. And the orders of the controllers are 226 and 163 respectively, whereas the nonsmooth H_∞ controller designed for the system is simply the product of a constant matrix and a 4 order single input single output transfer function. For the sake of control performance verification and comparison, the dynamic atmospheric turbulence wavefront phase was simulated, as well as the residual wavefront phase corrected by adaptive optics systems with the full order H_∞ controller and with the nonsmooth H_∞ controller. The simulation demonstrates that the two adaptive optics systems achieve approximate control performance, and proves the efficiency of nonsmooth H_∞ control method for the adaptive optics system.

Key words: Adaptive optics; Robust control; Simulation; Wavefronts; Atmospheric turbulence; Model reduction; Control systems-design

OCIS Codes: 010.1080; 110.1080; 010.1330; 110.6770

0 引言

自适应光学是近几十年来光学成像领域的重大进步之一, 它是以光学波前为对象的自动控制系统, 通过对动态波前误差的实时探测-控制-校正, 使光学系统具

有自适应外界条件变化, 保持系统良好的性能^[1-2]. H_∞ 控制是一种有代表性的鲁棒控制方法. 近年来, 自适应光学系统的 H_∞ 控制取得了进展并走向应用^[3-6]. 然而, 通常采用 H_∞ 控制方法设计的控制器阶次等于广义被控对象, 而高阶次的控制器增加了系统的复杂

基金项目: 国家高技术研究发展计划 (No. 2012AA7087035) 资助

第一作者: 赵欣 (1983-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为自适应光学系统. Email: xin@opt.ac.cn, zhaoxin0322@163.com

导师: 马彩文 (1965-), 男, 研究员, 博士, 主要研究方向为光电测控技术. Email: cwma@opt.ac.cn

收稿日期: 2012-12-03; 录用日期: 2014-02-14

<http://www.photon.ac.cn>

性,降低了系统的实时性和可靠性. Zhizheng Wu 等^[7]研究了具有 H_∞ 鲁棒性能的 PID 控制器. Jae Jun Kim 等^[6]采用基于 Hankel 奇异值的模型降阶法对被控对象进行降阶,进而降低了 H_∞ 控制器的阶次. 本文提出采用非光滑 H_∞ 控制方法^[8]来设计出结构简单,低阶次的自适应光学系统 H_∞ 控制器. 采用传统的 H_∞ 控制方法及非光滑 H_∞ 控制方法设计了控制器,并通过波前相位仿真验证了其控制效果.

1 自适应光学系统介绍

1.1 工作原理

望远镜自适应光学系统是一种典型的自适应光学系统. 光穿过大气时,由于大气湍流的影响,波前相位产生了畸变,使得望远镜观测星体时分辨率低,成像抖动和模糊. 采用自适应光学系统,可以校正畸变的波前相位,从而提高望远镜的分辨率. 自适应光学系统主要由波前探测器,波前控制器和波前校正器三部分组成. 波前探测器实时测量波前相位. 波前控制器把波前探测器所测到的波前相位信息进行处理,转化成波前校正器的控制信号,以实现光学波前的控制. 波前校正器是一种可以快速改变波前相位的能动光学器件,把波前控制器提供的控制信号转变为波前相位变化,以校正畸变的波前相位^[2].

夏克-哈特曼波前传感器 (Shack-Hartmann Sensor, SHS) 是一种典型的波前探测器. 其工作原理是 SHS 的微透镜阵列对波前进行分割采样,每个子孔径区域的波前倾斜使得微透镜在 SHS CCD 上的聚焦光斑产生漂移,测量漂移量从而可以得到各子孔径区域内两个正交方向上斜率,并根据波前斜率进行波前复原计算,从而得到整个波前的相位^[2,9-10]. 本系统所使用的荷兰 OKO 公司生产的微透镜阵列包含 127 个微透镜,微透镜在单位圆中的位置如图 1 中 + 号所示. 压电变形镜是一种常用的波前校正器. 它通过控制压电驱动器的电压以改变变形镜的面型,从而使大气湍流波前相位经过变形镜表面的反射加以校正. 本系统采用 OKO 公司 19 单元压电变形镜. 19 个压电驱动器对应位置如图 1 的 o 号所示.

本系统中直接使用 SHS 的斜率向量来描述一个时刻的波前相位,向量大小为 254 维. 采用 Zernike 系数向量来描述波前相位,向量的维度则要小很多^[6].

一个时刻的波前相位 $\Phi_{\text{tur}}(\rho, \theta)$ 可以表示成为无限个 Zernike 项的叠加,即

$$\Phi(\rho, \theta) = \sum_{i=1}^{+\infty} \varphi_i \times Z_i(\rho, \theta) \quad (1)$$

φ_i 为第 i 项 Zernike 系数, $Z_i(\rho, \theta)$ 为第 i 项 Zernike 多项式. Zernike 多项式在单位圆内是正交的,即

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 Z_i \times Z_j \rho d\rho d\theta = \begin{cases} 1, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (2)$$

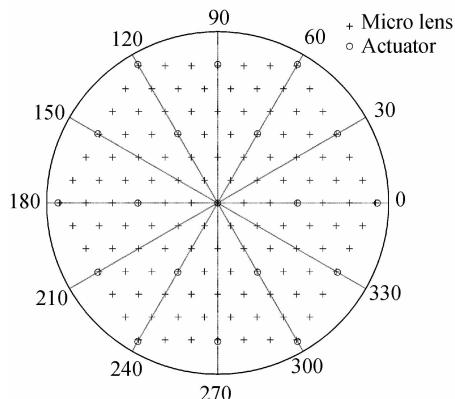


图 1 夏克-哈特曼波前传感器微透镜及变形镜压电驱动器在单位圆中的对应位置

Fig. 1 Locations of Shack-Hartmann wavefront sensor micro lenses and deformable mirror actuators in the unit circle

大气湍流的波前相位统计特性为项数越高的 Zernike 项包含越少的信息^[11]. 因此可以用前若干 Zernike 项的叠加来近似表示波前相位. 其中第 1 项 Zernike 项表示波前的整体平移,无需校正. 第 2 第 3 项表示波前沿 X 和 Y 方向的整体倾斜,通常单独使用快速倾斜镜 (Tip-tilt Mirror, TM) 来校正,以防止使用变形镜校正这两项而使得变形镜产生过大的形变. 本系统考虑用变形镜校正第 4 到第 15 项大气波前相位,即

$$\Phi_{\text{tur}}(\rho, \theta) = \sum_{i=4}^{15} \varphi_i \times Z_i(\rho, \theta) \quad (3)$$

因此,一个时刻的波前相位 $\Phi_{\text{tur}}(\rho, \theta)$ 可以用 Zernike 多项式基底下的 Zernike 系数向量 $\varphi = [\varphi_4 \ \varphi_5 \ \dots \ \varphi_{15}]^T$ 来描述.

Zernike 系数向量与波前斜率向量 $\bar{\varphi}$ 的关系为

$$\bar{\varphi} = Q \times \varphi \quad (4)$$

$$\varphi = Q^+ \times \bar{\varphi} \quad (5)$$

Q 被称为响应矩阵^[12-13]. Q^+ 为 Q 的广义逆. 通过响应矩阵,可以把波前相位从斜率向量表示复原为用 Zernike 系数向量表示.

另外,采用 Zernike 系数向量来表示波前相位,方便计算波前相位均方根 (root mean square, rms). 波前相位均方根是表示波前质量的重要参数^[1], $\Phi_{\text{tur}}(\rho, \theta)$ 的波前均方根为

$$\Delta \varphi_{\text{tur}} = \sqrt{\sum_{i=4}^{15} \varphi_i^2} \quad (6)$$

1.2 建立系统模型

自适应光学系统是一个闭环控制系统^[5],如图 2.

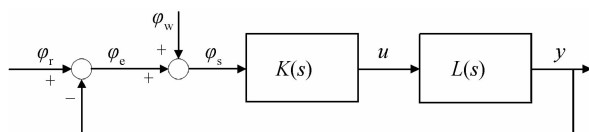


图 2 自适应光学系统方框图

Fig. 2 Block diagram of the adaptive optics system

φ_r 为大气湍流波前相位, φ_e 为校正后残余波前相位, φ_w 为 SHS 的噪声, φ_s 为 SHS 所测量的波前相位, $K(s)$ 表示控制器的传递函数, $L(s)$ 表示被控对象. u 为对变型镜的控制电压, y 为变型镜校正的波前相位.

被控对象传递函数为

$$L(s) = F_{12 \times 19} \times M(s) \quad (7)$$

式中 $F_{12 \times 19}$ 为 12×19 的常数矩阵, 表示稳态时控制器输出的电压向量与变型镜校正波前相位的关系. 传递函数 $M(s)$ 包含了变型镜的动态特性 $1/(s/6283+1)$ 和从波前相位测量到变形镜校正的 2 帧时间延迟 $\exp(-2T_s s)$. $T_s = 0.001$ s 为系统 SHS 的采样时间. 延迟环节采用双线性变换变为有理函数^[5]. 从而 $M(s)$ 表示为

$$M(s) = \frac{(-0.0005s+1)^2}{(0.0005s+1)^2(s/6283+1)} \quad (8)$$

2 控制器设计

H_∞ 控制器 $K(s)$ 的设计是寻找 $K(s)$, 使得混合灵敏度函数 $Q(s)$ 的 H_∞ 范数 $Q(s)_\infty$ 最小^[14-15]. H_∞ 范数的定义为

$$\|Q(s)\|_\infty = \sup_{\text{Re}(s) > 0} \bar{\sigma}[Q(s)] = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \bar{\sigma}[Q(j\omega)] \quad (9)$$

即函数在频域的最大奇异值的上界.

如图 3 所示, $P(s)$ 为广义被控对象, $Q(s)$ 为 $P(s)$ 和 $K(s)$ 所组成的闭环传递函数, 记为

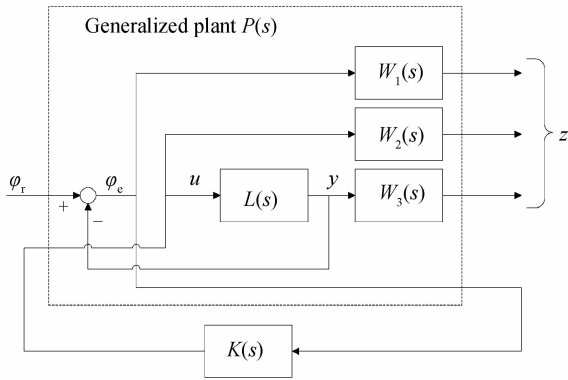


图 3 广义被控对象和 H_∞ 控制器方框图

Fig. 3 Block diagram of generalized plant and H_∞ controller

$$Q(s) = z(s)/\varphi_r(s) = F_l(P(s), K(s)) = \quad (10)$$

$$P_{11}(s) + P_{12}(s)K(s)(I - P_{22}(s)K(s))^{-1}P_{21}(s)$$

函数 $F_l(\cdot)$ 表示下线性分式变换. 用 N_u, N_y 分别表示 u, y 的维数, 对应分块的 $P(s)$ 表示为

$$P(s) = \begin{bmatrix} W_1(s) \times I_{N_y} & -W_1(s) \times L(s) \\ 0_{N_u \times N_y} & W_2(s) \times I_{N_u} \\ 0_{N_y \times N_y} & W_3(s) \times L(s) \\ I_{N_y} & -L(s) \end{bmatrix} \quad (11)$$

混合灵敏度函数 $Q(s)$ 可进一步表示为

$$Q(s) = \begin{bmatrix} W_1(s)S(s) \\ W_2(s)K(s)S(s) \\ W_3(s)T(s) \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中, $S(s), K(s)S(s), T(s)$ 分别为系统的灵敏度函数, 控制灵敏度函数和补灵敏度函数.

$$S(s) = \varphi_e(s)/\varphi_r(s) = I/(I+L(s)K(s)) \quad (13)$$

$$K(s)S(s) = \omega_u(s)/\varphi_r(s) = K(s)/(I+L(s)K(s)) \quad (14)$$

$$T(s) = y_s(s)/\varphi_r(s) = L(s)K(s)/(I+L(s)K(s)) \quad (15)$$

并且 $\varphi_e(s)/\varphi_w(s) = -T(s)$, $-T(s)_\infty = T(s)_\infty$.

校正后残余波前相位为

$$\varphi_e(s) = S(s)\varphi_r(s) - T(s)\varphi_w(s) \quad (16)$$

$W_1(s), W_2(s), W_3(s)$ 是加权函数, 通过选取加权函数对系统进行整形. 选取加权函数时应保证加权函数是适定的, 即当 $s \rightarrow \infty$, 函数有界. $W_1(s)$ 选取为低通传递函数, 从而将 $S(s)$ 整形为高通传递函数, 以抑制 φ_r 对系统的影响. $W_2(s)$ 为高通传递函数, 从而将控制灵敏度函数整形为低通传递函数, 抑制控制信号的高频成分. $W_3(s)$ 为高通传递函数, 从而将 $T(s)$ 整形为低通传递函数, 以增强系统的鲁棒性并抑制 φ_w 对系统的影响^[14,16]. 同时, $S(s), K(s)S(s), T(s)$ 是相互联系的, 整形一个函数, 会影响其他两个函数. 本文选取的加权函数为

$$W_1(s) = 100/(s+0.0001) \quad (17)$$

$$W_2(s) = 0.05 \times (s+2\pi \times 200)/(s+2\pi \times 2000) \quad (18)$$

$$W_3(s) = 1.5 \times (s+2\pi \times 200)/(s+2\pi \times 2000) \quad (19)$$

2.1 传统 H_∞ 控制器的设计

对于传统 H_∞ 控制器的设计, 使 $\|Q(s)\|_\infty$ 最小化的问题归结为求解两个 Riccati 方程的问题, 可以通过 Matlab 鲁棒控制工具箱的 hinfsyn 或 mixsyn 函数来求解^[16]. 所得控制器阶次与广义被控对象 $P(s)$ 相同, 称为全阶控制器, 记为 $K_F(s)$. $K_F(s)$ 为 226 阶. Jae Jun Kim 等^[6] 采用基于 Hankel 奇异值的模型降阶法对高阶被控对象进行降阶, 然后基于降阶对象设计相应的低阶控制器. 这种设计方法带来的潜在问题是该方法设计出来的低阶控制器有可能不能够镇定全阶对象^[15]. 本系统被控对象 $L(s)$ 的 Hankel 奇异值直方图如图 4 所示, 其中第 37 到 57 阶 Hankel 奇异值为 0. 把 $L(s)$ 从 57 阶降阶为 36 阶, 对应的降阶广义被控对象 $P_R(s)$ 为

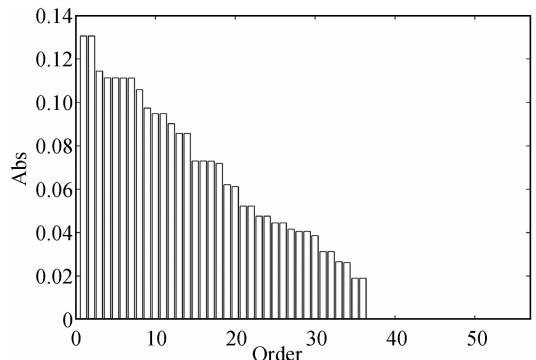


图 4 被控对象 $L(s)$ 的 Hankel 奇异值直方图

Fig. 4 Hankel singular values histogram of the plant $L(s)$

163阶, 所得的控制器 $K_R(s)$ 的阶数为 163. $K_R(s)$ 和 $K_F(s)$ 控制效果是一样的, 但再进一步降阶, 所得到的控制系统就无法镇定全阶对象 $P(s)$ 了.

$$\|F_l(P(s), K_F(s))\|_{\infty} = \|F_l(P(s), K_R(s))\|_{\infty} = 0.292 \quad (20)$$

采用全阶 H_{∞} 控制器的系统灵敏度函数 $S_F(s)$ 和补灵敏度函数 $T_F(s)$ 的奇异值频率曲线如图 5.

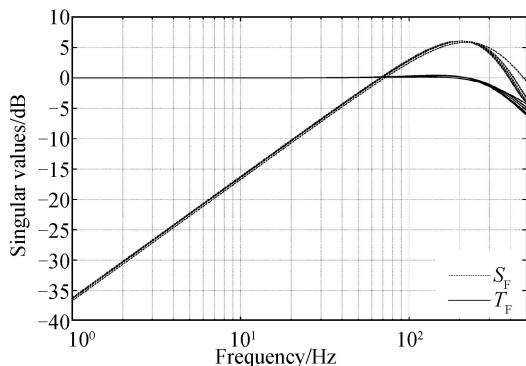


图 5 采用全阶 H_{∞} 控制器的系统的灵敏度和补灵敏度函数奇异值频率曲线

Fig. 5 Singular curves value-frequency of sensitivity and Complementary Sensitivity functions for the full order H_{∞} control system

2.2 非光滑 H_{∞} 控制器的设计

非光滑 H_{∞} 控制方法是在对控制器结构和阶数加以约束的条件下采用非光滑最优方法来设计 H_{∞} 控制器^[8]. 设计者可以根据具体问题灵活地选择控制器的结构和阶数, 采用非光滑 H_{∞} 控制方法得到 H_{∞} 控制器. 求解 $K_{struct}(s)$ 使得 $\|Q(s)\|_{\infty}$ 最小的问题可以采用 matlab 鲁棒控制工具箱的 hinfstruct 函数来得到^[16].

本文选定控制器的结构为一个常数矩阵和单输入单输出函数的乘积, 即

$$K_{struct}(s) = V_{19 \times 12} \times K_4(s) \quad (21)$$

式中, 常数矩阵 $V_{19 \times 12}$ 选定为 $F_{12 \times 19}$ 的广义逆, 有 $F_{12 \times 19} \times V_{19 \times 12} = I$. K_4 为需要求解的 4 阶单输入单输出的传递函数. 从而采用非光滑 H_{∞} 控制器 $K_{struct}(s)$ 的系统灵敏度函数, 控制灵敏度函数和补灵敏度函数表示为

$$S_{struct}(s) = I_{12} / (I_{12} + I_{12} \times M(s) K_4(s)) \quad (22)$$

$$K_{struct}(s) S_{struct}(s) = K_{struct}(s) / (I_{12} + I_{12} \times M(s) K_4(s)) \quad (23)$$

$$T_{struct}(s) = I_{12} \times M(s) K_4(s) / (I_{12} + I_{12} \times M(s) K_4(s)) \quad (24)$$

系统的灵敏度函数 $S_{struct}(s)$ 和补灵敏度函数 $T_{struct}(s)$ 的奇异值频率曲线如图 6.

$$\|F_l(P(s), K_{struct}(s))\|_{\infty} = 0.311 \quad (25)$$

由式(20)和(25)可以看出, 采用非光滑 H_{∞} 控制器和传统的 H_{∞} 控制器镇定广义被控对象 $P(s)$ 得到的 H_{∞} 范数是近似相等的. 对比图 5 和图 6, 可以看出采用非光滑 H_{∞} 控制器和传统的 H_{∞} 控制器的系统灵敏度和补灵敏度函数奇异值曲线是比较相近的.

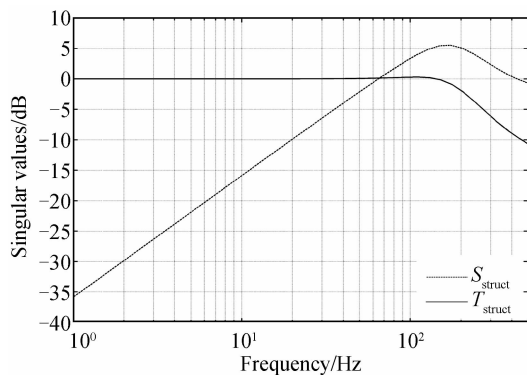


图 6 采用非光滑 H_{∞} 控制器的系统的灵敏度和补灵敏度函数奇异值频率曲线

Fig. 6 Singular value-frequency curves of sensitivity and complementary Sensitivity functions for the nonsmooth H_{∞} control system

3 大气湍流波前相位和控制效果的数值模拟

为了验证两种控制器的时域控制效果, 本文采用经典的拖动法来模拟动态的大气湍流波前相位^[17-18]. 其思想是根据泰勒冻结理论, 大气湍流在短时间内是不变的, 首先生成一幅符合大气湍流统计特性的, 大于望远镜直径的静态波前相位. 使静态波前相位以横向风速通过望远镜, 从而得到一组随时间变化的大气湍流波前相位. 具体参数选取如下: 选用常用的 H-V_{5/7} 模型^[19], 波长 $\lambda = 623.8$ nm, 横向风速 21 m/s, 通过 Zernike 法^[11] 生成一幅静态的大气波前相位. 为细致描述静态波前相位, 选取第 2 到第 85 项 Zernike 项生成直径 2 m 的静态的波前相位. 望远镜直径为 0.6 m, 每幅动态的波前相位用第 4 到 15 项 Zernike 项描述. 动态波前相位的第 4 到 15 项 Zernike 系数时间曲线如图 7, 对应的波前相位均方根时间曲线如图 8 中 x 型线. 图 8 中, 大气湍流波前相位均方根的均值为 1.96 rad. 设 SHS 每个子孔径的探测噪声为具有相同标准差的白噪声, 传感器探测噪声所造成的波前相位误差均方根的均值为 0.1 rad, 如图 8 的虚线所示.

采用非光滑 H_{∞} 控制器以及采用传统全阶 H_{∞} 控制器的自适应光学系统校正后残余波前相位均方根曲线如图 8 的点线和实线. 可以看出, 采用两种方法均能够快速使残余波前相位均方根从 2.4 rad 左右减小到 0.5 rad 左右. 从第 4 ms 到 66 ms, 采用全阶 H_{∞} 控制器的自适应光学系统所得到的残余波前相位均方根的均值为 0.55 rad, 采用非光滑 H_{∞} 控制器的自适应光学系统所得到的残余波前均方根的均值为 0.57 rad. 可以看出两种控制方法控制效果近似, 均有良好的控制效果.

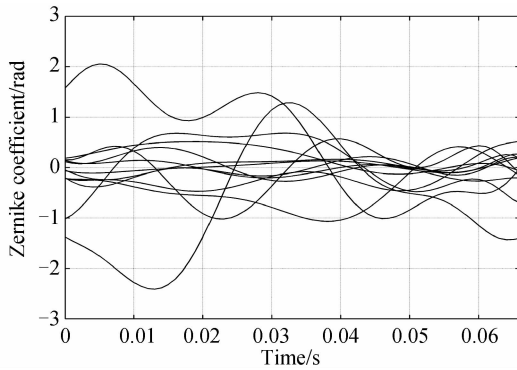


图7 第4到15项 Zernike 系数时间曲线

Fig. 7 Zernike coefficient-time curves from 4th to 15th

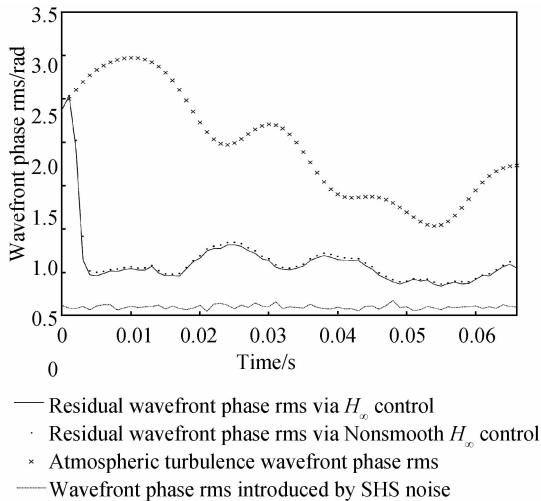


图8 波前相位均方根时间曲线

Fig. 8 Wavefront phase rms-time curve

4 结论

本文提出了采用非光滑 H_∞ 控制方法设计自适应光学系统的控制器,并且对动态的大气湍流波前相位以及自适应光学系统控制效果进行了模拟仿真.结果表明,本系统所设计的非光滑 H_∞ 控制器具有和传统的全阶 H_∞ 控制器近似的效果.然而相比阶次为 226 阶的全阶 H_∞ 控制器,非光滑 H_∞ 控制器仅为一个常数矩阵和 4 阶单输入单输出传递函数的乘积,具有结构简单和阶次低的特点,体现出了自适应光学系统非光滑 H_∞ 控制方法的优势,证明了自适应光学系统非光滑 H_∞ 控制的有效性.

参考文献

[1] TYSON R. Principles of adaptive optics [M]. 3rd ed. Boca Raton: CRC Press, 2010.
 [2] JIANG Wen-han. Adaptive optical technology [J]. *Chinese Journal of Nature*, 2006, **28**(1): 7-13.
 姜文汉. 自适应光学技术 [J]. *自然杂志*, 2006, **28**(1): 7-13.
 [3] FRAZIER B, SMITH M, TYSON R. Performance of a compact adaptive-optics system [J]. *Applied Optics*, 2004, **43**(22): 4281-4287.

[4] IQBAL A, WU Z, AMARA F. Mixed-sensitivity H-infinity control of magnetic-fluid-deformable mirrors [J]. *IEEE-Asme Transactions on Mechatronics*, 2010, **15**(4): 548-556.
 [5] GUESALAGA A, NEICHEL B, Rigaut F, et al. Comparison of vibration mitigation controllers for adaptive optics systems [J]. *Applied Optics*, 2012, **51**(19): 4520-4535.
 [6] KIM J, BURTZ D, Agrawal B. Wavefront correction of optical beam for large space mirrors using robust control techniques [J]. *Acta Astronautica*, 2011, **68**(1-2): 141-148.
 [7] WU Z, IQBAL A, AMARA F. LMI-based multivariable PID controller design and its application to the control of the surface shape of magnetic fluid deformable mirrors [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2011, **19**(4): 717-729.
 [8] APKARIAN P, Noll D. Nonsmooth H-infinity synthesis [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, **51**(1): 71-86.
 [9] JIANG Wen-han, RAO Xue-jun, YANG Ze-ping, et al. Applications of Hartmann-Shack wavefront sensors [C]. JIANG Wen-han. 5th International Workshop on Adaptive Optics for Industry and Medicine, Beijing: SPIE - INT SOC OPTICAL ENGINEERING, 2005: N180-N180.
 [10] LIANG Chun, SHENG Jian-xin, TONG Gui, et al. A self-reference method for measuring Hartmann-Shack wavefront sensor parameter [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(4): 780-784.
 梁春, 沈建新, 童桂, 等. Hartmann-Shack 传感器结构参数的自基准标定 [J]. *光子学报*, 2009, **38**(4): 780-784.
 [11] RODDIER N. Atmospheric wavefront simulation using Zernike polynomials [J]. *Optical Engineering*, 1990, **29**(10): 1174-1180.
 [12] LI Da-yu, HU Li-fa, MU Quan-quan, et al. Wavefront reconstruction calculation of liquid crystal adaptive optics based on GPU [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(8): 1643-1647.
 李大禹, 胡立发, 穆全全, 等. 基于 GPU 的液晶自适应光学波前重构计算 [J]. *光子学报*, 2008, **37**(8): 1643-1647.
 [13] LI Da-yu, HU Li-fa, MU Quan-quan, et al. A High-resolution liquid crystal adaptive optics system [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(3): 506-508.
 李大禹, 胡立发, 穆全全, 等. 高准确度 LCOS 自适应光学成像系统的研究 [J]. *光子学报*, 2008, **37**(3): 506-508.
 [14] SKOGESTAD S. Multivariable feedback control - analysis and design [M]. Postlethwaite I. 2nd ed. New York: John Wiley, 2005.
 [15] ZHOU K. Robust and optimal control [M]. Doyle C, Glover K. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1995.
 [16] BALAS G. Robust control toolbox [M]. CHIANG R, PACKARD A, Safonov M. 4. 2 ed. Natick: The MathWorks, Inc., 2012.
 [17] JAKOBSSON H. Time series of atmospherically distorted wavefronts [C]. Ealey M, Merkle F. Adapt Opt Astron. Bellingham: SPIE - INT SOC OPTICAL ENGINEERING, 1994: 314-320.
 [18] FEMENIA B, CARBILLET M, RICCARDI A, et al. Numerical simulations of MCAO modal systems in open-loop and closed-loop operation [C]. Tyson R. Adaptive Optics Systems and Technology II, San Diego: SPIE - INT SOC OPTICAL ENGINEERING, 2002: 132-143.
 [19] ANDREWS L. Laser beam propagation through random media [M]. Phillips R. 2nd ed. Bellingham: SPIE - The International Society for Optical Engineering, 2005.