doi:10.3788/gzxb20144308.0831003

利用光散射特性研究光学表面中瑞利缺陷 粒子的方位诊断

巩蕾1,吴振森2,潘永强1

(1 西安工业大学 光电工程学院,西安 710032)(2 西安电子科技大学 物理与光电工程学院,西安 710071)

摘 要:基于偏振双向反射分布函数,从理论上推导了瑞利缺陷粒子分别位于光学表面上方和基底内部 的散射场,研究了光学表面瑞利缺陷粒子的方位诊断问题.通过对不同波长下冗余缺陷粒子位于不同方 位时双向反射分布函数 pp 项的分析与讨论实现对缺陷位置的初步判断.结果表明,SiO₂ 瑞利缺陷粒子 位于裸基底上方时,双向反射分布函数 pp 项受波长影响的敏感程度远大于位于 SiO₂ 涂覆上方时,可以 通过测量缺陷粒子对波长变化的敏感程度判断缺陷粒子的大致方位;当缺陷粒子在 Si 基底下方时,方 位角的凹痕出现在 85°到 90°之间,当缺陷粒子在 SiO₂ 涂层下方时,方位角的凹痕出现在 70°左右,因此, 可以根据方位角凹痕位置的不同实现对缺陷粒子方位的进一步诊断.

关键词:光散射;方位诊断;偏振双向反射分布函数;光学表面;瑞利粒子

中图分类号:TN256;O436.2 文献标识码:A 文章编号:1004-4213(2014)08-0831003-6

The Diagnosis of Rayleigh Defect Particle Position by Light Scattering Character on the Optical Surface

GONG Lei¹, WU Zhen-sen², PAN Yong-qiang¹

(1 School of Photoelectric Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710032, China)
 (2 School of Science, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: Based on the polarized bidirectional reflectance distribution function , the scattering fields of Rayleigh defect particle on the optical surface or inlay the substrate were derived to solve the diagnosis of the particle position. By analysis and discussion of bidirectional reflectance distribution function of pp about redundant defect particles with different wavelength , the positions of defect particles were identified preliminary. The results show that the sensing degree of wavelength with particles on the substrate is more than particles on the SiO₂ coating. Therefore, the position of defect particle is judged by measuring the sensing degree of wavelength. The angle dent appears between 85° and 90° with the defect particles in the SiO₂ coating. The angle dent appears around 70° with the defect particles in the SiO₂ coating. The angle dent appears around 70° with the defect particles in the SiO₂ coating. The angle dent appears around 70° with the defect particles in the SiO₂ coating.

Key words: Light scattering; Position diagnosis; PBRDF; Optical surface; Rayleigh particle OCIS Codes: 290.5850;290.5855;290.5870; 290.1483

0 引言

由于加工光学表面过程需经历沉积、研磨、印刷、

镀膜等多道工序,因此难免会夹杂纳米级缺陷粒子.随着高精密光学仪器的发展,对光学表面的高纯度及低 粗糙度的要求日渐迫切^[1-3].由于光学薄膜的实验及制

收稿日期:2013-11-07;录用日期:2014-03-03

基金项目:国家自然科学基金(Nos. 61308071, 61172031)、陕西省自然科学基金资助项目(No. 2013JQ8018)和陕西省教育厅自然科学专项资助项目(Nos. 2013JK0633, 2013JK1108)、陕西省光电测试与仪器技术重点实验室开放基金资助

第一作者:巩蕾(1981一),女,讲师,博士,主要研究方向为无损检测中基片与缺陷粒子的复合光散射及粒子在激光波束作用下的辐射力. Email:zzgonglei@126.com

作过程要求准确度及成本高,因此非接触、快捷的光散 射数值计算方法成为诊断光学介质薄膜质量的主要手 段^[4-5].

在研究光学介质薄膜及瑞利缺陷粒子的散射特性 时,由于粒子和薄膜属于近距离复合散射问题,不能将 粒子和薄膜的散射割裂为两个孤立的问题来处理.既 要考虑缺陷粒子和光学薄膜各自独立的散射,又要考 虑它们之间相互作用对散射特性的影响[6],对于光学 表面的复合散射问题,多位学者采用不同的方法进行 研究,如:离散元方法、四路径方法等^[7-10].材料表面含 粒子的严格解析理论最早由 Bobbert 和 Vlieger^[11]提 出,通过矢量球谐函数和德拜势计算材料表面的反射 矩阵.本课题组曾利用散射传输矩阵方法,将严格解析 理论的应用范围扩展到轴对称粒子或一般非球形粒子 与界面的复合散射^[12-13].鉴于此方法仅适用于光学表 面粒子的计算,本文采用偏振双向反射分布函数 (Polarized Bidirectional Reflectance Distribution Function, PBRDF)从理论上推导了在不同方位的瑞利 粒子散射场,通过对双向反射分布函数(Bidirectional Reflectance Distribution Function, BRDF) BRDF_{PP} 项的 分析与不同波长的定标实现对瑞利缺陷粒子位置的初 步判断.

光学表面与多方位瑞利缺陷粒子的 复合散射场

1.1 PBRDF

PBRDF 不仅可以描述表面的光辐射特性,还可以 描述散射和偏振特性,通过对其各元素的考察,可以反 演出光学表面的部分外貌特征.图1给出了 PBRDF 的 几何关系,波长为 λ 的正交线偏振光,入射角为 θ_i ,散 射角为 θ_s ,方位角为 ϕ_s .引入右手坐标系的正交基组 $\{k,s,p\}$ 来表示偏振方向坐标,其中 k_i 和 k_s 分别为表 示入射方向和散射方向的单位矢量,家和p分别为表示 垂直和平行入射面或散射面的单位分量,满足 $p_i = k_i \times s_i$, $p_s = k_s \times s_s$.



Fig. 1 Schematic of PBRDF geometry

1.2 光学表面与上方瑞利冗余粒子的复合散射场 图 2 给出了光学表面与上方瑞利近似缺陷粒子的 一次散射及二次散射的示意,其中粒子半径为 R, 球心 距离光学表面的距离为 d. 粒子尺寸远小于入射波波 长,因此用 Rayleigh 近似理论来处理,主要针对的是光 学表面介质薄膜表面及内部的麻点、气泡等微小缺陷 情况.由于经多次散射后的散射分量相对于一次散射 和二次散射来说是高阶小量,可以忽略不计,因此只讨 论一次及二次散射.



图 2 光学表面与上方瑞利近似缺陷粒子复合散射示意图 Fig. 2 Schematic of composite scattering between optical surface and Rayleigh particles above

缺陷粒子处的入射场 E_i 分为两部分,一部分来自 光源的直接入射场 E_i,即图 2(b)、(d)所示,另一部分 来自入射场经过光学表面反射后的反射场部分 E_{i2},即 图 2(c)所示.因此

$$\boldsymbol{E}_{i} = \boldsymbol{E}_{i1} + \boldsymbol{E}_{i2} \tag{1}$$

由图 1 中直角坐标和偏振坐标的关系, E_{il} 表示为

 $\boldsymbol{E}_{il} = \boldsymbol{E}_{s}^{i} \cos \theta_{i} \boldsymbol{x} + \boldsymbol{E}_{p}^{i} \boldsymbol{y} + \boldsymbol{E}_{s}^{i} \sin \theta_{i} \boldsymbol{z}$ ⁽²⁾

(3)

由于光学表面的原因,入射场产生大小为 $2kd\cos\theta_i$ 的 相位延迟,同时发生菲涅耳反射,因此相位因子表示为 $\alpha = \exp(2ikd\cos\theta_i), E_i$ 表示为

 $\boldsymbol{E}_{i2} = -\alpha r_{p}^{12}(\theta_{i}) E_{s}^{i} \cos \theta_{i} \boldsymbol{x} + \alpha r_{s}^{12}(\theta_{i}) E_{p}^{i} \boldsymbol{y} +$

 $\boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{r}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{12}}(\theta_{\mathrm{i}}) E_{\mathrm{s}}^{\mathrm{i}} \sin \theta_{\mathrm{i}} \boldsymbol{z}$

式中 r_p为 p 偏振光的菲涅耳反射系数, r_s为 s 偏振光的菲涅耳反射系数,上标 1 表示光学表面上方的介质, 上标 2 表示光学表面下方的介质.

由式(1)~(3)得

 $\boldsymbol{E}_{i} = \boldsymbol{E}_{i1} + \boldsymbol{E}_{i2} = E_{p}^{i} \left[1 - \alpha r_{p}^{12} \left(\theta_{i} \right) \right] \cos \theta_{i} \boldsymbol{x} + E_{s}^{i} \left[1 + \right]$

 $\alpha r_{s}^{12}(\theta_{i})] \mathbf{y} + E_{p}^{i} [1 + \alpha r_{p}^{12}(\theta_{i})] \sin \theta_{i} \mathbf{z}$ $\tag{4}$

对于粒子而言,散射场 E_s 分为两部分,一部分来 自光源的直接散射场 E_{sl},即图 2(b)、(c)所示,另一部 分来自入射场经光学表面上方粒子散射后,再经过表 面的反射的散射场为 E_{sl},即图 2(d)所示.因此

$$\boldsymbol{E}_{s} = \boldsymbol{E}_{s1} + \boldsymbol{E}_{s2} \tag{5}$$

散射场 *E*_{s1}的单位矢量(即经光学表面反射前)根据图 1 可转化为

$$\boldsymbol{s}_{\rm sca} = -\sin \, \boldsymbol{\phi}_{\rm s} \, \boldsymbol{x} + \cos \, \boldsymbol{\phi}_{\rm s} \, \boldsymbol{y} \tag{6}$$

 $\boldsymbol{p}_{\rm sca} = -\cos\,\theta_{\rm s}\cos\,\phi_{\rm s}\boldsymbol{x} - \cos\,\theta_{\rm s}\sin\,\phi_{\rm s}\boldsymbol{y} + \sin\,\theta_{\rm s}\boldsymbol{z} \quad (7)$

 $k_{sca} = \sin \theta_s \cos \phi_s x + \sin \theta_s \sin \phi_s y + \cos \theta_s z$ (8) 将经光学表面反射后的场 E_{s2} 的单位矢量转化为 $\boldsymbol{s}_{\rm rfl} = -\sin \, \boldsymbol{\phi}_{\rm s} \boldsymbol{x} + \cos \, \boldsymbol{\phi}_{\rm s} \boldsymbol{y} \tag{9}$

$$\boldsymbol{p}_{\rm rfl} = \cos \theta_{\rm s} \cos \phi_{\rm s} \boldsymbol{x} + \cos \theta_{\rm s} \sin \phi_{\rm s} \boldsymbol{y} + \sin \theta_{\rm s} \boldsymbol{z} \qquad (10)$$

$$\boldsymbol{k}_{\rm rfl} = \sin \theta_{\rm s} \cos \phi_{\rm s} \boldsymbol{x} + \sin \theta_{\rm s} \sin \phi_{\rm s} \boldsymbol{y} - \cos \theta_{\rm s} \boldsymbol{z} \qquad (11)$$

对于散射场和光学表面之间的相互作用,可以通 过引入反射算子来处理.对于介质1和介质2界面的 反射场,反射算子可表示为

$$r_{p}^{12}(\theta_{i}) \boldsymbol{p}_{rfl} \boldsymbol{p}_{sca} + r_{s}^{12}(\theta_{i}) \boldsymbol{s}_{sca} \boldsymbol{s}_{rfl}$$
(12)
E_{sl} 可表示为

$$\boldsymbol{E}_{s1} = \frac{\boldsymbol{k}^{s} e^{\alpha \boldsymbol{k}}}{4\pi\varepsilon_{0} R} [\boldsymbol{p}_{sca} \boldsymbol{p}_{sca} + \boldsymbol{s}_{sca} \boldsymbol{s}_{sca}] \cdot \boldsymbol{P}_{sphere}$$
(13)

式中 P_{sphere} 为粒子的电偶极矩, 与入射场有关, 即

$$\boldsymbol{P}_{\text{sphere}} = 4\pi\varepsilon_0 \; \frac{n_{\text{sph}}^2 - n^2}{n_{\text{sph}}^2 + 2n^2} a^3 \boldsymbol{E}_{\text{i}} \tag{14}$$

其中 n 表示周围介质的折射率,文中周围介质为空气,取 n=1,n_{sph}表示粒子的折射率.

在对 E_{s2} 的求解中(同理 E_{i2}),由于光学表面的原因,将对散射场产生 $2kd\cos\theta_{s}$ 的相位延迟,因此散射场的相位因子表示为 $\beta = \exp(2ikd\cos\theta_{s})$.同时发生菲涅耳反射,可将 E_{s2} 表示为

$$\boldsymbol{E}_{s2} = \frac{k^2 e^{ikR}}{4\pi\epsilon_0 R} \left[\beta r_p^{12} \left(\theta_s\right) \boldsymbol{p}_{sca} \boldsymbol{p}_{ffl} + \beta r_s^{12} \left(\theta_s\right) \boldsymbol{s}_{sca} \boldsymbol{s}_{ffl} \right] \cdot \boldsymbol{p}_{sphere}$$
(15)

由式(5)~(15)得

$$\boldsymbol{E}_{s} = \boldsymbol{E}_{s1} + \boldsymbol{E}_{s2} = \frac{k^{2} e^{ikR}}{4\pi\epsilon_{0}R} \left[\boldsymbol{p}_{sca} \boldsymbol{p}_{sca} + \boldsymbol{s}_{sca} \boldsymbol{s}_{sca} + \beta r_{p}^{12} (\theta_{s}) \boldsymbol{p}_{sca} \boldsymbol{p}_{rfl} + \beta r_{s}^{12} (\theta_{s}) \boldsymbol{s}_{sca} \boldsymbol{s}_{rfl} \right] \cdot \boldsymbol{P}_{sphere}$$
(16)

将式(4)和式(16)分别代入振幅散射矩阵

$$\begin{bmatrix} E_{\rm p}^{\rm s} \\ E_{\rm s}^{\rm s} \end{bmatrix} = \frac{e^{ikr}}{-ikr} \begin{bmatrix} S_{\rm pp} & S_{\rm sp} \\ S_{\rm ps} & S_{\rm ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{\rm p}^{\rm i} \\ E_{\rm s}^{\rm i} \end{bmatrix} + , \mathbb{K} \, \forall \, \vec{x} \, \underbrace{\mathbb{X}} \,$$

偏振系数为

$$\begin{cases} q_{ss}^{phere} = \left[1 + \beta r_{s}^{12} \left(\theta_{s}\right)\right] \left[1 + \alpha r_{s}^{12} \left(\theta_{i}\right)\right] \cos \phi_{s} \\ q_{sp}^{sphere} = -\left[1 - \beta r_{p}^{12} \left(\theta_{s}\right)\right] \left[1 + \alpha r_{s}^{12} \left(\theta_{i}\right)\right] \cos \theta_{s} \sin \phi_{s} \\ q_{ps}^{sphere} = -\left[1 + \beta r_{p}^{12} \left(\theta_{s}\right)\right] \left[1 - \alpha r_{p}^{12} \left(\theta_{i}\right)\right] \cos \theta_{i} \sin \phi_{s} \\ q_{pp}^{sphere} = \left[1 + \beta r_{p}^{12} \left(\theta_{s}\right)\right] \left[1 + \alpha r_{p}^{12} \left(\theta_{i}\right)\right] \sin \theta_{i} \sin \phi_{s} \\ \left[1 - \beta r_{p}^{12} \left(\theta_{s}\right)\right] \left[1 - \alpha r_{p}^{12} \left(\theta_{i}\right)\right] \cos \theta_{s} \cos \phi_{s} \\ (18) \end{cases}$$

微粒密度为 N/A 的光滑表面 BRDF 的表达式为^[14]

$$BRDF_{sphere} = \frac{16\pi^4}{\lambda^4} \left(\frac{n_{sph}^2 - 1}{n_{sph}^2 + 2}\right)^2 \frac{a^6}{\cos\theta_s \cos\theta_i} \cdot \frac{NF}{A} |q_{uv}^{sphere} \cdot e|^2$$
(19)

式中,N/A 是照明区域内微粒或缺陷等散射体的密度, e 是平行于入射电场的单位矢量,F 是依赖于散射体之间相关性的结构因子,对于随机的非相关微粒 F=1.

1.3 光学表面与亚表面瑞利冗余粒子的复合散射场

对于缺陷粒子位于光学表面亚表面处时的分析, 与粒子位于光学表面上方时类似,需要求解出粒子处 的入射场和散射场.图3给出了光学表面及下方缺陷 粒子复合散射示意.其中粒子半径为a,球心到光学表 面的距离为d,而且粒子直径远小于入射波波长,因此 同样用 Rayleigh 近似粒子散射处理.



图 3 光学表面与亚表面瑞利近似缺陷粒子复合散射示意图 Fig. 3 Schematic of composite scattering between optical

surface and Rayleigh particles subsurface 粒子的入射场为^[15]

$$\boldsymbol{E}_{i} = E_{p}^{i} \boldsymbol{\gamma} t_{p}^{12} \left(\boldsymbol{\theta}_{i} \right) \cos \boldsymbol{\theta}_{i}^{\prime} \boldsymbol{x} + E_{s}^{i} \boldsymbol{\gamma} t_{s}^{12} \left(\boldsymbol{\theta}_{i} \right) \boldsymbol{y} + E_{p}^{i} \boldsymbol{\gamma} t_{p}^{12} \left(\boldsymbol{\theta}_{i} \right) \sin \boldsymbol{\theta}_{i}^{\prime} \boldsymbol{z}$$

$$(20)$$

式中 6 是经光学表面折射后入射到粒子的入射角.根据折射定律可知入射角 6 与 6 的关系为

$$\sin \theta_{\rm i}^{\prime} = \sin \theta_{\rm i} / n_2 \tag{21}$$

$$\cos\theta_{\rm i} = \sqrt{n_2^2 - \sin^2\theta_{\rm i}} / n_2 \tag{22}$$

由于光学表面折射的原因,将对入射场产生大小为 $kdn_2\cos\theta_i$ 的相位延迟,因此相位因子表示为 $\gamma = \exp(in_2kd\cos\theta_i)$.其中 t_s 是垂直偏振光的菲涅耳透射系数, t_a 是平行偏振光的菲涅耳透射系数.

$$t_{s}^{12}(\theta_{i}) = \frac{2n_{1}\cos\theta_{i}}{n_{1}\cos\theta_{i} + n_{2}\cos\theta_{i}} = \frac{2\cos\theta_{i}}{\cos\theta_{i} + \sqrt{(n_{2}/n_{1})^{2} - \sin^{2}\theta_{i}}}$$
(23)
$$t_{p}^{12}(\theta_{i}) = \frac{2n_{1}\cos\theta_{i}}{n_{1}\cos\theta_{i} + n_{2}\cos\theta_{i}} = \frac{2(n_{2}/n_{1})\cos\theta_{i}}{2(n_{2}/n_{1})\cos\theta_{i}}$$
(24)

$$\frac{1}{(n_2/n_1)^2 \cos \theta_i + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2 \theta_i}}$$
(24)

根据 BRDF 偏振特性的几何关系,有

$$\mathbf{s}_{sub} = -\sin \, \boldsymbol{\phi}_{s} \, \mathbf{x} + \cos \, \boldsymbol{\phi}_{s} \, \mathbf{y} \tag{25}$$

 $\boldsymbol{p}_{\rm sub} = -\cos\,\theta'_{\rm s}\cos\,\phi'_{\rm s}\boldsymbol{x} - \cos\,\theta'_{\rm s}\sin\,\phi'_{\rm s}\boldsymbol{y} + \sin\,\theta'_{\rm s}\boldsymbol{z} \tag{26}$

 $k_{sub} = \sin \theta_s \cos \phi_s x + \sin \theta_s \sin \phi_s y + \cos \theta_s z$ (27) 与冗余缺陷粒子位于光学表面上方处理方法类似,引 入折射算子

$$t_{\rm s}^{12}\left(\theta_{\rm s}\right)\boldsymbol{p}_{\rm sub}\boldsymbol{p}_{\rm sca} + t_{\rm p}^{12}\left(\theta_{\rm s}\right)\boldsymbol{s}_{\rm sub}\boldsymbol{s}_{\rm sca}$$
(28)

其中, s_{sca}和 p_{sca}表示散射波在介质2和介质1的界面折 射前的单位矢量, s_{sub}和 p_{sub}表示折射后的单位矢量.

对于远场散射的球面波,由于球面波在通过平面 时其散度会发生变化,因此在光学表面上方介质1中 的立体角为 d $\Omega_1 = \sin \theta_1 d\theta_1 d\phi_1$,在光学表面下方介质2 中的立体角为 d $\Omega_2 = \sin \theta_2 d\theta_2 d\phi_2$. 当散射方位角 $\phi_0 = \phi_1$ (即 $d\phi_0 = d\phi_1$)时,由菲涅耳 折射定律有

$$d\Omega_{1} = \sin \theta_{1} d\theta_{1} d\phi_{1} = \frac{n_{1} \sin \theta_{s}}{n_{2}} \frac{n_{1} \cos \theta_{s}}{n_{2} \cos \theta_{s}} d\theta_{0} d\phi_{0} = \frac{n_{1}^{2} \cos \theta_{s}}{n_{2}^{2} \cos \theta_{s}} d\Omega_{0}$$

$$(29)$$

因此,当散射波从介质2折射出介质1时的折射 算子为

$$(n_{1}/n_{2})\sqrt{\cos\theta_{s}/\cos\theta_{s}}\left[t_{p}^{12}\left(\theta_{s}\right)\boldsymbol{p}_{sub}\boldsymbol{p}_{sca}+t_{s}^{12}\left(\theta_{s}\right)\boldsymbol{s}_{sub}\boldsymbol{s}_{sca}\right]$$
(30)

将式(30)代入到式(13)中,可得光学表面亚表面 缺陷的散射远场为

$$\boldsymbol{E}^{s} = \frac{n_{z} k^{2} e^{i k R}}{4 \pi \varepsilon_{0} R} \left(\frac{\cos \theta_{s}}{\cos \theta_{s}} \right)^{1/2} \left[\delta t_{p}^{21} \left(\theta_{s}^{'} \right) \boldsymbol{p}_{scs} \boldsymbol{p}_{sub} + \delta t_{s}^{21} \left(\theta_{s}^{'} \right) \boldsymbol{s}_{scs} \boldsymbol{s}_{sub} \right] \cdot \boldsymbol{P}_{sphere}$$
(31)

式中 $\delta = \exp(in_2 k d \cos \theta_s)$ 为散射场被光学表面折射产生的相位因子.

将式 (20) 和式 (31) 分别代人振幅散射矩阵

$$\begin{bmatrix} E_{p}^{s}\\ E_{s}^{s} \end{bmatrix} = \frac{e^{ibr}}{-ikr} \begin{bmatrix} S_{pp} & S_{sp}\\ S_{ps} & S_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{p}^{i}\\ E_{s}^{i} \end{bmatrix} + , 其 + \begin{pmatrix} S_{pp}^{sub} & S_{pp}^{sub}\\ S_{ps}^{sub} & S_{ss}^{sub} \end{pmatrix} =$$

$$S_{0}^{sub} \begin{pmatrix} q_{pp}^{sub} & q_{pp}^{sub}\\ q_{ps}^{sub} & q_{ss}^{sub} \end{pmatrix}, \dots \forall S \#$$

$$S_{0}^{sub} = 4\delta\gamma \begin{pmatrix} n_{sph}^{2} - n_{2}^{2}\\ n_{sph}^{2} + 2n_{2}^{2} \end{pmatrix} \cos \theta_{s} \cos \theta_{i} \cdot$$

$$a^{3}k^{2}n_{2}^{3/2} \begin{pmatrix} \sqrt{n_{2}^{2} - \sin^{2}\theta_{s}}\\ \cos \theta_{s} \end{pmatrix}^{1/2}$$
(32)

偏振系数为

$$\begin{cases} q_{ss}^{sub} = \frac{\cos\phi_{s}}{(\cos\theta_{i} + \sqrt{n_{2}^{2} - \sin^{2}\theta_{i}})(\cos\theta_{s} + \sqrt{n_{2}^{2} - \sin^{2}\theta_{s}})} \\ q_{sp}^{sub} = \frac{-\sin\phi_{s}\sqrt{n_{2}^{2} - \sin^{2}\theta_{s}}}{(\cos\theta_{i} + \sqrt{n_{2}^{2} - \sin^{2}\theta_{i}})(n_{2}^{2}\cos\theta_{s} + \sqrt{n_{2}^{2} - \sin^{2}\theta_{s}})} \\ q_{ps}^{sub} = \frac{-\sin\phi_{s}\sqrt{n_{2}^{2} - \sin^{2}\theta_{i}}}{(n_{2}^{2}\cos\theta_{i} + \sqrt{n_{2}^{2} - \sin^{2}\theta_{i}})(\cos\theta_{s} + \sqrt{n_{2}^{2} - \sin^{2}\theta_{s}})} \\ q_{pp}^{sub} = \frac{\sin\theta_{i}\sin\theta_{s} - \sqrt{n_{2}^{2} - \sin^{2}\theta_{i}}}{(n_{2}^{2}\cos\theta_{i} + \sqrt{n_{2}^{2} - \sin^{2}\theta_{i}})(n_{2}^{2}\cos\theta_{s} + \sqrt{n_{2}^{2} - \sin^{2}\theta_{s}})} \\ (33) \end{cases}$$

综上所述,光学表面下方冗余粒子模型的 BRDF 可表示为

$$BRDF_{sub} = \frac{256\pi^4}{\lambda^4} \left(\frac{n_{sph}^2 - n_2^2}{n_{sph}^2 + 2n_2^2}\right)^2 a^6 \cos \theta_i \cdot \sqrt{n_2^2 - \sin^2 \theta_s} |\gamma \delta|^2 n_2^3 \frac{NF}{A} \cdot |q_{uv}^{sub} \cdot e|^2$$
(34)

式中 n_{sph} 表示缺陷粒子的折射率,u和v分别表示 p偏振和 s偏振, $|\gamma \delta|^2$ 表示光在材料中所能穿透的深度.

2 数值计算和结果分析

通过对不同散射机理下偏振 BRDF 中偏振因子即

式(18)和(33)比较发现,在 BRDF 偏振特性的偏振因 子四个项中,可以看出缺陷粒子所在的位置不同时,偏 振因子 q_{pp}没有任何相同项,由于它们之间存在着因折 射率、入射角、散射角、方位角等原因导致的差异,因此 是区分光学表面中不同散射机理的主要区分项.

为方便与已有文献结果进行比较,以 SiO₂ 瑞利缺 陷粒子作为研究对象,其对实际生产中的介质粒子,如 气泡及其他氧化物具有通用性,因此选其中一种 SiO₂ 粒子进行分析.

2.1 有效性验证

图 4 给出了瑞利缺陷粒子分别位于基底下方和光 学表面上方时,BRDF 随方位角的变化,并与文献[15] 作了比较.其中,入射波波长为 $\lambda = 0.633 \mu m$,光学表 面基底材料为 Si,其折射率为 $n_{si} = 3.88 + 0.02i$.入射 角和散射角分别为 $\theta_i = \theta_s = 45^\circ$.在计算光学表面上方 p 偏振 BRDF 时,设微粒半径为 5 nm,满足 Rayleigh 近 似条件(粒子的尺寸远小于入射波长),SiO₂ 微粒的折 射率为 $n_{Sio_s} = 1.457$;计算光学表面亚表面冗余粒子 时,球心距离光学表面为 0.6 μm .



图 4 瑞利粒子在不同方位时本文方法与文献[15]中比较 Fig. 4 The comparison results between this paper and Ref.

[15] with different position Rayleigh particles

图 4 中文献[15]的数据与本文结果吻合. 当缺陷 粒子位于光学表面下方时,BRDF_{PP}项方位角在 90°左 右立减为零,随后又随着方位角的增加呈递增趋势. 而 缺陷粒子位于光学表面上方时,随着方位角增加呈稍 渐递增趋势. 由于不同散射机制的 BRDF 的变化趋势 不同,因此可以通过 BRDF_{PP}项的考察确定散射机理.

2.2 波长对光学表面上方冗余粒子的影响分析

图 5(a)、(b)给出了 SiO₂ 瑞利缺陷粒子分别在裸 基底基片及有 SiO₂ 涂覆光学表面上方,波长分别为 0.442 μ m、0.532 μ m、0.633 μ m,人射角和散射角分别 为 $\theta_i = \theta_s = 45^{\circ}$ 时方位角与 BRDF_{pp}项之间的关系.表 1 给出了 Si 和 SiO₂ 在波长为 0.442 μ m、0.532 μ m、 0.633 μ m时的折射率.

由图 5(a)可知波长越短,BRDF_{pp}项越大.随方位 角的增加,BRDF_{pp}越来越大.纵观图5(a)和(b)可以看



图 5 SiO₂ 粒子分别位于裸基底及有 SiO₂ 涂覆上方时 BRDF₁₀与方位角 **6**₈ 之间的关系

Fig. 5 The relationship between $BRDF_{pp}$ and ϕ_s when SiO_2 upon substrate or SiO_2 coat

表 1 SiO₂ 和 Si 在不同波长时的折射率 Table 1 The refractive index of SiO₂ and Si with different wavelength

Wavelength/ μ m	SiO_2	Si
0.442	1.466	4.76+0.17i
0.532	1.461	4.15+0.05i
0.633	1.457	3.88+0.02i

出,当 SiO₂ 缺陷粒子在裸基底上方时,BRDF_{PP}项受波 长影响远大于在 SiO₂ 涂覆上方时.在工程上,可以通 过对不同波长的定标完成对缺陷粒子所在位置的初步 判断.对于判断杂质粒子的方位,可以通过测量粒子对 波长的敏感程度来判断.如果杂质粒子对波长变化反 应敏感,则在裸基底上;如果波长变化对其影响较小, 则在 SiO₂ 涂覆上方.

2.3 波长对光学表面下方冗余粒子的影响分析

由图 6 可知 BRDF_{pp}项随着方位角的变化趋势均 为先减小后增大.当缺陷粒子在 Si 基底下方时,凹痕 出现在 80°到 90°之间;在 SiO₂ 涂层下方时,凹痕出现 在 70°到 80°之间.在工程上,可以通过测定凹痕的角度 范围来 判断缺陷所在的位置.同时还可以看出, BRDF_{pp}对波长的敏感程度各不相同.同理也可以用波 长的定标来完成对缺陷粒子所在位置的初步判断.



- 图 6 SiO₂ 粒子分别在 Si 基底下方及 SiO₂ 涂层下方时 BRDF_{PP}与方位角 **\$**_s之间的关系
- Fig. 6 The relationship between $BRDF_{pp}$ and ϕ_s when SiO_2 inlay substrate or SiO_2 coat

3 结论

针对光学表面瑞利缺陷粒子的方位判断问题,基 于 PBRDF 从理论上推导了瑞利缺陷粒子在不同方位 的散射场,通过对波长因素的讨论初步实现粒子的位 置诊断.结果显示:1)SiO₂ 瑞利缺陷粒子位于裸基底 上方时,BRDF₁₀受波长影响远大于SiO₂ 涂覆上方,因 此可以通过测量粒子对波长的敏感程度来判断瑞利缺 陷粒子的方位,即如果粒子对波长变化反应敏感,则在 裸基底上;如果波长变化对其影响很小,则在SiO₂ 涂 覆上方.2)缺陷粒子分别位于Si基底下方和SiO₂ 涂层 下方时,BRDF₁₀凹痕出现的角度位置各不相同.当方 位角 *ø*。凹痕出现在85°到90°之间时说明缺陷粒子位 于Si基底下方;当方位角 *ø*。的凹痕出现在70(左右时 说明缺陷粒子位于SiO₂ 涂层下方.因此工程上可以通 过 BRDF 对波长的敏感程度和方位角凹痕的具体位置 的区别来实现对缺陷粒子方位的进一步诊断.

参考文献

 TIAN Ai-ling, WANG Hui-ting, DANG Juan-juan, et al. Novel method for subsurface damage measurement of optical components[J]. Acta Photonica Sinica, 2013, 42(2): 214-218.

田爱玲,王会婷,党娟娟,等.抛光表面的亚表层损伤检测方法

研究[J]. 光子学报,2013,42(2):214-218.

- [2] XIANG Zhen, ZHAO Ya-zhou, HOU Jing, et al. Subsurface damage structure and eliminating[J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(5): 1226-1230.
 项震,赵亚洲,侯晶,葛剑虹.减少光学元件亚表面缺陷的方法研究[J].光子学报,2009,38(5):1226-1230.
- [3] PAN Yong-qiang, WU Zhen-sen, HANG Ling-xia. Investigation of interface roughness cross-correlation properties of optical thin films from total scattering losses[J]. Applied Surface Science, 2010, 256(11): 3503-3507.
- [4] PAN Yong-qiang, WU Zhen-sen, HANG Ling-xia. Light scattering losses of high reflection dielectric multilayer optical devices[J]. *Thin Solid Films*, 2010, **518**: 2001-2005.
- [5] EREMINA E, EREMIN Y, WRIEDT T. Computational nano-optic technology based on discrete sources method[J]. Journal of Modern Optics, 2011, 58(5-6): 384-399.
- [6] GRISHINA N, EREMINA E, EREMIN Y, et al. Modelling of different TIRM setups by the discrete sources method[J]. Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, 2011, 112(11): 1825-1832.
- [7] MIRZA K, ROMAN S, VLADIMIR S, et al. Comparison of numerical methods in near-field computation for metallic nanoparticles[J]. Optics Express, 2011, 19(9): 8939-8953.
- [8] ROMAN S, VLADIMIR S, WRIEDT T, et al. Implementation and investigation of iterative solvers in the discrete sources method [J]. Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, 2011, 112(11): 1697-1704.
- [9] ELENA E, YURI E, THOMAS W. Computational nano-optic

technology based on discrete sources method[J]. Journal of Modern Optics, 2011, **58**(5-6); 384-399.

- [10] GONG Lei, WU Zhen-sen. Analysis of composite light scattering properties between wafers and many shapes of particles with different positions [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(6): 0629003.
 巩蕾,吴振森.基片与不同方位多形态缺陷粒子的复合光散射 特性分析[J].光学学报,2012,32(6):0629003.
- [11] BOBBERT P A, VLIEGER J. Light scattering by a sphere on a substrate[J]. *Physica*, 1986, **137A**; 209-42.
- [12] GONG Lei, WU Zhen-sen. Study on the polarized light scattering interaction between wafers and spheroid particles above[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2010, 22 (6): 1393-1398.
 巩蕾,吴振森.基片及其上方回转椭球粒子极化光散射[J].强激光与粒子束,2010,22(6): 1393-1398.
- [13] GONG Lei, WU Zhen-sen. Analysis of light scattering about slightly non-spherical nanoparticles on wafers [J]. Chinese Journal of Lasers, 2011, 38(1): 237-241.
 巩蕾,吴振森. 基片表面微球体纳米级缺陷的光散射分析[J]. 中国激光,2011, 38(1):237-241.
- [14] DAVID S F, CLIFF A. Polarized surface scattering expressed in terms of a bidirectional reflectance distribution function matrix (Journal Paper)[J]. Optical Engineering, 1995, 34(6): 1646-1650.
- [15] THOMAS G. Angular dependence and polarization of out-ofplane optical scattering from particulate contamination, subsurface defects, and surface microroughness[J]. Applied Optics, 1997, 6(33): 8798-8805.