

doi:10.3788/gzxb20144308.0827002

基于操作腔外原子比特控制腔内 原子比特相干性时间演化

周并举, 彭朝晖, 刘小娟

(湖南科技大学 物理与电子科学学院, 湖南 湘潭 411201)

摘 要:考虑初始处于两类 Bell 态的两原子比特, 将其中一个注入真空态腔中发生共振相互作用的情况, 研究基于操作腔外原子比特控制腔内原子比特相干性时间演化. 考察对腔外原子比特施 Hadamard (H) 门, H 类门, Y 门及位相门四种逻辑门操作及态选择测量前后, 腔内原子比特约化密度矩阵非对角元时间演化曲线, 讨论两类 Bell 态之间的关联性. 结果表明, 对腔外原子比特操作前, 腔内原子比特密度矩阵非对角元在任意时刻都为零, 总是处于混合态或经典态, 因此始终退相干. 而对腔外原子比特施 H 门和 H 类门操作及基态测量后, 腔内原子比特密度矩阵非对角元呈现周期为 2π 的时间演化, 除 $(2n+1)\pi/2$ 时刻外, 其相干性得到恢复; 在 $n\pi$ 时刻, 其最大相干叠加态和一般相干叠加态被制备; 两类 Bell 态之间存在 $\hat{R}(\pi/2)$ 旋转关联性. 而对腔外原子比特施 Y 门及位相门操作后, 腔内原子比特的相干性得不到恢复. 发现腔内原子比特的相干性得到恢复的必要条件是, 逻辑门操作能够调节腔内原子比特与环境的相互作用, 并使两原子比特与场分离的同时, 它们之间形成强相干性的纠缠态分布.

关键词:逻辑操作; 基态测量; 原子比特; 密度矩阵; 相干性; 量子计算; 纠缠态分布

中图分类号: O431.2

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2014)08-0827002-6

Controllable Time Evolution of Coherence of an Atom Bit inside Cavity by Manipulating the Atom Bit Outside Cavity

ZHOU Bing-ju, PENG Zhao-hui, LIU Xiao-juan

(College of Physics and electronics Science, Hunan University of Science and Technology,
Xiangtan, Hunan 411201, China)

Abstract: Considering two atom bits in Bell state initially, one bit was injected into a vacuum cavity to produce resonance while leaving the other outside. The controllable coherence of an atom bit inside the cavity was investigated by manipulating the atom bit outside the cavity. For the cases of before and after the Hadamard, Hadamard-like, Y, and phase logic gate manipulations on the atom bit outside the cavity, the correlation of two kinds of initial Bell state was discussed by numerical calculation. The time evolution curves of off-diagonal elements in the reduced density matrix for the atom bit inside the cavity was studied. The results show that the off-diagonal elements of the density matrix for the atom bit inside the cavity are zero at any moment before operating the atom bit outside the cavity. That is, the atom bit inside the cavity is always in a mixed state or classical states, and its coherence is always suppressed. However, after Hadamard gate and Hadamard-like gate operations and ground state measurements, off-diagonal elements in the reduced density matrix of the atom bit inside the cavity show the 2π period time evolution, and the coherence can be restored except $(2n+1)\pi/2$. At $n\pi$ the maximal coherence superposition state and general coherence superposition state were prepared, and a $\hat{R}(\pi/2)$ rotation correlation existed between the two kinds of Bell states. In addition, performing Y gate and phase gate

基金项目: 国家自然科学基金(No. 11074072)和湖南省自然科学湘潭联合基金(No. 10JJ9002)资助

第一作者: 周并举(1957-), 男, 教授, 硕士, 主要研究方向为量子信息和信号与系统理论. Email: bjzhou@hnust.edu.cn

通讯作者: 刘小娟(1959-), 女, 教授, 博士, 主要研究方向为量子光学与量子信息. Email: lxjdx1987@163.com

收稿日期: 2013-10-29; 录用日期: 2013-12-18

<http://www.photon.ac.cn>

operations on the outside atom bit, the coherence for the inside atom bit cannot restore. The necessary condition for the restoration of the coherence of the inside atom bit was found out as following: while logic gate operations manipulate the interactions between the atom bit inside the cavity and its environment, and the two atom bits are separated from the field, a strongly coherent entanglement is necessary between the two atom bits.

Key words: Logic gate operation; Ground state measurement; Atom bit; Density matrix; Coherence; Quantum computation; Entanglement state distribution

OCIS Codes: 270.1670;270.5565;270.5585

0 引言

量子计算是对量子比特相干性进行操纵的过程, 在提高运算速度、确保信息安全、增大信息容量等方面可以突破现有的经典信息系统的极限, 近年来成为研究热点^[1].

二能级原子是典型的量子比特, 称为原子比特. 如在不破坏其相干性的情况下, 用于构建量子计算机的存储单元, 存储量子信息; 用于构建量子逻辑运算的目标位和控制位, 实现量子通用逻辑门^[2]; 并且可能将飞行光子比特所载信息传送到静止原子比特上, 在需要时成功读取原子比特内存储的信息, 这一技术将是未来量子信息处理中的重要组成部分^[3]. 然而, 原子比特不可避免地会与环境相互作用, 导致原子比特退相干, 引起编码的信息失真, 退相干成为物理实现量子计算主要障碍^[4]. 因此, 保持和恢复原子比特相干性成为量子信息和量子计算领域中的重要任务和研究热点.

文献[5-9]对经典环境下和旋波近似下原子比特相干性做了深入研究, 最近文献[10]研究了非旋波近似下有外加驱动场时二态量子系统的退相干, 文献[11]则研究了混沌微扰导致的量子退相干问题.

本文考虑初始处于两类 Bell 态的原子比特, 将其中一个注入真空态腔中发生共振相互作用, 将腔场和腔外原子比特视为腔内原子比特环境的情况下, 研究对腔外原子比特施 H 门、H 类门、Y 门和位相门四种逻辑门操作和基态测量前后, 腔内原子比特密度算子非对角元的时间演化. 结果表明, 操作腔外原子比特前, 腔内原子比特密度算子非对角元始终为零, 即原子比特始终退相干, 不利于量子计算; 对腔外原子比特施适当逻辑门操作及态选择测量后, 可以控制腔内原子比特相干性的时间演化, 实现其相干性的恢复和相干叠加态的制备.

1 模型及逻辑门操作

1.1 模型

考虑原子比特和初始处于一般纠缠态, 即

$$|\Psi_{12}(0)\rangle = r_1 |e_1 e_2\rangle + r_2 |e_1 g_2\rangle + r_3 |g_1 e_2\rangle + r_4 |g_1 g_2\rangle \quad (1)$$

$|g_i\rangle$ 和 $|e_i\rangle$ ($i=1, 2$) 分别是原子比特 1 和 2 的基态和

激发态, 满足归一化条件. 将原子比特 2 注入处于真空态腔场发生共振相互作用^[12]. 实验上, 选用具有长辐射寿命的里德伯原子作为原子比特, 高 Q 值微波腔作为真空腔场 C, 调节原子速度来控制原子比特与腔场的相互作用时间^[13], 见图 1. 原子比特, 和腔场 C 组成全系统, 用 S 表示, 而腔场和腔外原子比特视为腔

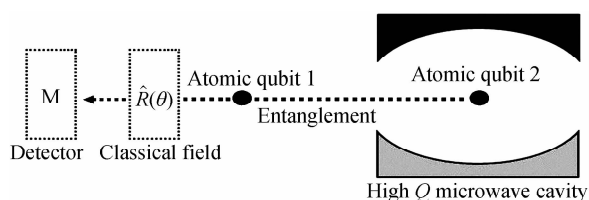


图 1 实验系统示意图

Fig. 1 The experimental system schematic diagram

内原子比特的环境. 全系统其初始态为

$$|\Psi_S(0)\rangle = |\Psi_{12}(0)\rangle \otimes |0_c\rangle \quad (2)$$

式中 $|0_c\rangle$ 表示腔场处于真空态. 旋波近似下, 原子比特 2-腔场 C 组成子系统的相互作用哈密顿量为^[12]

$$H_I = g(a^+ S_- + a S_+) \quad (3)$$

其中 a^+ , a 是腔场的产生和湮灭算符, S_+ , S_- 分别是原子比特 2 上升和下降算符; g 是原子比特 2 与腔场之间的耦合常数. 在相互作用绘景中, 系统的时间演化算符为 $U(t) = \exp(-iH_I t)$, 导致

$$U(t) |g_2\rangle |0_c\rangle = |g_2\rangle |0_c\rangle \quad (4)$$

$$U(t) |e_2\rangle |0_c\rangle = \cos(gt) |e_2\rangle |0_c\rangle - i \sin(gt) |g_2\rangle |1_c\rangle$$

式中, $|1_c\rangle$ 是腔场的单光子态. 将式(4)代入式(2), 可得未操作腔外原子比特 1 情况下, 时刻全系统的态为 $|\Psi_{S_0}(t)\rangle = U(t) |\Psi_S(0)\rangle$, 即

$$|\Psi_{S_0}(t)\rangle = A_0 |e_1 e_2 0_c\rangle + B_0 |e_1 g_2 0_c\rangle + C_0 |e_1 g_2 1_c\rangle + E_0 |g_1 g_2 0_c\rangle + F_0 |g_1 g_2 1_c\rangle \quad (5)$$

式中, 六个子态概率幅为

$$A_0 = r_1 \cos(gt), B_0 = r_2, C_0 = -ir_1 \sin(gt), D_0 = r_3 \cos(gt), E_0 = r_4, F_0 = -ir_3 \sin(gt) \quad (6)$$

下标 0 表示未对腔外原子比特 1 操作的情况.

1.2 逻辑门操作

图 1 中 $\hat{R}(\theta)$ 表示对原子比特 1 施逻辑门操作, 实验上由经典光场实现; 当适当使用场频率和振幅, 它可以使原子比特两能级产生任意转动^[13], 即

$$\hat{R}(\theta) |g_1\rangle = \cos\theta |g_1\rangle + \sin\theta |e_1\rangle \quad (7)$$

$$\hat{R}(\theta)|e_1\rangle = -\sin\theta|g_1\rangle + \cos\theta|e_1\rangle \quad (8)$$

M 为探测器,用作测量原子比特的态.将式(7)、式(8)代入式(5),得到对原子比 1 施操作后任意时刻 t 全系统态为 $|\Psi_{SR}(t)\rangle = \hat{R}(\theta)|\Psi_{S_0}(t)\rangle$,即

$$|\Psi_{SR}(t)\rangle = A_R|e_1e_20_c\rangle + B_R|e_1g_10_c\rangle + C_R|e_1g_21_c\rangle + E_R|g_1g_20_c\rangle + F_R|g_1g_21_c\rangle \quad (9)$$

式中,六个子态概率幅分别为

$$A_R = r_1 \cos(gt) \cos\theta + r_3 \cos(gt) \sin\theta \quad (10)$$

$$B_R = r_2 \cos\theta + r_4 \sin\theta; E_R = -r_2 \sin\theta + r_4 \cos\theta \quad (11)$$

$$C_R = -ir_1 \sin(gt) \cos\theta - ir_3 \sin(gt) \sin\theta \quad (12)$$

$$D_R = -r_1 \cos(gt) \sin\theta + r_3 \cos(gt) \cos\theta \quad (13)$$

$$F_R = ir_1 \sin(gt) \sin\theta - ir_3 \sin(gt) \cos\theta \quad (14)$$

下标 R 表示对原子比特 1 进行了逻辑门操作.

2 原子比特密度矩阵及相干性

单原子比特任意量子态用密度矩阵表示为

$$\rho(t) = \begin{bmatrix} \rho_{ee} & \rho_{eg} \\ \rho_{ge} & \rho_{gg} \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中,对角元 ρ_{ee} , ρ_{gg} 分别表示 t 时刻原子比特处于本征态 $|e\rangle$ 和 $|g\rangle$ 的概率,满足归一化条件 $\rho_{ee} + \rho_{gg} = 1$.而非对角元 $\rho_{eg} = \rho_{ge}^*$,描述原子比特相干性.取值范围满足不等式

$$-1/2 \leq \rho_{eg} \leq 1/2 \quad (16)$$

1) 如果 $\rho_{eg} = 0$,且 $\rho_{ee} \neq 0, \rho_{gg} \neq 0$,表示原子比特完全退相干,对应处在混合态或经典态;

2) 如果 $\rho_{eg} \neq 0$,且 $\rho_{ee} \neq \rho_{gg}$,表示原子比特具有一般相干性;若 $\rho_{eg} = \pm \sqrt{|\rho_{ee}|^2} * \sqrt{|\rho_{gg}|^2}$,原子比特对应处在一般相干态,即

$$|\varphi\rangle = a|e\rangle \pm b|g\rangle (a = \sqrt{|\rho_{ee}|^2}, b = \sqrt{|\rho_{gg}|^2}) \quad (17)$$

3) 如果 $\rho_{eg} = \pm 1/2$,且 $|\rho_{ee}|^2 = |\rho_{gg}|^2 = 1/2$,表示原子比特具有最大相干性,对应处在最大相干叠加态,即

$$|\varphi\rangle = 1/2(|e\rangle \pm |g\rangle) \quad (18)$$

是实现量子计算的关键资源.以下给出腔内原子比特 2 约化密度矩阵表达式.

2.1 操作腔外原子比特 1 前的情况

在式(6)中对原子比特 1 和腔场 C 求迹后,可得到操作腔外原子比特前情况下,腔内原子比特 2 约化密度矩阵为

$$\rho_{20}(t) = \text{Tr}_{1,f}(|\Psi_{S_0}(t)\rangle\langle\Psi_{S_0}(t)|) = \begin{bmatrix} \rho_{ee0} & \rho_{eg0} \\ \rho_{ge0} & \rho_{gg0} \end{bmatrix} \quad (19)$$

式中矩阵对角元表达式

$$\rho_{ee0} = |A_0|^2 + |D_0|^2, \quad \rho_{gg0} = |C_0|^2 + |B_0|^2 + |E_0|^2 + |F_0|^2 \quad (20)$$

满足归一化条件 $\rho_{ee0} + \rho_{gg0} = 1$.而非对角元表达式为

$$\rho_{eg0} = \rho_{ge0}^* = A_0 B_0^* + D_0 E_0^* \quad (21)$$

对应原子比特 2 约化密度矩阵元由六个子态概率幅决定.

2.2 操作原子比特 1 后的情况

对原子比特 1 施逻辑 $\hat{R}(\theta)$ 门操作之后,让它通过探测器 M.如果探测原子比特 1 处于基态 $|g_1\rangle$,由式(9)可得到原子比特 2 约化密度矩阵为

$$\rho_{2R}(t) = \begin{bmatrix} \rho_{eeR} & \rho_{egR} \\ \rho_{geR} & \rho_{ggR} \end{bmatrix} \quad (22)$$

式中矩阵对角元为

$$\rho_{eeR} = |D_R|^2, \rho_{ggR} = |E_R|^2 + |F_R|^2 \quad (23)$$

满足归一化条件.而非对角元的表达式为

$$\rho_{egR} = \rho_{geR}^* = D_R E_R^* \quad (24)$$

对应原子比特 2 约化密度矩阵元由含 $|g_1\rangle$ 的三个子态概率幅决定.

3 腔内原子比特相干性演化

3.1 操作腔外原子比特 1 前的情况

本小节讨论原子比特 2 进入腔场相互作用后,操作腔外原子比特 1 前的情况下,原子比特 2 的相干性演化.图 2 为本文实验线路图^[14].

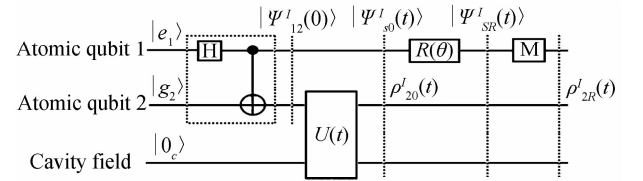


图 2 实验线路图

Fig. 2 The experimental circuit diagram

首先,对原子比特 1 施加 Hadamard(H) 门操作,接着执行一个控制非门操作后,就将原子比特 1 和 2 制备成第 I 类 Bell 态^[13],即

$$|\Psi_{12}^I(0)\rangle = 1/\sqrt{2}(|e_1g_2\rangle - |g_1e_2\rangle) \quad (25)$$

上标 I 表示两原子比特初始态的类别.当原子比特 2 进入腔场后,在演化算符 $U(t)$ 作用下,式(5)描述的全系统任意 t 时刻态为

$$|\Psi_{S_0}^I(t)\rangle = 1/\sqrt{2}\{(|e_1g_2\rangle + \cos(gt)|g_1e_2\rangle)|0_c\rangle - i\sin(gt)|g_1g_2\rangle|1_c\rangle\} \quad (26)$$

对应原子比特 2 处于态 $\rho_{20}^I(t)$,见实验线路图 2.

图 3 表明了全系统处于 $|\Psi_{S_0}^I(t)\rangle$ 态,腔内原子比特 2 密矩阵非对角元 $\rho_{eg0}^I(t)$ 的时间演化始终为零.分析该规律.数学上容易证明,未对腔外原子比特 1 逻辑门操作可用 $\hat{R}(0)$ 表示.系统处于 $|\Psi_{S_0}^I(t)\rangle$ 态时,六个子态概率幅为

$$B_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}, D_0 = -\frac{1}{\sqrt{2}}\cos(gt), F_0 = \frac{i}{\sqrt{2}}\sin(gt), \quad A_0 = E_0 = C_0 = 0 \quad (27)$$

由式(22)~(24)可知,原子比特 2 约化密度矩阵

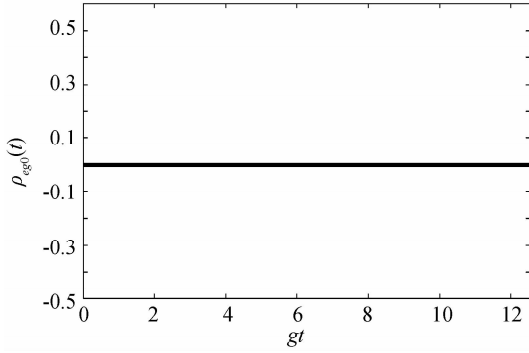


图3 原子比特2密度矩阵非对角元 $\rho_{eg^0}(t)$ 时间演化
Fig. 3 The time evolution of non diagonal element of density matrix $\rho_{eg^0}(t)$ of atom bit 2

为

$$\rho_{20}^1(t) = 1/2 \begin{bmatrix} \cos^2(gt) & 0 \\ 0 & 1 + \sin^2(gt) \end{bmatrix} \quad (28)$$

显然非对角元 $\rho_{eg^0}(t) \equiv 0$, 表明原子比特2始终是退相干的.

物理上源于全系统态, 在 $gt = n\pi$ 时刻为

$$|\Psi_{S_0}^1(n\pi)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e_1, g_2\rangle \pm |g_1, e_2\rangle) \otimes |0_c\rangle \quad (29)$$

表明两原子比特与环境退纠缠, 但它们之间处于最大纠缠态, 这导致了原子比特2必然处于最大混合态^[13]

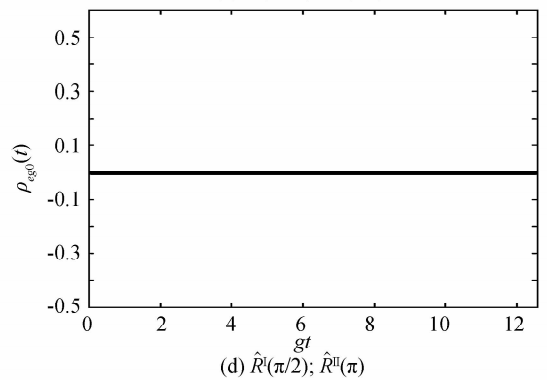
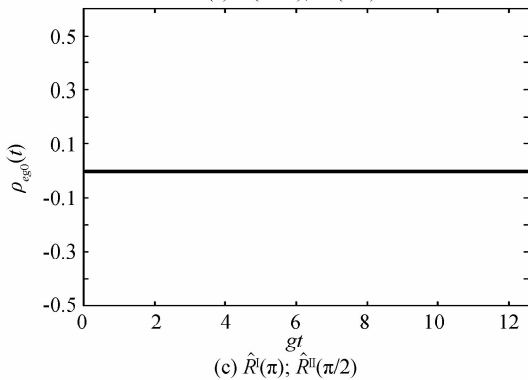
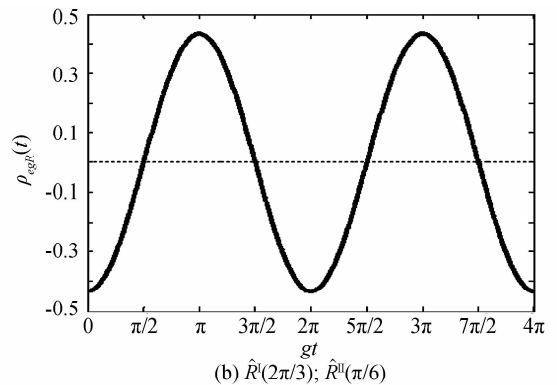
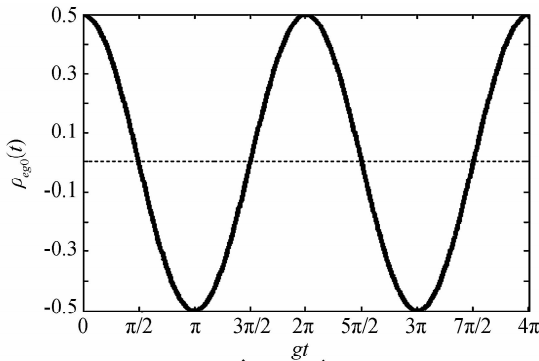


图4 原子比特2密度矩阵非对角元 $\rho_{egR}(t)$ 时间演化

Fig. 4 The time evolution of non diagonal element of density matrix $\rho_{egR}(t)$ of the atom bit2

第一, 对原子比特1施 $\hat{R}^I(3\pi/4)$ 操作, 见图4(a). 图4(a)表明该操作下原子比特2约化密度矩阵非对角元 $\rho_{egR}(t)$ 的时间演化. 显然, 呈现周期为 2π 的余弦演

$$\rho_{20}^1(n\pi) = 1/\sqrt{2}(|e_2\rangle\langle e_2| + |g_2\rangle\langle g_2|) \quad (30)$$

而在 $gt = (2n+1)\pi/2$ 时刻, 全系统分别处于

$$|\Psi_{S_0}^1((2n+1)\pi)\rangle = 1/\sqrt{2}\{(|e_1, 0\rangle \pm |g_1, 1\rangle) \otimes |g_2\rangle\} \quad (31)$$

显然, 原子比特2处于与环境退纠缠的基态,

$$\rho_{20}^1((2n+1)\pi/2) = |g_2\rangle\langle g_2| \quad (32)$$

成为经典比特. 而在其余时间 t , 原子比特2处于的一般混合态, 即

$$\rho_{20}^1((2n+1)\pi/2) = 1/\sqrt{2}\{\cos(gt)^2|e_2\rangle\langle e_2| + (1 + \sin(gt)^2)|g_2\rangle\langle g_2|\} \quad (33)$$

同理可证, 执行线路图2相似的步骤, 若将两原子比特制备在第II类Bell态, 即

$$|\Psi_{S_0}^{II}(0)\rangle = 1/\sqrt{2}(|e_1, e_2\rangle + |g_1, g_2\rangle) \quad (34)$$

时, 腔内原子比特2也始终处于退相干的混合态或经典态, 不利于量子计算的实现.

3.2 操作腔外原子比特1后的情况

3.2.1 情形I考虑两原子比特初始处于第I类Bell态

本小节讨论两原子比特初始处于 $|\Psi_{12}^I(0)\rangle$ 态, 在原子比特2进入腔场相互作用期间, 对腔外原子比特1分别施四种 $\hat{R}(\theta)$ 操作并做 $|g_1\rangle$ 态测量后的情况, 见图4.

化. 在 $gt = n\pi (n = 0, 1, 2, \dots)$ 时, $\rho_{egR}(t)$ 振幅绝对值为 0.5, 而在 $gt = (2n+1)\pi/2$, $\rho_{egR}(t)$ 为零; 在其余时间 $\rho_{egR}(t)$ 不为零.

数学上,选取 $r_1 = r_4 = 0$, $r_2 = -r_3 = 1/\sqrt{2}$, $\theta = 3\pi/4$ 代人式(10)~(14),六个概率幅为

$$\begin{aligned} A_R &= 1/2, B_R = -1/2, D_R = E_R = \pm 1/2, \\ C_R &= F_R = 0 \end{aligned} \quad (35)$$

式中,“-”号对应 $n=1,3,5\cdots$,“+”号对应 $n=0,2,4\cdots$ (下同).再将 D_R, E_R, F_R 代如(22)~(24)式,得探测原子比特 $|g_1\rangle$ 态后,原子比特 2 的约化密度矩阵为

$$\rho_{2R(3\pi/4)}^1(n\pi) = 1/2 \begin{bmatrix} 1 & \pm 1 \\ \pm 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (36)$$

显然,在 $gt = n\pi$ 时刻腔内原子比特 2 最大相干性得到恢复,即它的最大相干叠加态得到制备,即

$$|\Psi_{2R(3\pi/4)}^1(n\pi)\rangle = 1/\sqrt{2}(|e_2\rangle \pm |g_2\rangle) \quad (37)$$

物理上, $\hat{R}^1(3\pi/4)$ 操作使原子比特 1 本征态 $|g_1\rangle$ 和 $|e_1\rangle$ 分别形成等概率幅的叠加态,即

$$\hat{R}^1(3\pi/4)|g_1\rangle = 1/\sqrt{2}(|e_1\rangle - |g_1\rangle) \quad (38)$$

$$\hat{R}^1(3\pi/4)|e_1\rangle = -1/\sqrt{2}(|e_1\rangle + |g_1\rangle) \quad (39)$$

即为 H 门操作,导致全系统在 $n\pi$ 时刻处于态

$$\begin{aligned} |\Psi_{SR(3\pi/4)}^1(n\pi)\rangle &= 1/\sqrt{2}(|e_1 e_2\rangle + |e_1 g_2\rangle + \\ &|g_1 e_2\rangle \pm |g_1 g_2\rangle) \otimes |0_c\rangle \end{aligned} \quad (40)$$

发现施 H 门操作后,当两原子比特与腔场分离,但它们之间形成了强相干性的最大纠缠态时,即无论探测原子比特 1 在 $|g_1\rangle$ 态或 $|e_1\rangle$ 态,必然导致原子比特 2 呈现最大相干叠加态,这正是最大相干性恢复的物理原因和必要条件.

同理可知, $gt = (2n+1)\pi/2$ ($n=0,1,2\cdots$),六个子态概率幅取值为

$$B_c = 1/2, C_R = F_R = i/2, E_c = -1/2, A_R = D_R = 0 \quad (41)$$

导致全系统处于态

$$\begin{aligned} |\Psi_{SR(3\pi/4)}^1(\pi/2)\rangle &= 1/\sqrt{2}(-|g_1 0_c\rangle + |e_1 0_c\rangle + \\ &i|e_1 1_c\rangle + i|g_1 1_c\rangle) \otimes |g_2\rangle \end{aligned} \quad (42)$$

显然,原子比特 2 处于与环境分离的基态,即

$$|\Psi_{2R(3\pi/4)}^1(\pi/2)\rangle = |g_2\rangle \quad (43)$$

原子比特 2 成为经典比特,这正是其退相干的物理原因.研究表明 $\hat{R}^1((2n+1)\pi/4)$ 与 $\hat{R}^1(\pi/4)$ 操作是等效的.

第二,对腔外原子比特 1 施 $\hat{R}^1(2\pi/3)$ 的操作,见图 4(b).比较图 4(b)与 4(a)可知 $\rho_{eR}^1(t)$ 演化周期不变,仅仅振幅减小.尤其在 $gt = n\pi$ ($n=0,1,2,3\cdots$) 时刻

$$-0.5 < \rho_{eR}^1(t) < 0.5 \quad (44)$$

即振幅明显减小,原子比特 2 恢复了一般相干性.

根据图 4(b)中曲线参数,将 $r_1 = r_4 = 0$, $r_2 = -r_3 = 1/\sqrt{2}$, $\theta = 2\pi/3$, $gt = \pi$ 代人式(10)~(14),态(9)的六个概率幅为

$$A_R = E_R = 0.866, B_R = -D_R = -0.5, C_R = F_R = 0 \quad (45)$$

代人式(22)~(24),得到探测 $|g_1\rangle$ 态并对腔场求迹后

的原子比特 2 态为

$$\rho_{2R(2\pi/3)}^1(t) = \begin{bmatrix} 0.5^2 & 0.5 \times 0.866 \\ 0.866 \times 0.5 & 0.866^2 \end{bmatrix} \quad (46)$$

因此,原子比特 2 处于一般相干叠加态

$$|\Psi_{2R(2\pi/3)}^1(n\pi)\rangle = 0.5|e_2\rangle + 0.866|g_2\rangle \quad (47)$$

物理上源于操作 $\hat{R}^1(3\pi/2)$,使原子比特 1 的本征态

$|g_1\rangle$ 和 $|e_1\rangle$ 形成非等概率幅叠加态

$$\hat{R}^1(2\pi/3)|g_1\rangle = -0.866|g_1\rangle - 0.5|e_1\rangle \quad (48)$$

$$\hat{R}^1(2\pi/3)|e_1\rangle = -0.5|g_1\rangle + 0.866|e_1\rangle \quad (49)$$

称为 H 类门操作.由式(9)可知,H 类门操作使两原子比特与腔场分离,而它们之间形成了强相干性的一般纠缠态

$$\begin{aligned} |\Psi_{SR(2\pi/3)}^1(n\pi)\rangle &= (0.866|e_1 e_2\rangle - 0.5|e_1 g_2\rangle + \\ &0.5|g_1 e_2\rangle + 0.866|g_1 g_2\rangle) \otimes |0_c\rangle \end{aligned} \quad (50)$$

这正是使原子比特 2 恢复一般相干性的物理原因.

第三,对腔外原子比特 1 施 $\hat{R}^1(\pi)$ 操纵,见图 4(c).

图 4(c)表明了 $\hat{R}^1(\pi)$ 操作下原子比特 2 约化密度矩阵非对角元 $\rho_{eR}(t)$ 的时间演化曲线.与图 3 对比,显然规律一致,始终为零.这是因为 $\hat{R}^1(\pi)$ 与 $\hat{R}(0)$ 操作存在对应关系 $\hat{R}^1(\pi) = -\hat{R}(0)$,即

$$\hat{R}^1(\pi)|g_1\rangle = |g_1\rangle, \hat{R}^1(\pi)|e_1\rangle = -|e_1\rangle \quad (51)$$

$\hat{R}^1(\pi)$ 仅改变了态 $|e_1\rangle$ 及 $|g_1\rangle$ 的位相,不导致态的分解,称为位相门.因此,

$$\hat{R}^1(\pi)|\Psi_{S_0}^1(t)\rangle = -|\Psi_{S_0}^1(t)\rangle \quad (52)$$

这就是 $\hat{R}^1(\pi)$ 与 $\hat{R}(0)$ 操作效果一致的物理原因.

第四,对腔外原子比特 1 施 $\hat{R}^1(\pi/2)$ 操作,见图 4(d).图 4(d)表明了施 $\hat{R}^1(\pi/2)$ 操作下, $r_1 = r_4 = 0$, $r_2 = -r_3 = 1/\sqrt{2}$ 原子比特 2 的 $\rho_{eR}(t)$ 时间演化始终为 0.将和 $\theta = \pi/2$ 代人式(11)~(14),对应含 $|g_1\rangle$ 三个子态概率幅为

$$D_R = F_R = 0, E_R = -1/\sqrt{2} \quad (53)$$

由式(19)~(21)可得 t 时刻原子比特 2 约化密度矩阵为

$$\rho_{2R(\pi/2)}^1(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (54)$$

充分说明,原子比特 2 始终处于经典比特态,即

$$|\Psi_{2R(\pi/2)}^1(t)\rangle = |g_2\rangle \quad (55)$$

故始终退相干.物理上是由于

$$\hat{R}^1(\pi/2)|g_2\rangle = |e_1\rangle, \hat{R}^1(\pi/2)|e_1\rangle = -|g_1\rangle \quad (56)$$

即态 $|e_1\rangle$ 和 $|g_1\rangle$ 相互翻转,不产生态的分解,我们称为 Y 门操作.对原子比特 1 施 Y 门操作后,全系统的态翻转为

$$\hat{R}^1(\pi/2)|\Psi_{S_0}^1(t)\rangle = 1/\sqrt{2}\{|g_1 g_2\rangle -$$

$$\cos(gt)|e_1e_2\rangle|0_c\rangle - i\sin(gt)|e_1g_2\rangle|1_c\rangle \quad (57)$$

因此对 $|g_1\rangle$ 探测后,导致原子比特 2 恒为退相干的经典态 $|g_2\rangle$,容易证明 $\hat{R}^I((2n+1)\pi/2)$ ($n=1,2,\dots$)与 $\hat{R}^I(\pi/2)$ 操是等效的.

3.2.2 情形 II 考虑两原子比特初态为第 II 类 Bell 态

图 4(a)~(d)亦分别表明两原子比特初态为 $|\Psi_{12}^{II}(0)\rangle$ 情形下,对腔外原子比特 1 进行 $\hat{R}^{II}(\pi/4)$ 、 $\hat{R}^{II}(\pi/6)$ 、 $\hat{R}^{II}(\pi/2)$ 及 $\hat{R}^{II}(\pi)$ 逻辑门操作下,原子比特 2 约化密度矩阵非对角元 $\rho_{egR}(t)$ 时间演化规律.我们发现情形 II 中 $R^{II}(\theta)$ 操作与情形 I 中 $R^I(\theta+\pi/2)$ 操作存在完全一致性,在图 4(a)~4(d)中表明操作

$$R^{II}(\pi/4) \text{ 与 } R^I(3\pi/4), \hat{R}^{II}(\pi/6) \text{ 与 } R^I(2\pi/3)$$

$$\hat{R}^{II}(\pi) \text{ 与 } \hat{R}^I(3\pi/2), \hat{R}^{II}(\pi/2) \text{ 与 } R^I(\pi)$$

完全一致.这些一致性源于原子比特 1 和 2 的两类 Bell 态存在 $\hat{R}(\pi/2)$ 旋转关联性:即

$$\hat{R}(\pi/2)|\Psi_{12}^I(0)\rangle = |\Psi_{12}^{II}(0)\rangle \quad (58)$$

4 结论

本文研究了初始处于两类 Bell 态的两原子比特,基于操作腔外原子比特控制腔内原子比特相干性时间演化.得出新的结论如下:

在腔内原子比特与腔场相互作用期间,

1)对腔外原子比特操作之前,无论两原子比特初始处于第 I 或第 II 类 Bell 态,腔内原子比特的约化密度矩阵非对角元时间演化始终为零,表明腔内原子比特即总是处于退相干的混合态或经典态,不利于量子计算的实现;

2)当两原子比特初始处于第 I 类 Bell 态时,对腔外原子施 $R^I(\theta)$ 逻辑门操作并作基态测量后:

施 H 门操作,腔内原子比特约化密度矩阵非对角元,呈现周期为 2π 时间演化,除 $gt(2n+1)\pi/2$ 时刻外,腔内原子比特相干性得到恢复;在 $n\pi$ ($n=0,1,2,3,\dots$)时刻,其最大相干叠加态得到制备.

施 H 类门操作,腔内原子比特密度矩阵非对角元演化周期与施 H 门操作一致,仅在 $n\pi$ ($n=0,1,2,\dots$)时刻振幅减小,即相干性减弱,一般相干态得到制备.

3)施位相门和 Y 门操作时,腔内原子比特的特密度矩阵非对角元始终为零,即相干性始终得不到恢复.

4)当两原子比特初始处于第 II 类 Bell 态的情形 II 时,对腔外原子比特施 $\hat{R}^{II}(\theta)$ 操作与情形 I 中施 $\hat{R}^I(\theta+\pi/2)$ 操作时,腔内原子比特相干性时间演化完全等效.

5)对腔外原子比特施逻辑门操作的物理实质是调节腔内原子比特与环境相互作用及纠缠分布;腔内原子比特相干性恢复及相干叠加态制备的必要条件,是两原子比特与环境退纠缠,同时它们之间形成强相干性纠缠态.

本结论可为在噪声环境下单原子比特退相干的克服、为其量子效应在量子计算中的应用提供理论参考.

参考文献

- [1] BENNETT C H, DIVINCENZO D P. Quantum information and computation[J]. *Nature*, 2000, **404**(16): 247-255.
- [2] MEIER F, LEVY J, LOSSL D. Quantum computing with spin cluster qubits[J]. *Physical Review Letters*, 2003, **90**(4): 047901-047904.
- [3] WU Chang-fen. Quantum teleportation between the photon bits and atoms bits first is completed in China[J]. *Frontier Science*, 2008, **2**(5):92.
吴长锋.我国首次实现光子比特与原子比特间的量子隐形传态[J]. 前沿科学, 2008, **2**(5):92.
- [4] LONG G L, LI Y S, ZHANG W L, et al. Dominant gate imperfection in grovers quantum search algorithm[J]. *Physical Review A*, 2000, **61**(4):0423051-0423055.
- [5] DUAN Lu-Ming, GUO Guang-can. Preserving coherence in quantum computation by pairing quantum bits[J]. *Physical Review Letters*, 1997, **79**(10): 1953-1956.
- [6] LIAN Han-li HU Ming-liang. Disentanglement and decoherence in the three-qubit system[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(8): 1688-1692.
连汉丽, 胡明亮. 三量子位系统的消相干和退纠缠[J]. 光子学报, 2008, **37**(8): 1688-1692.
- [7] WANG Pu-yu, YANG Guo-jian. Atomic coherence effect on the formation molecules Via of via photoassociation[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(3): 0543-0547.
王璞玉, 杨国建. 原子相干对光缔合形成分子的影响[J]. 光子学报, 2010, **39**(3): 0543-0547.
- [8] ZHANG Deng-yu. The suppression of two-level atom's decoherence by an external driving field in degenerate two-photon processes[J]. *Acta Physica Sinica*, 2002, **51**(3): 532-535.
张登玉. 消除简并双光子过程中二能级原子的消相干性[J]. 物理学报, 2002, **51**(3): 532-535.
- [9] ZHANG Deng-yu. The suppression of two-level atom's decoherence by an external driving field in degenerate multi-photon processes[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(5):537-540.
张登玉. 简并多光子过程中两能级原子消相干性的消除[J]. 光子学报 2002, **31**(5):537-540.
- [10] ZHANG Cheng-qiang, JI Chang-jian, LIU Meng et al. Decoherence in two-state quantum systems through an external controllable driving field without Rotating wave approximation [J]. *Chinese Journal Of Quantumele Electronics*, 2011, **28**(6): 705-709.
张成强, 姬长建, 刘萌, 等. 非旋波近似下外加驱动场时二态量子系统的退相干[J]. 量子电子学报, 2011, **28**(6): 705-709.
- [11] ZHAO Wen-Lei, WANG Jian-Zhong, DOU Fu-Quan. Decoherence by a classically small influence[J]. *Acta Physica Sinica*. 2012, **61**(24):240302-240306.
赵文垒, 王建忠, 豆福全. 混沌微扰导致的量子退相干[J]. 物理学报, 2012, **61**(24):240302-240306.
- [12] YANG C P, GUO G C. Controllable emission properties of an atom inside a cavity by manipulating the atom outside the cavity[J]. *Physical Letter. (A)*, 1999, **255**(5): 129-132.
- [13] 李承祖 黄明珠, 陈平彤, 梁林梅. 量子通信和量子计算[M]. 长沙:国防科技大学出版社, 2000.
- [14] OH S, LEE S, LEE H W. Fidelity of quantum teleportation through noisy channels[J]. *Physical Review. A*, 2002, **66**(2): 022316-5.
- [15] LU Dao-ming. Remote control entanglement properties of two-atom inside cavities[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(11): 2088-2093.
卢道明. 远程控制原子的纠缠特性[J]. 光子学报, 2010, **39**(11): 2088-2093.