

doi:10.3788/gzxb20144308.0822003

双自由曲面 LED 均匀照明准直透镜设计

孟祥翔^{1,2}, 刘伟奇¹, 冯睿¹, 魏忠伦¹, 周敏³, 杨建明^{1,2}

(1 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 长春, 130033)

(2 中国科学院大学, 北京, 100049)

(3 空军航空大学, 长春, 130033)

摘 要: 为了克服传统 LED 准直器在近场难以实现均匀照明的缺陷, 设计了一种双自由曲面均匀照明准直透镜. 透镜分为折反两部分, 每部分都利用双自由曲面进行匀光和准直. 根据马吕斯定律, 推导了实现光束准直出射的等光程方程, 并将切面迭代法加入等光程条件, 同步计算准直透镜上下自由曲面的面形数据. 仿真分析表明: 对 1 mm×1 mm 的白光 LED 芯片, 84.55% 的能量集中在 $\pm 2^\circ$ 内, 近场照度均匀性达到 94.59%, 远场照度均匀性为 89.01%; 当 LED 芯片尺寸不超过 2.0 mm×2.0 mm 时, $\pm 4^\circ$ 内的能量利用率大于 83.5%, 近场照度均匀性在 90% 以上. 该准直透镜能同时实现近场和远场的均匀照明, 公差符合装配要求, 光能利用率高.

关键词: 非成像光学; 发光二极管; 照明设计; 自由曲面; 几何光学

中图分类号: TN312.8

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2014)08-0822003-6

Design of LED Collimator for Uniform Illumination with Double Freeform Surfaces

MENG Xiang-xiang^{1,2}, LIU Wei-qi¹, FENG Rui¹, WEI Zhong-lun¹, ZHOU Min³, YANG Jian-ming^{1,2}

(1 Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Changchun 130033, China)

(2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

(3 Aviation University for Air Force, Changchun 130022, China)

Abstract: A LED collimator with double freeform surfaces was designed for uniform illumination in both near field and far field. The collimator includes refractive part and reflective part, and each part has double freeform surfaces. Based on Malus Law, the constant optical path length equations that realize the rays collimating were derived. Then associating with tangent-plane iterative method, the date both up freeform surface and down freeform surface simultaneously could be calculated. The simulations show that, 84.55% of the energy is collected in $\pm 2^\circ$ for 1 mm×1 mm size white LED after considering the Fresnel loss, reflective surfaces loss and material absorbing. The uniformity in near field is 94.59%, and the uniformity in far field is 89.01%. The uniformity in near field and the optical efficiency in $\pm 4^\circ$ are above 90% and 83.5% respectively, while the LED chip sizes are under 2 mm×2 mm. It is illustrated that the LED collimator can realize uniform illumination in both near field and far field with high light efficiency and the tolerance meet the requirements of alignment.

Key words: Geometric optics; Nonimaging optics; Light-emitting diodes; Illumination design; Freeform surface

OCIS Codes: 220.4298; 220.2945; 220.2740; 080.3630

基金项目: 国家 863 高技术研究发展计划(No. 2009AA032701)资助

第一作者: 孟祥翔(1988-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为光束整形等. Email: mengxx326@126.com

导师(通讯作者): 刘伟奇(1958-), 男, 研究员, 硕士, 主要研究方向为空间目标成像. Email: liuwq@ciomp.ac.cn

收稿日期: 2013-12-23; **录用日期:** 2014-02-14

<http://www.photon.ac.cn>

0 引言

LED 以其寿命长、尺寸小、低能量损耗、绿色环保等优势被作为新一代照明光源应用于道路照明^[1]、探照灯^[2]和投影照明等领域^[3-5]。然而,LED 自身的空间光强分布使得其很难直接应用到照明领域中,需要对 LED 的空间光强分布重新分配,即 LED 二次光学设计。

LED 二次光学设计主要针对两类问题:一是应用在远距离照明等领域的准直照明;二是应用在投影照明、室内照明、道路照明等领域的对固定目标面的均匀照明。实现 LED 准直照明的设计方法有多种^[2,6-10]。Shuang Zhao^[2]等分析了单个自由曲面折射透镜对光源准直角度的限制,在光源小角度范围使用单自由曲面准直,在大角度范围内使用抛物面反光杯准直,设计了质量轻、准直度高的 LED 探照灯。Guangzhen Wang^[9]等依据非成像理论中的笛卡尔卵圆原理设计了 LED 准直透镜,该透镜在 200 m 处 5 m 半径范围内光效约为 80%。文献[2,9]针对远距离探照,利用单自由曲面的折光能力实现光线准直出射。同步多曲面法^[10]是采用多自由曲面对 LED 光源进行准直的经典方法,可以针对扩展光源进行准直。但这些准直方法都没有加入能量分配,虽然实现了准直照明,但近场照明光斑不均匀,而在紫外 LED 曝光机、LCoS 投影显示等领域中需要近场准直均匀光束照明。固定目标面均匀照明的主要方法为求解微分方程法^[11]和切面迭代法^[12],两种方法都是将 LED 看作点光源,利用目标面与 LED 发光角度的坐标关系和斯涅耳(SNELL)定律求解单个自由曲面上的点坐标。然而这两种方法所设计的单一自由曲面只能实现光强的重新分配,无法同时实现光束的准直。

本文提出了一种利用双自由曲面实现被照空间近场和远场均匀照明的 LED 准直透镜设计方法。根据马吕斯定律,推导了光束准直出射的等光程方程,在切面迭代法中加入等光程条件,同步计算出负责光强分配的下表面和负责光束准直的上表面的面形数据,分析了光源尺寸变化对透镜匀光和准直性能的影响,并进行了公差分析。

1 设计原理

1.1 等光程准直原理

马吕斯定律^[12]指出垂直于波面的光线束经过任意多次反射和折射以后,出射光束仍垂直于出射波面,并且入射波面与出射波面对应点之间的光程均为定值。根据马吕斯定律,若把 LED 光源看作点光源,在经过准直之后,出射波面为平面波,点光源发出的所有光线到达平面波对应点时经过的光程恒定。如图 1 所示,

以 LED 发光角 φ_M 为临界角,LED 均匀照明准直透镜分为折射和反射两部分,该均匀照明准直透镜出射光斑为圆形,可仅考虑二维平面上光轴右侧的一半,然后旋转 360°成实体。

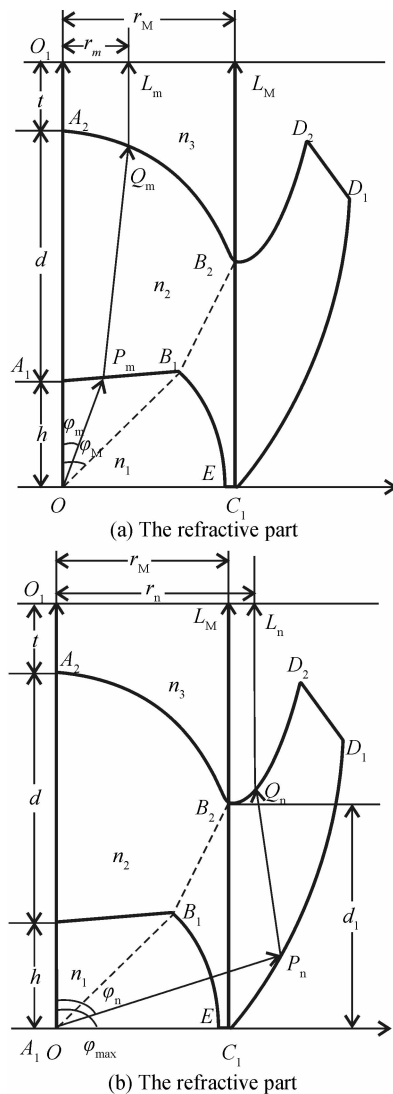


图 1 LED 准直透镜示意图

Fig. 1 Scheme LED collimator

图 1(a)为折射部分,自由曲面 A_1B_1 和自由曲面 A_2B_2 对 LED 点光源发出的 $[0, \varphi_M]$ 内的光束进行匀光和准直。LED 在原点处,自由曲面 A_1B_1 的 A_1 点距离光源 h ,透镜厚度为 d ,目标面距离透镜 t , t 可以任取。在目标面上选半径 r_M 的圆作为折射部分对 $[0, \varphi_M]$ 内光通量的接收区域。将 LED 光源看作朗伯体,光源发光强度为 $I = I_0 \cos \varphi$, I_0 为沿 z 轴方向光强,目标面均匀照度为 E ,根据能量守恒可得: $I_0/E = r_M^2/\sin^2 \varphi_M$ 。光源发光角 φ_m 与目标区域半径 r_m 的坐标关系为

$$r_m = \frac{r_M \sin \varphi_m}{\sin \varphi_M} \quad (1)$$

光线 OP_m 长度为 ρ_m ,经过自由曲面 A_1B_1 在 P_m 点的折射,入射到自由曲面 A_2B_2 的 Q_m 点, Q_m 点坐标

为 (r_m, z_m) , r_m 通过式(1)求出, 经过 Q_m 点折射后准直入射到目标曲面上点 L_m , 点 L_m 坐标为 $(r_m, h+d+t)$. 光源发出 φ_m 角的光线到达目标面点 L_m 所经过的光程等于轴上光线由 O 点到目标面点 O_1 所经过的光程, 由此推得

$$z_m = \left\{ -[(1-a)d - a\rho_m]a - \rho_m \cos \varphi_m \right\} / (a^2 - 1) - \left\{ [(1-a)d - a\rho_m]a + \rho_m \cos \varphi_m \right\}^2 - (a^2 - 1)C \right\}^{1/2} / (2(a^2 - 1)) \quad (2)$$

式中 $a = n_1/n_2$, $C = [(1-a)d - a\rho_m]^2 - (r_m - \rho_m \sin \varphi_m)^2 - (\rho_m \cos \varphi_m)^2$, n_1 为光线入射前介质折射率, n_2 为透镜折射率; 在求解过程中舍去了一个没有物理意义的解.

图 1(b)为反射部分, 曲面 B_1E 为球心在 O 点、半径为 OB_1 的球面; LED 点光源发出的 $[\varphi_m, \varphi_{\max}]$ 内的光线经过球面 B_1E 之后, 不发生折射, 由反射面 C_1D_1 和自由曲面 B_2D_2 进行匀光和准直. 令 $\varphi_{\max} = \pi/2$, 最大发散角出射光线 OC_1 沿 x 轴出射, 经 C_1 点反射后准直入射到 B_2 点, 即 B_2 的横坐标与 C_1 点的横坐标同为 r_m ; 光线经过 B_2 点后的出射光线和光源发散角为 φ_m 时的出射光线重合, 均准直入射到目标面 L_m 处. LED 光源发出的 $[\varphi_n, \varphi_{\max}]$ 内的光通量经过透镜配光准直后入射到目标面半径在 $[r_m, r_n]$ 之间的圆环内, 该圆环内的照度与 $[0, r_m]$ 区域内的照度相等, 同为 E ; 由能量守恒可推出反射部分光源发光角与目标面的坐标关系为

$$r_n = \sqrt{r_m^2 + \left(\frac{r_m}{\sin \varphi_m} \right)^2 (\sin^2 \varphi_{\max} - \sin^2 \varphi_n)} \quad (3)$$

光源发出 φ_n 角 ($\varphi_n \in [\varphi_m, \varphi_{\max}]$) 的光线到达目标面 L_n 点所经过的光程等于最大发光角光线由 O 点到目标面 L_m 点所经过的光程. 设 B_2 点的纵坐标为 d_1 , 自由曲面 B_2D_2 上 Q_n 点的坐标为 (r_n, z_n) , OB_1 长度为 h_1 , OP_n 长度为 ρ_n , 令透镜在同一介质中, 介质折射率为 n_1 , 根据光程守恒可得

$$z_m = \frac{-a[r_m - \rho_n + d_1(1-a)] - \rho_n \cos \varphi_n}{a^2 - 1} - \frac{\sqrt{\{a[r_m - \rho_n + d_1(1-a)] + \rho_n \cos \varphi_n\}^2 - (a^2 - 1)C}}{a^2 - 1} \quad (4)$$

式中

$$C = [r_m - \rho_n + d_1(1-a)]^2 - (r_n - \rho_n \sin \varphi_n)^2 - (\rho_n \cos \varphi_n)^2 \quad (5)$$

与式(2)类似, 在求解过程中同样舍去了一个没有物理意义的解.

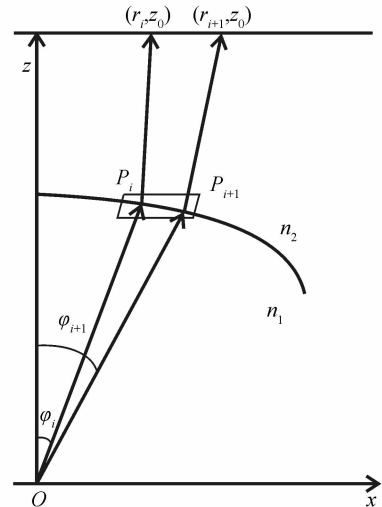
由式(1)~(4)可知, 自由曲面 A_2B_2 和 B_2D_2 上点的坐标 (r_m, z_m) 和 (r_n, z_n) 分别是 ρ_m, φ_m 和 ρ_n, φ_n 的函数, ρ_m, φ_m 和 ρ_n, φ_n 又分别代表着自由曲面 A_1B_1 和 C_1D_1 上点的坐标, φ_m 和 φ_n 为已知条件, 因此, 只要求出 ρ_m 和 ρ_n 即可同步求得上下两自由曲面上对应点的

坐标值.

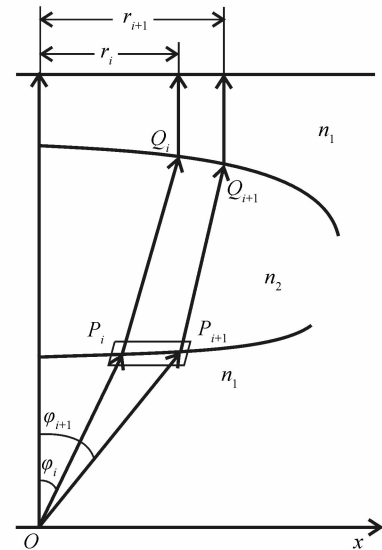
1.2 双自由曲面均匀准直照明

固定面实现均匀照明的单自由曲面切面迭代法如图 2(a). 根据能量守恒确定光源发光角 φ_i 与目标面横坐标 r_i 的对应关系, 若已知自由曲面上 P_i 点的位置, 则 P_i 点处的入射光线和折射光线可由 φ_i 和 r_i 确定, 此时可以根据 SNELL 定律求出 P_i 点处单位法向量, 通过点法式可求得 P_i 点处切面的方程. φ_{i+1} 决定 P_{i+1} 点的入射向量, 可求得该向量和 P_i 点处切面的交点坐标, 该点即为 P_{i+1} 点. 通常选择 P_i 的起始点为自由曲面与 z 轴的交点, 一直循环下去, 即可求得自由曲面面形数据.

双自由曲面均匀准直照明如图 2(b), 透镜上下表面均为自由曲面, 首先确定 φ_i 与 r_i 的坐标关系, 若已知 P_i 和 Q_i 的坐标, 可利用 P_i 处的入射光线单位矢量和出射光线单位矢量根据 SNELL 定律求出下自由曲面



(a) Single freeform surface for uniform illumination



(b) Double freeform surface for uniform illumination

图 2 均匀准直照明

Fig. 2 Uniform collimating illumination

P_i 点处的单位法向量,再求出 P_i 点处的切面方程。 φ_{i+1} 角发出的光线与 P_i 点处切面方程的交点即为 P_{i+1} 点。此时 P_{i+1} 点坐标已知, Q_{i+1} 点处的横坐标 r_{i+1} 可求 φ_{i+1} 求出,在此处加入等光程条件,利用式(2)、(4)即可求出 Q_{i+1} 点处的纵坐标 z_{i+1} ; 求出 P_{i+1} 点处的切面方程,依然选择轴上点为初始点,如此循环下去,即可同步求得上下自由曲面的面形数据。反射部分两自由曲面的面形数据可在求出图 1 中 B_1 和 B_2 的坐标后,使用相同的方法求得。

2 设计结果及分析

2.1 设计结果

选择初始参量 $h=7$ mm,透镜厚度 $d=18$ mm, t 值取为 0;光源最大发散角 $\varphi_{\max}=\pi/2$,折射部分收集光源的最大发散角 $\varphi_M=\pi/4$,对应的目标面圆环最大半径 $r_M=12$ mm;透镜置于空气中,空气折射率 $n_1=n_3=1$,透镜材料为聚甲基丙烯酸甲酯(Polymethyl Methacrylate,PMMA),折射率 $n_2=1.494$ 。首先计算折射部分,对光源发光角 $[0,\varphi_M]$ 进行离散,离散间隔 $\Delta\varphi=\varphi_M/K$,为保证计算准确度, K 取大于 200 的整数,根据式(1)计算光源 $[0,\varphi_M]$ 内的发光角对应目标区域的半径 r_m ;初始值 $\rho_1=h,z_1=h+d$,根据 ρ_m,φ_m,r_m,z_m 的值计算出 ρ_{m+1} 之后,再根据式(2)由 ρ_{m+1},φ_{m+1} 和 r_{m+1} 计算出 z_{m+1} ,并循环至计算出 B_1,B_2 的坐标为止;然后再以 B_1,B_2 的坐标作为已知条件计算反射部分,根据式(3)计算光源 $[\varphi_M,\varphi_{\max}]$ 内的发光角对应目标区域的半径 r_n ,与计算折射部分类似,且 $[\varphi_M,\varphi_{\max}]$ 内角度的离散数目也为 K ;在计算出 ρ_{n+1} 之后再根据式(4)计算 z_{n+1} 。需要注意的是反射部分计算时,反射前后的折射率相等均为 n_2 。

在计算完面形数据之后,将离散点坐标保存为 TXT 文件,导入 UG 中并旋转 360° 得到准直透镜实体,透镜半口径为 20 mm,高 25 mm,以 $1\text{ mm}\times 1\text{ mm}$ 的 LED 作为光源,加入白光光谱,光线追迹图如图 3。

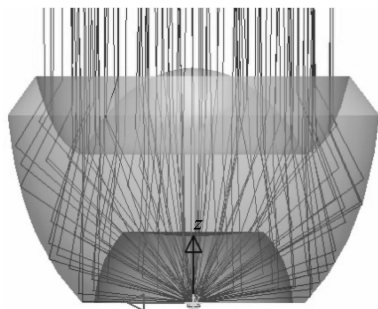


图 3 $1\text{ mm}\times 1\text{ mm}$ LED 光源光线追迹图

Fig. 3 Ray trace for $1\text{ mm}\times 1\text{ mm}$ LED source

在 z 轴上依次选取 $z_1=50$ mm, $z_2=100$ mm, $z_3=10\ 000$ mm, $z_4=200\ 000$ mm 作为接收面,追迹光线 100 万条,各接收面上的照度分布和光斑尺寸如图 4。

由图 4 可知,在 200 m 处接收面光斑直径约为 7 m,此时出射光束发散半角约为 2° ,在计入菲涅尔损失和透镜材料的吸收后,该发散角范围内的光能利用率为 84.55%。利用式(6)计算图 5 中平顶区域的照度均匀性^[14]

$$U = \left(1 - \frac{E_{\max} - E_{\text{mean}}}{E_{\text{mean}}}\right) \times 100\% \quad (6)$$

式中 E_{\max} 为目标区域内的照度最大值, E_{mean} 为目标区域内的照度平均值。在 z_1, z_2, z_3, z_4 处分别选取半径为 17, 17, 323, 6 451 mm 的圆形区域,计算得到的照度均匀性依次为 94.59%, 91.30%, 88.52%, 89.01%; 计入菲涅尔损失和透镜材料的吸收后,各平顶区域内的能量利用率依次为 85.19%, 81.47%, 74.21%, 74.30%。

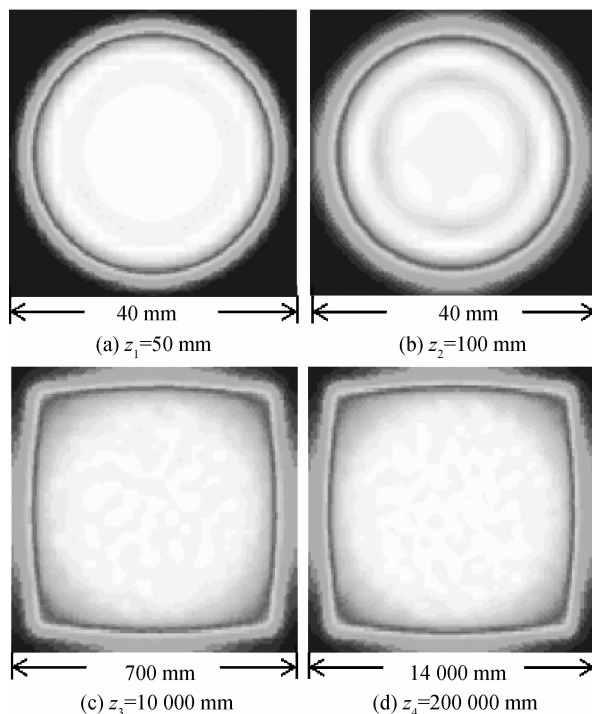


图 4 不同距离处目标面照度分布

Fig. 4 Illuminance map on target plane at different distances

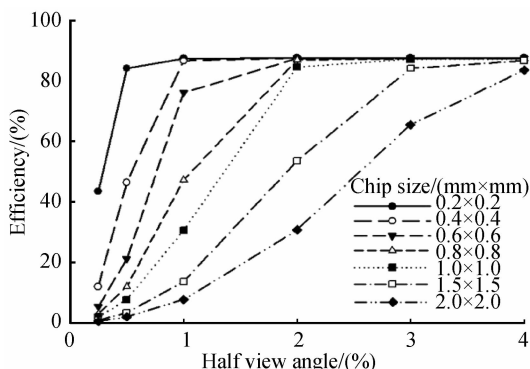


图 5 不同 LED 芯片尺寸在不同半角内的发光效率

Fig. 5 The efficiency in different half view angle with different LED chip sizes

2.2 芯片尺寸影响分析

透镜面形数据是在点光源的前提下计算得到,当用扩展光源追迹光线时,会使出射光线引入发散角,在出射空间各截面上光线入射点相比理想准直情况会发生一定的偏离.因此有必要对 LED 芯片尺寸对光斑均匀性和发光效率的影响进行分析,模拟中仍以白光 LED 为光源.表 1 为不同芯片尺寸下,该透镜出射光束

在不同半角内的发光效率,并在图 5 中画出.表 2 为不同芯片尺寸下, z_1 处半径 17 mm 内光斑均匀性.

由表 1 可得,对于 1.0 mm(1.0 mm 尺寸的 LED 芯片,该透镜在 $\pm 2^\circ$ 内的发光效率达到 84.55%.由表 2 可得,当 LED 芯片不超过 2.0mm \times 2.0mm 时, z_1 处的照度均匀性在 90%以上.

表 1 不同 LED 芯片尺寸在不同半角内的发光效率

Table 1 The efficiency in different half view angle with different LED chip sizes

Chip size/(mm \times mm)	0.25°	0.5°	1°	2°	3°	4°
0.2 \times 0.2	43.44%	84.13%	87.44%	87.59%	87.59%	87.60%
0.4 \times 0.4	11.87%	46.43%	86.59%	87.52%	87.52%	87.52%
0.6 \times 0.6	5.32%	21.17%	76.08%	87.37%	87.41%	87.41%
0.8 \times 0.8	2.98%	11.97%	47.17%	86.94%	87.32%	87.32%
1.0 \times 1.0	1.94%	7.65%	30.57%	84.55%	87.17%	87.20%
1.5 \times 1.5	0.84%	3.35%	13.61%	53.55%	84.16%	86.65%
2.0 \times 2.0	0.49%	1.92%	7.66%	30.68%	65.43%	83.59%

表 2 不同 LED 芯片尺寸在 z_1 处的照度均匀性

Table 2 The illumination uniformity in z_1 with different LED chip sizes

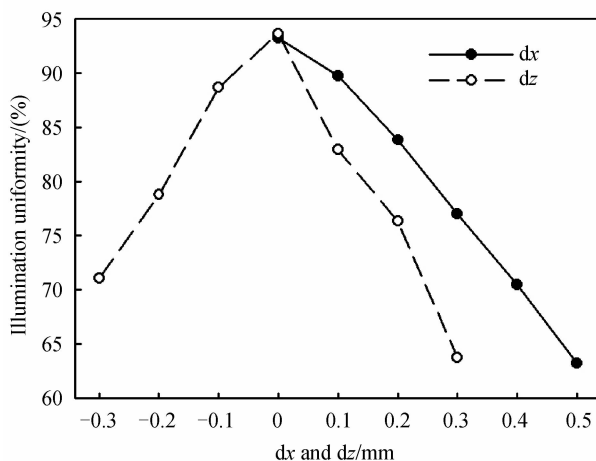
Chip size/(mm \times mm)	0.2 \times 0.2	0.4 \times 0.4	0.6 \times 0.6	0.8 \times 0.8	1.0 \times 1.0	1.5 \times 1.5	2.0 \times 2.0
Illumination uniformity/(%)	96.29	95.45	95.38	95.13	94.59	93.69	90.94

2.3 公差分析

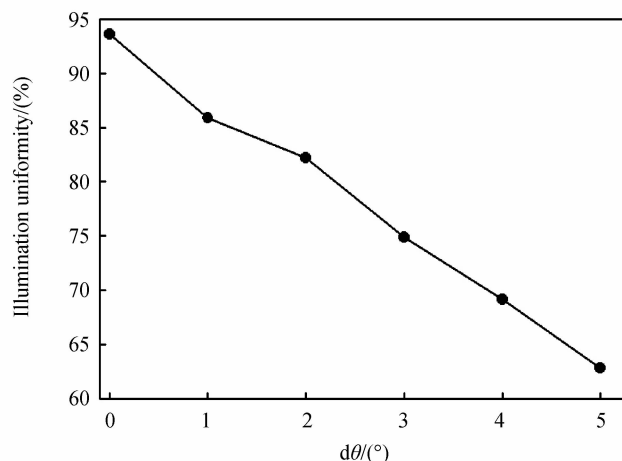
分别以 z_1 处的照度均匀性和光轴两侧 $\pm 2^\circ$ 发散角内的发光效率作为评估值,分析透镜安装时的横向位移误差 dx 、纵向位移误差 dz 和光轴相对于 LED 发光面法线的倾斜角误差 $d\theta$ 对二者的影响.其中 dz 为正值时,代表透镜相对于 LED 芯片沿光轴正向移动的距离, dz 为负值时,代表透镜相对于 LED 芯片沿光轴负向移动的距离.

安装误差分析结果如图 6,由图 6 可知, dx 、 dz 、 $d\theta$ 对 z_1 处照度均匀性影响较大,其中正 dz 相比起 dx 及

负 dz ,对 z_1 处照度均匀性及光轴两侧 $\pm 2^\circ$ 发散角内的发光效率更为敏感;当透镜相对于 LED 芯片沿光轴方向的位移误差和 dx 在 $[0,3\text{mm}]$ 范围内时,发光效率下降不明显; $d\theta$ 基本不会影响光轴两侧 $\pm 2^\circ$ 发散角内的发光效率,这是因为当透镜光轴相对于 LED 发光面法线有一定的倾斜角误差 $d\theta$ 时,透镜的出光方向发生改变,但仍以透镜的光轴为中心分布,出射光束的发散角改变不大,因而在光轴两侧 $\pm 2^\circ$ 发散角内的发光效率基本不变.



(a) dx and dz versus the illumination uniformity at z_1



(b) $d\theta$ versus the illumination uniformity at z_1

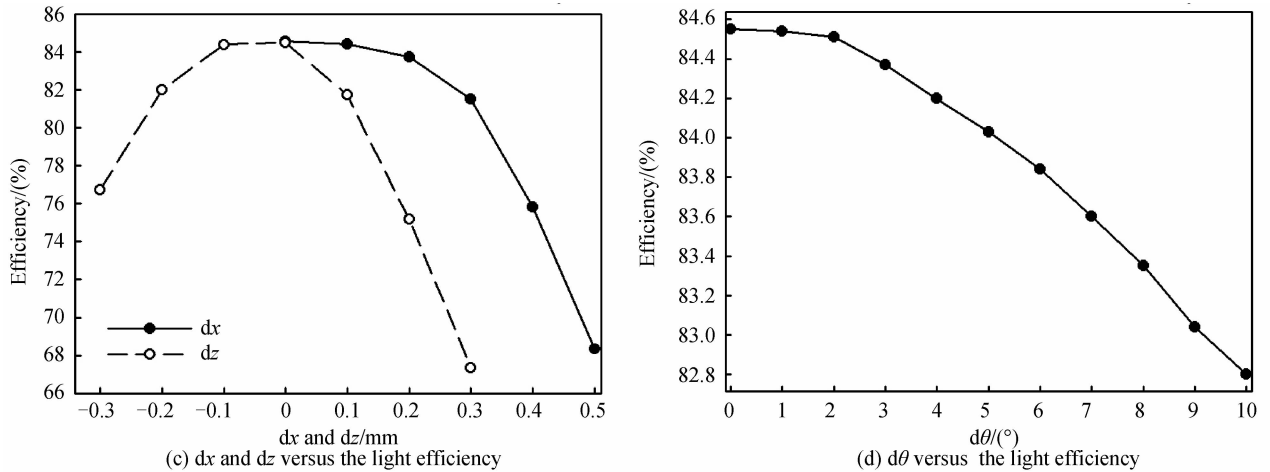


图6 公差分析结果

Fig. 6 The results of tolerance analysis

3 结论

根据马吕斯定律及非成像光学的相关理论,设计了一种被照空间近场和远场都能均匀照明的LED准直透镜.该准直透镜由折射和反射两部分组成,每部分都包括上下两个自由曲面.经过光学软件模拟,对于 $1\text{ mm}\times 1\text{ mm}$ 尺寸的白光LED芯片,84.55%的能量集中在 $\pm 2^\circ$ 内,近场照度均匀性达到94.59%,平顶区域内光能利用率达到85.19%,远场照度均匀性为89.01%,平顶区域内光能利用率达到74.30%.当LED芯片不超过 $2.0\text{ mm}\times 2.0\text{ mm}$ 时,在 $\pm 4^\circ$ 内的能量利用率大于83.5%,近场照度均匀性在90%以上.对该准直透镜进行了装配误差分析,结果表明透镜相对于LED芯片沿光轴正向的位移误差对近场照度均匀性及发光效率影响较大,透镜光轴相对于LED发光面法线的倾斜角误差基本不会影响光轴方向上的发光效率.该准直透镜具有近场均匀准直照明的优势,不仅可以应用在传统准直透镜的聚光灯、探照灯等领域,还可以应用到紫外LED曝光机、LCoS投影显示等领域.

参考文献

- [1] JOO J Y, WAN H K, PARK S S, *et al.* Design and manufacturing of LED primary optics for road lighting engine [C]. SPIE, 2012, 8550855020.
- [2] SHUANG Z, KAI W, FEI C, *et al.* Lens design of LED searchlight of high brightness and distant spot [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2011, **28**(5): 815-820.
- [3] LUO Xiao-xia, LIU Hua, Lu Zhen-wu, *et al.* Automated optimization of free-form surface lens for LED collimation [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(9): 1351-1355.
罗晓霞, 刘华, 卢振武, 等. 实现LED准直照明的优化设计 [J]. 光子学报, 2011, **40**(9): 1351-1355.
- [4] ZHANG Hang, HE Ye-mei, LI Dong, *et al.* Design for Fresnel reflector of uniformity light LED tubes based on ellipse flow-line methods with equipartition and foci map [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2012, **41**(4): 421-424.
张航, 贺叶美, 李栋, 等. 基于均分配焦椭流线法的LED匀光管菲涅尔反射器设计 [J]. 光子学报, 2012, **41**(4): 421-424.
- [5] CHEN Rui, CEN Song-yuan, JIN Shang-zhong. A machine vision illumination system based on simultaneous multiple surfaces design [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2013, **42**(8): 956-961.
陈瑞, 岑松原, 金尚忠. 基于同步多曲面法的发光二极管机器视觉照明设计 [J]. 光子学报, 2013, **42**(8): 956-961.
- [6] CHEN J J, WANG Y W, HUANG K L, *et al.* Freeform lens design for LED collimating illumination [J]. *Optics Express*, 2012, **20**(10): 10984-10995.
- [7] CHEN J J, LIN C T. Freeform surface design for a light-emitting diode - based collimating lens [J]. *Optical Engineering*, 2010, **49**(9): 093001.
- [8] WANG G Z, WANG L L, LI F L, *et al.* Collimating lens for light-emitting-diode light source based on non-imaging optics [J]. *Applied Optics*, 2012, **51**(11): 1654-1659.
- [9] DEJAN G, PABLO B, JUAN C. M., *et al.* TIR RXI collimator [J]. *Optics Express*, 2012, **20**(S1): A51-A61.
- [10] PABLO B, JUAN C. M., JOSE B., *et al.* Simultaneous multiple surface optical design method in three dimensions [J]. *Optical Engineering*, 2004, **43**(7): 1489-1502.
- [11] ZHENG Z R, HAO X, LIU X. Freeform surface lens for LED uniform illumination [J]. *Applied Optics*, 2009, **48**(35): 6627-6634.
- [12] WANG L, QIAN K Y, LUO Y. Discontinuous free-form lens design for prescribed irradiance [J]. *Applied Optics*, 2007, **46**(18): 3716-3723.
- [13] 张以谟. 应用光学 [M]. 第三版, 北京: 电子工业出版社, 2008.
- [14] MENG Xiang-xiang, LIU Wei-qi, Liu Hua, *et al.* A reflective optical system for converting elliptical Gaussian laser beam to flat-top beam [J]. *Chinese Journal of Luminescence*, 2013, **34**(7): 940-947.
孟祥翔, 刘伟奇, 柳华, 等. 反射式椭圆高斯光束平顶整形系统 [J]. 发光学报, 2013, **34**(7): 940-947.