

doi:10.3788/gzxb20144308.0819001

啾啾系数对飞秒脉冲的分裂及光谱性质的影响

王振东, 吴晓梅, 刘婷婷, 马建玲, 肖静

(泰山学院 物理与电子工程学院, 山东 泰安, 271021)

摘 要: 利用预估校正-时域有限差分法求得不含慢变包络近似和旋转波近似的全波 Maxwell-Bloch 方程的数值解, 在 Λ 型三能级原子介质中研究了啾啾系数 C 对传播中的飞秒 Gauss 型脉冲分裂情况及光谱性质的影响. 结果表明: 面积小于等于 3π 的啾啾脉冲在介质中不出现分裂, 但脉冲啾啾会引起脉冲频谱的震荡; 对于 4π 面积啾啾脉冲, 啾啾系数 C 较小时脉冲在介质中发生分裂, C 较大的脉冲不再产生分裂, 即分裂的子脉冲数量减少; 随着 C 增大, 脉冲中心频率附近频谱震荡愈加剧烈, 高频成分的范围及强度明显减小; 对于大面积 8π 脉冲, 脉冲分裂情况与 4π 情况相似, 但随 C 增大, 脉冲高频成分的范围和强度没有明显变化, 而高频成分中的峰值分布却显著不同.

关键词: 啾啾系数; 飞秒脉冲; 传播; 脉冲分裂; 光谱

中图分类号: O431.2

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2014)08-0819001-6

Effect of Chirp Coefficient on Pulse Splitting and Spectral Properties of Femtosecond Pulse

WANG Zhen-dong, WU Xiao-mei, LIU Ting-ting, MA Jian-ling, XIAO Jing

(School of Physics and Electronics Engineering, Taishan University, Tai'an, Shandong 271021, China)

Abstract: The effect of chirp coefficient (C) on pulse splitting and spectral properties of femtosecond Gaussian pulse propagating in a three-level Λ -type atomic medium were investigated by using the numerical solution of the full Maxwell-Bloch equations without the slowly varying envelope and the rotating-wave approximations. It is shown that, when area of the chirped pulse is smaller than or equal to 3π , regardless of size of the C , pulse splitting doesn't occur, but the oscillation of the spectral component near the central frequency becomes more severe with the increasing of the C ; when the 4π area pulse with smaller value of C propagates in the mediums, pulse splitting occurs, but the splitting doesn't occur for the 4π area pulse with bigger value of C ; and the oscillation of the spectral component near the central frequency becomes more severe and the pulse spectral bandwidth and the strength of the spectral component with higher frequency decrease obviously with the increasing of the C . For the pulse with larger area 8π , the case of pulse splitting is similar to 4π pulse, the pulse spectral bandwidth and the strength of the spectral component with higher frequency are not varied evidently with the increasing of the C , but distributions of peak values of the spectral component with higher frequency are very different for the puls with different values of the C .

Key words: Chirp coefficient; Femtosecond pulse; Propagation; Pulse splitting; Spectrum

OCIS Codes: 270.5530; 190.5530; 190.7110

0 引言

超短激光脉冲在物理、化学、生物等学科领域具有

广阔的应用前景, 其与物质的相互作用已成为非线性光学研究领域之一^[1-5]. 对长脉冲, 可以采用慢变包络近似 (Slowly Varying Envelop Approximation, SVEA)

基金项目: 山东省自然科学基金 (No. ZR2011AL011) 资助

第一作者: 王振东 (1965-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为光与物质相互作用. Email: wzd1556@126.com

收稿日期: 2013-12-17; 录用日期: 2014-04-03

<http://www.photon.ac.cn>

和旋转波近似(Rotating-Wave Approximation, RWA)求解 Maxwell-Bloch(M-B)方程,得到的面积定理^[6-7]可以解释自感应透明、脉冲压缩等现象,但是对超短脉冲,计算中的近似不再适用^[2,8-10].人们已采用不含 SVEA 和 RWA 的 M-B 方程对超短脉冲在二能级介质中的传播问题进行了大量研究^[1,8-14],而超短脉冲在三能级系统中的传播和激发问题也引起人们的极大兴趣^[15-20].

在超短超强激光的应用中,啁啾脉冲应用非常广泛.频率啁啾对超短脉冲的电场分布具有直接影响,由此成为调控脉冲与介质作用的重要参量,其在粒子数迁移、高次谐波产生、多光子跃迁、电子加速、等离子体细丝传输等领域都产生了诸多有价值的成果^[21-26].目前前置脉冲啁啾技术发展日趋成熟,人们已经可以获得具有稳定啁啾参量的啁啾脉冲^[27-28],这为研究超短超强啁啾脉冲与物质的相互作用提供了理想工具.Klaus 和 Shaw 研究了脉冲形状及频率啁啾对光孤子稳定性的影响^[29].Desaix 等研究了啁啾脉冲在光学非线性克尔介质中的传播特性^[30].Centini 等测量了啁啾脉冲在 GaAs 腔中的信号传播速度及群速度,发现啁啾对脉冲群速度影响很大,而对信号传播速度几乎没有影响^[31].刘军等讨论了负啁啾高强度飞秒脉冲在正常色散材料中传输特性^[32].另外,宋晓红等研究了稀疏二能级介质中周期量级激光脉冲啁啾量子相干控制光谱效应^[33].李斌等数值模拟了啁啾超短激光脉冲对二能级体系特性的调控^[34].但是关于超短啁啾脉冲在三能级原子介质中传播时的分裂及光谱特性的研究未见报道.

预估矫正-时域有限差分(Predictor-Corrector and Finite-Difference Time-Domain method, PC-FDTD)方法已经被证明是精确求解电磁场问题中的 M-B 方程的有效方法^[2,8-10,15-20].本文利用由 PC-FDTD 方法求得的不含 SVEA 和 RWA 的全波 M-B 方程的数值解,研究了在 Λ 型三能级原子介质中脉冲啁啾系数数值大小的变化对飞秒 Gauss 型脉冲分裂情况及光谱性质影响.

1 系统模型和运动方程

考虑飞秒啁啾 Gauss 型激光脉冲在 Λ 型三能级原子(图 1)组成的介质中传播.对 Λ 型三能级⁸⁷Rb 原子来说,能级 $|3\rangle$ 、 $|2\rangle$ 和 $|1\rangle$ 分别对应 $5S_{1/2}$ ($F=1$)、 $5S_{1/2}$ ($F=2$) 和 $5P_{3/2}$ ($F'=1$),相关的原子介质参量值也都是对应于这种能级结构的⁸⁷Rb 原子.

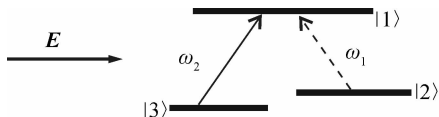


图 1 Λ 型三能级原子系统

Fig. 1 Energy levels of Λ -type atomic system

设脉冲光场沿 z 方向传播,电场 E_x 沿 x 方向极化,磁场 H_y 沿 y 方向极化,则 Maxwell 方程为

$$\partial_t H_y = -\frac{1}{\mu_0} \partial_z E_x \quad (1)$$

$$\partial_t E_x = -\frac{1}{\epsilon_0} \partial_z H_y - \frac{1}{\epsilon_0} \partial_t P_x \quad (2)$$

式中 $P_x = -N(\mu_{12} u_1 + \mu_{13} u_3)$ 是介质宏观非极化强度, N 为介质粒子数密度.

采用代换 $u_1 = \rho_{12} + \rho_{21}$, $u_2 = \rho_{23} + \rho_{32}$, $u_3 = \rho_{13} + \rho_{31}$, $u_4 = -i(\rho_{12} - \rho_{21})$, $u_5 = -i(\rho_{23} - \rho_{32})$, $u_6 = -i(\rho_{13} - \rho_{31})$, $u_7 = \rho_{22} - \rho_{11}$, $u_8 = \rho_{33} - \rho_{11}$, 可将系统矩阵元 ρ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) 的复数密度矩阵运动方程写为实数形式,即

$$\dot{u}_1 = \omega_1 u_1 - \Omega u_5 - \gamma_1 u_1 \quad (3)$$

$$\dot{u}_2 = (\omega_2 - \omega_1) u_2 + \Omega u_4 + \beta \Omega u_6 - \gamma_2 u_2 \quad (4)$$

$$\dot{u}_3 = \omega_2 u_6 + \beta \Omega u_5 - \gamma_3 u_3 \quad (5)$$

$$\dot{u}_4 = -\omega_1 u_1 - 2\beta \Omega u_7 - \Omega u_2 - \gamma_4 u_4 \quad (6)$$

$$\dot{u}_5 = -(\omega_2 - \omega_1) u_2 + \Omega u_1 - \beta \Omega u_3 - \gamma_5 u_5 \quad (7)$$

$$\dot{u}_6 = -\omega_2 u_3 - \beta \Omega u_2 - 2\Omega u_8 - \gamma_6 u_6 \quad (8)$$

$$\dot{u}_7 = 2\beta \Omega u_4 + \Omega u_6 - \gamma_7 u_7 \quad (9)$$

$$\dot{u}_8 = 2\Omega u_6 + \beta \Omega u_4 - \gamma_8 u_8 \quad (10)$$

在实数形式的 Bloch 方程中, ω_1 和 ω_2 分别表示从能级 $|1\rangle$ 到能级 $|2\rangle$ 及从能级 $|1\rangle$ 到能级 $|3\rangle$ 的跃迁频率; $\beta = \mu_{12}/\mu_{13}$ 为跃迁偶极矩比值, μ_{ij} 是能级 i 和 j 之间的跃迁偶极矩; $\Omega = \mu_{13} E_x/\hbar$ 表示与外场 E_x 相关的 Rabi 频率; γ_m ($m=1, 2, \dots, 8$) 为 u_m 的迟豫速率.

利用 PC-FDTD 方法求 Maxwell 方程和 Bloch 方程的解析解.对于初始入射的飞秒啁啾 Gauss 型脉冲,其电场和磁场为

$$E_x(t) = E_{x0} \exp[-2\ln(2)(t-z_0/c)^2/\tau_p^2] \cdot \cos[\omega_p(t-z_0/c) + 2C\ln(2)(t-z_0/c)^2/\tau_p^2] \quad (11)$$

$$H_y(t) = \left(\frac{\epsilon_0}{\mu_0}\right)^{1/2} E_x(t) \quad (12)$$

式中 ϵ_0 和 μ_0 是真空电容率及真空磁导率; E_0 为初始入射脉冲的电场强度, τ_p 是脉宽即脉冲包络的半高宽度, c 为真空中的光速, ω_p 为脉冲的中心频率, C 为啁啾 Gauss 型脉冲的啁啾系数.入射脉冲的面积为 $A = \mu_{13} E_0 \tau_p \pi/2.087\hbar$, z_0 的选取是为了保证初始时刻 $t_0=0$ 脉冲进入介质很少. $u_7(0)=0$, $u_8(0)=1$, 其它 $u_m=0$ ($m=1, 2, \dots, 6$), 即初始时刻原子都处于基态 $|3\rangle$. 脉冲和介质的参数取为 $\omega_1 = 2.41523 \text{ fs}^{-1}$, $\omega_2 = 2.41527 \text{ fs}^{-1}$, $\omega_p = 2.41527 \text{ fs}^{-1}$, $\beta = 1$, $\gamma_m = 1.0 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$ ($m=1, 2, \dots, 8$), $\mu_{13} = 3.584 \times 10^{-29} \text{ Asm}$, $N = 6 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$.

2 数值结果及分析

数值计算表明,面积小于等于 3π 的 Gauss 型啁啾

脉冲,无论是正啁啾脉冲还是负啁啾脉冲,也无论啁啾数值大小如何,都不产生分裂.图2是啁啾系数 $C=0$ 及 $C=2$ 的 3π 脉冲,传播到 $z=48\ \mu\text{m}$ 处的脉冲演化,显然两脉冲都没有出现分裂,但是 $C=2$ 的 3π 啁啾脉冲与传播到同一距离的 $C=0$ 的无啁啾脉冲相比,传播出现了延迟,且其振幅也明显小于无啁啾脉冲情况.图2(b)及(c)是与图2(a)相对应的 $C=0$ 及 $C=2$ 的 3π 脉冲传播到 $z=48\ \mu\text{m}$ 处的频谱,从中看出 3π 啁啾脉冲基本上没有新的高频成分产生,从各自插图显示的中

心频率附近处 $0.8\omega_p \sim 1.2\omega_p$ 的放大图看出,随啁啾系数的增大,中心频率附近频谱震荡加剧,数据计算显示,脉冲传播到介质中的其它距离时的情况与传播到 $z=48\ \mu\text{m}$ 处的情况相似.产生上述现象的原因是,在 3π 啁啾脉冲与介质相互作用过程中,由于脉冲载波效应和脉冲啁啾的共同影响,啁啾脉冲产生了脉冲整形,特别是大啁啾脉冲整形更为剧烈,脉冲振幅明显减小,同时引起中心频率附近光谱更为剧烈的振荡.

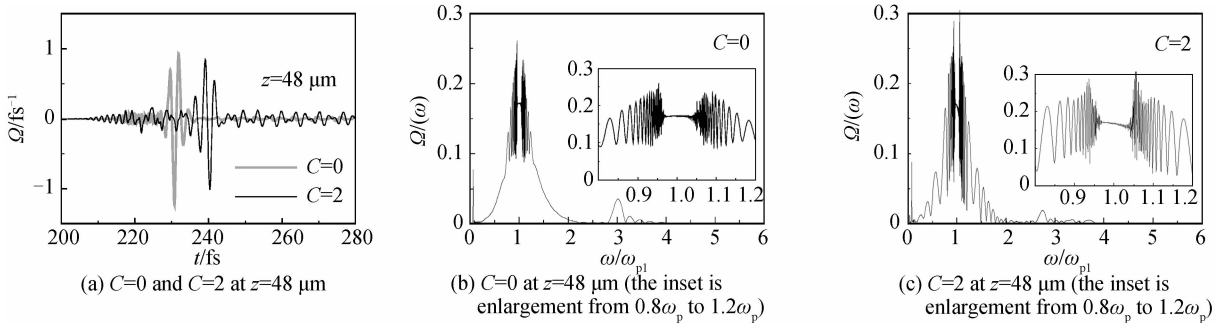


图2 3π 啁啾脉冲演化及频谱

Fig. 2 Temporal evolutions and spectra of 3π chirped pulses

对于面积大于 3π 啁啾高斯脉冲,图3给出了啁啾系数 $C=0$ 的无啁啾 4π 脉冲在 $N=6 \times 10^{25}\ \text{m}^{-3}$ 的介质中,传播到 $z=0, 24, 48, 72\ \mu\text{m}$ 处的脉冲演化.由图3可见脉冲在传播过程中分裂为两个子脉冲,随传播距

离的增大,两子脉冲的距离增大.

数值计算表明,脉冲啁啾对 4π 脉冲的分裂有显著影响.图4是啁啾系数 $C=0, 1, 3$ 的 4π 脉冲在粒子数密度 $N=6 \times 10^{25}\ \text{m}^{-3}$ 的介质中,传播到 $z=48\ \mu\text{m}$ 处脉冲的演化.由图4(b)看出,啁啾系数 $C=1$ 的 4π 脉冲也分裂为两个子脉冲,但分裂出的第二子脉冲振幅减小,图4(c)显示对应更大 $C=3$ 的 4π 脉冲不再产生分裂,即大啁啾脉冲分裂的子脉冲数量减少,而脉冲后沿的震荡幅度却明显增大.产生上述现象的原因是, 4π 啁啾脉冲与介质相互作用,脉冲面积减小,而且啁啾系数越大,与介质作用后的面积越小,例如与 $C=0$ 的 4π 脉冲相比, $C=3$ 的 4π 脉冲与介质作用后,其面积减小到不再产生分裂的程度;另外由于脉冲载波效应和脉冲啁啾的共同影响,大啁啾脉冲产生了更为强烈的脉冲整形,因此其后沿出现了更为强烈的振荡.

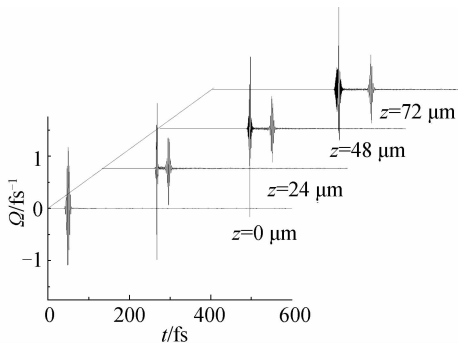


图3 啁啾系数 $C=0$ 的 4π 脉冲传播到不同距离处的演化
Fig. 3 Temporal evolutions of 4π pulse with $C=0$ at different distances

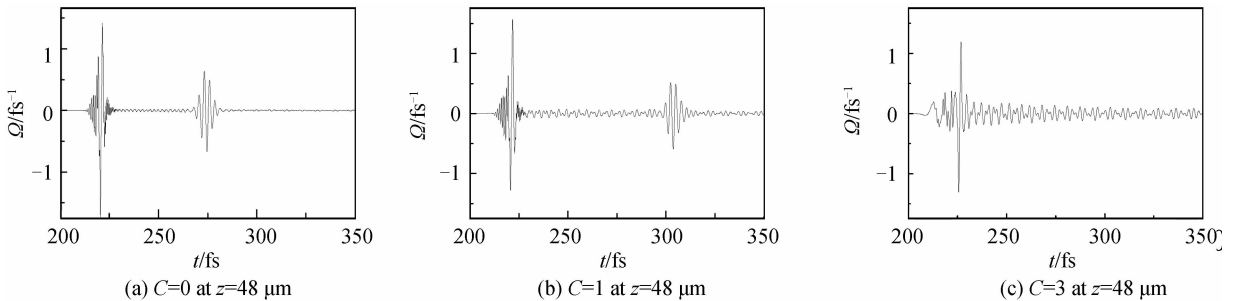


图4 4π 啁啾脉冲演化图

Fig. 4 Temporal evolutions of 4π chirped pulses

图5为啁啾系数 $C=0$ 的 4π 脉冲在粒子数密度 $N=6 \times 10^{25}\ \text{m}^{-3}$ 的介质中,传播到 $z=0, 24, 48, 72\ \mu\text{m}$

处的频谱.由图4可以看出,脉冲进入介质后,一方面脉冲中心频率附近的频谱出现震荡,而且随着传播距

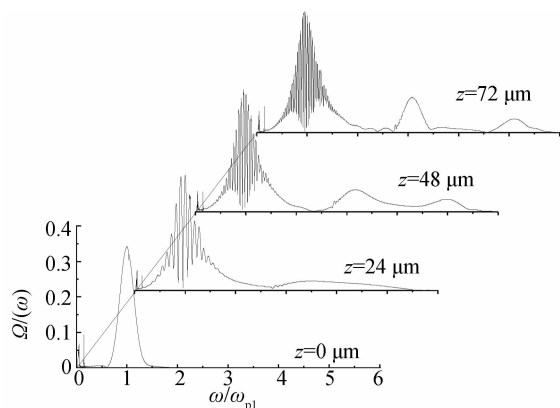


图5 啁啾系数 $C=0$ 的 4π 脉冲在不同距离处的频谱
Fig. 5 The spectra of the 4π pulse with $C=0$ at different distances

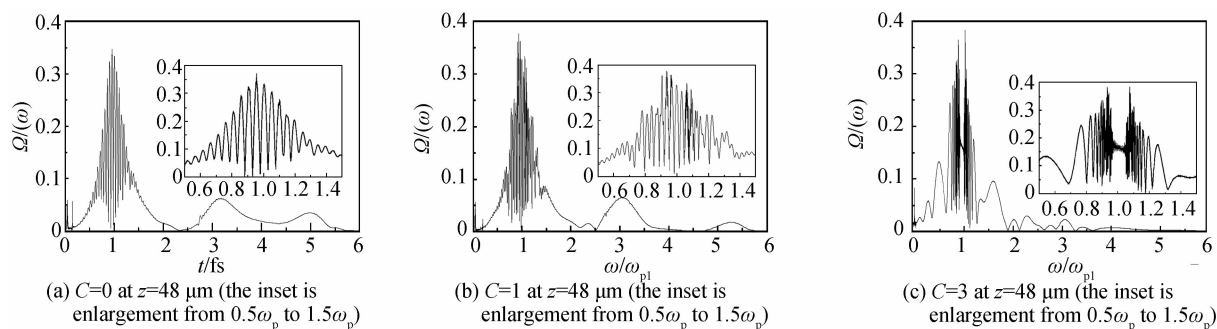


图6 4π 啁啾脉冲频谱
Fig. 6 The spectra of 4π chirped pulses

对于更大面积的脉冲,数值计算表明,脉冲分裂情况与 4π 情况相似,即随着脉冲啁啾系数的增大,脉冲在介质中传播时分裂出的子脉冲的数量减少,但随 C 增大,脉冲频谱的情况与 4π 情况明显不同.图7为啁啾系数 $C=0$ 和 3 的 8π 脉冲在粒子数密度 $N=6 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ 的介质中,传播到 $z=48 \mu\text{m}$ 处脉冲的演化.由图7(a)看出主脉冲分裂为3个子脉冲,而图7(b)显示主脉冲只分裂为2个子脉冲,且从各自的插图可以看出,图7(b)中分裂出的第一子脉冲的振幅也明显小于图7(a)中分裂出的第一子脉冲的振幅.

对于更大面积的脉冲,数值计算表明,脉冲分裂情况与 4π 情况相似,即随着脉冲啁啾系数的增大,脉冲在介质中传播时分裂出的子脉冲的数量减少,但随 C 增大,脉冲频谱的情况与 4π 情况明显不同.图7为啁啾系数 $C=0$ 和 3 的 8π 脉冲在粒子数密度 $N=6 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ 的介质中,传播到 $z=48 \mu\text{m}$ 处脉冲的演化.由图7(a)看出主脉冲分裂为3个子脉冲,而图7(b)显示主脉冲只分裂为2个子脉冲,且从各自的插图可以看出,图7(b)中分裂出的第一子脉冲的振幅也明显小于图7(a)中分裂出的第一子脉冲的振幅.

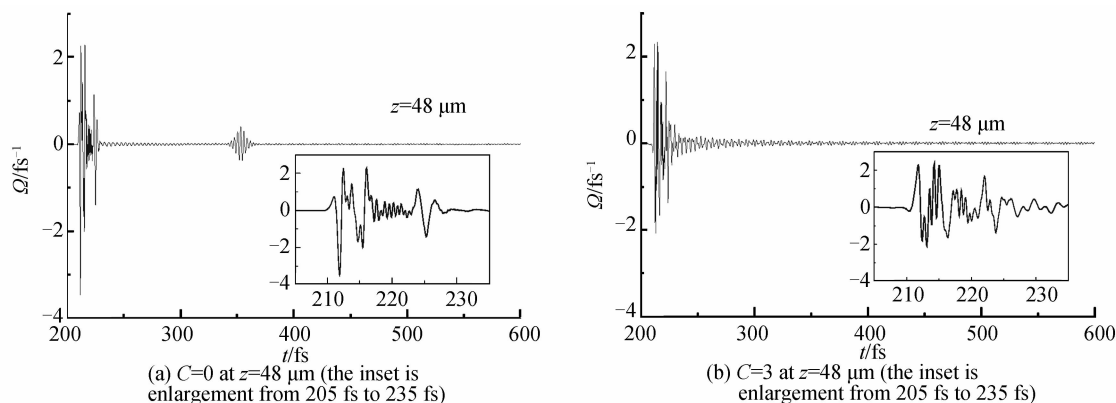
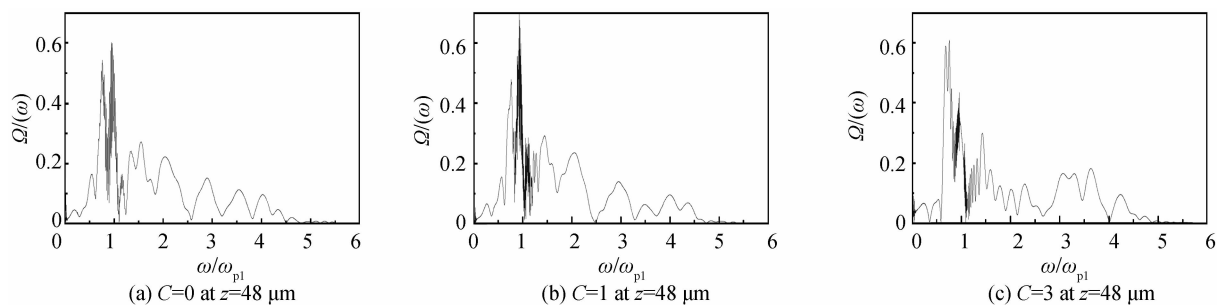


图7 8π 啁啾脉冲演化图
Fig. 7 Temporal evolutions of 8π chirped pulses

图8为啁啾系数 $C=0, 1, 3$ 的 8π 脉冲在粒子数密度 $N=6 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ 介质中,传播到 $z=48 \mu\text{m}$ 处的频谱.对比图8中的三种情况可以发现,三种啁啾系数条件下,脉冲高频成分的范围和强度没有明显变化,但是高频成分中的峰值分布却显著不同,这表明通过调节啁啾系数大小可以得到不同峰值大小的高频成分.

此外,负啁啾脉冲的脉冲分裂及光谱情况与正啁啾脉冲情况相似.

此外,负啁啾脉冲的脉冲分裂及光谱情况与正啁啾脉冲情况相似.

图 8 8π 啁啾脉冲频谱Fig. 8 The spectra of 8π chirped pulses

3 结论

研究了在 Λ 型三能级原子介质中,脉冲啁啾对传播中的飞秒 Gauss 型脉冲分裂情况及光谱性质影响.结果表明:啁啾系数数值的大小对脉冲分裂及光谱有显著影响.面积小于等于 3π 的啁啾脉冲不产生分裂,脉冲啁啾会对脉冲频谱的震荡产生影响;对于 4π 面积啁啾脉冲,啁啾系数较小时,脉冲在介质中分裂为 2 个子脉冲, C 数值较大的脉冲不再产生分裂,即分裂的子脉冲数量减少;随着 C 增大,脉冲中心频率附近频谱震荡愈加剧烈,高频成分的范围及强度明显减小;对于大面积 8π 脉冲,脉冲分裂情况与 4π 情况相似,即随 C 数值增大,主脉冲分裂出的子脉冲数量减少,但随 C 数值增大,脉冲高频成分的范围和强度没有明显变化,而高频成分中的峰值分布显著不同.

参考文献

- [1] BRABEC T, KRAUSZ F. Intense few-cycle laser fields: Frontiers of nonlinear optics[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2000, **72**(2):545-591.
- [2] YANG W F, SONG X H, GONG S Q, *et al.* Carrier-envelope phase dependence of few-cycle ultrashort laser pulse propagation in a polar molecule medium[J]. *Physical Review Letter*, 2007, **99**(13):133602.
- [3] SERRAT C. Coherent extreme ultraviolet light amplification by strong-field-enhanced forward scattering [J]. *Physical Review Letter*, 2013, **111**(13), 133902.
- [4] SONG Y D, CHEN Z, YANG X, *et al.* Control of the photoionization/photodissociation processes of cyclopentanone with trains of femtosecond laser pulses[J]. *Chinese Physics B*, 2013, **22**(10), 103301.
- [5] CHEN Gao, YANG Yu-jun, GUO Fu-ming. Isolated 38 as pulse generation from two-color pulse [J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, **62**(7):073203.
陈高,杨玉军,郭福明. 双色激光脉冲辐照下 38as 孤立短脉冲的产生[J]. *物理学报*, 2013, **62**(7):073203.
- [6] LAMB G L. Analytical descriptions of ultrashort optical pulse propagation in a resonant medium [J]. *Reviews of Modern Physics*, 1971, **43**(2):99-124.
- [7] MCCALL S L, HAHN E L. Self-induced transparency [J]. *Physical Review*, 1969, **183**(2):457-485.
- [8] ZIOLKOWSKI R W. Ultrafast pulse interactions with two-level atoms[J]. *Physical Review A*, 1995, **52**(4):3082-3094.
- [9] HUGHES S. Breakdown of the area theorem: carrier-wave rabi flopping of femtosecond optical pulses [J]. *Physical Review*

Letter, 1998, **81**(16):3363-3366.

- [10] SONG X H, GONG S Q, LI R X, *et al.* Propagation of an arbitrary elliptically polarized few-cycle ultrashort laser pulse in resonant two-level quantum systems [J]. *Physical Review A*, 2006, **74**(1):015802.
- [11] XIAO J, WANG Z Y, XU Z Z. Area evolution of a few-cycle pulse laser in a two-level-atom medium [J]. *Physical Review A*, 2002, **65**(3):031402(R).
- [12] SONG X H, GONG S Q, YANG W F, *et al.* Propagation of an attosecond pulse in a dense two-level medium [J]. *Physical Review A*, 2004, **70**(1):013817.
- [13] NOVITSKY D V. Femtosecond pulses in a dense two-level medium: Spectral transformations, transient processes, and collisional dynamics [J]. *Physical Review A*, 2011, **84**(1):013817.
- [14] PUSCH A, HAMM J M, HESS O. Dynamic transition from complete population transfer to self-induced transparency [J]. *Physical Review A*, 2012, **85**(4):043807.
- [15] SONG X H, YANG W F, GONG X Q, *et al.* Polarization evolution of a few-cycle ultrashort laser pulse propagating in a degenerate three-level medium [J]. *Physical Review A*, 2007, **76**(3):033827.
- [16] LOIKO Y, SERRAT C, VILASECA R, *et al.* Ultrashort pulse control of space-dependent excitations in a three-level system [J]. *Physical Review A*, 2007, **75**(2):023801.
- [17] PUSCH A, HAMM J M, HESS O. Controllable interaction of counterpropagating solitons in three-level media [J]. *Physical Review A*, 2010, **82**(2):023805.
- [18] LOIKO Y, SERRAT C. Coherent and phase-sensitive phenomena of ultrashort laser pulses propagating in three-level Λ -type systems studied with the finite-difference time-domain method [J]. *Physical Review A*, 2006, **73**(6):063809.
- [19] MA H, FAN X J, TAN X, *et al.* Effects of Lorentz local field correction on propagation properties of few-cycle pulse in dense Λ -type atomic medium [J]. *Optics Communications*, 2008, **281**(17):4493-4498.
- [20] TAN X, FAN X J, YANG Y L, *et al.* Time evolution of few-cycle pulse in a dense V-type three-level medium [J]. *Journal of Modern Optics*, 2008, **55**(15):2439-2448.
- [21] KUMAR P, SARMA A K. Gaussian and sinc-shaped few-cycle-pulse-driven ultrafast coherent population transfer in Λ -like atomic systems [J]. *Physical Review A*, 2012, **85**(4):043417.
- [22] MIAO J, ZENG Z, LIU P, *et al.* Generation of two attosecond pulses with tunable delay using orthogonally-polarized chirped laser pulses [J]. *Optics Express*, 2012, **20**(5):5196-5203.
- [23] DU H C, HU B T. Propagation effects of isolated attosecond pulse generation with a multicycle chirped and chirped-free two-color field [J]. *Physical Review A*, 2011, **84**(2):023817.

- [24] BARTH I, FRIEDLAND L. Two-photon ladder climbing and transition to autoresonance in a chirped oscillator [J]. *Physical Review A*, 2013, **87**(5):053420.
- [25] JIN L L, WEN M, SHEN B F. Nanocontrol of single dense energetic electron sheet in a chirped pulse with critical relativistic intensity [J]. *Physical Review*, 2013, **16**(5):051301.
- [26] WANG Zhao-hua, HAO Zuo-qiang, ZHANG Zhe, *et al.* Effects of temporal chirp on laser filamentation in air[J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, **56**(03):1434-1438.
王兆华,郝作强,张哲,等.激光啁啾对激光等离子体细丝传输的影响[J].物理学报,2007,56(03):1434-1438.
- [27] UDEM T H, HOLZWARATH R, HANSCH T W. Optical frequency metrology[J]. *Nature*, 2002, **416**(6877):233-237.
- [28] CUNDIFF S T, YE J. Colloquium: Femtosecond optical frequency combs[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2003, **75**(1):325-342.
- [29] KLAUS M, SHAW J K. Influence of pulse shape and frequency chirp on stability of optical solitons [J]. *Optics Communications*, 2001, **197**(4):491-500.
- [30] DESAIX M, HELCZYNSKI L, ANDERSON D, *et al.* Propagation properties of chirped soliton pulses in optical nonlinear Kerr media[J]. *Physical Review E*, 2002, **65**(5):056602.
- [31] CENTINI M, BLOEMER M, MYNENI K, *at al.* Signal velocity and group velocity for an optical pulse propagating through a GaAs cavity[J]. *Physical Review E*, 2003, **68**(1):016602.
- [32] LIU Jun, CHEN Xiao-wei, LIU Jian-sheng, *et al.* Properties of the propagation of negatively chirped femtosecond pulses in normally dispersive media[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(03):1821-1826.
刘军,陈晓伟,刘建胜,等.负啁啾高强度飞秒脉冲在正常色散材料中传输特性研究[J].物理学报,2006,55(03):1821-1826.
- [33] SONG X H, GONG S Q, YANG W F, *at al.* Coherent control of spectra effects with chirped femtosecond laser pulse[J]. *Optics Communications*, 2004, **236**(1):151-157.
- [34] LI Bin, LI Cheng, YU Xiang-yang. Modulation of chirped ultra-short pulse on two-level atom system [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(10):1752-1756.
李斌,李成,余向阳.啁啾超短激光脉冲对二能级体系特性的调控.光子学报,2010,39(10):1752-1756.