

doi:10.3788/gzxb20144308.0810001

基于傅里叶变换的单帧闭合条纹相位解调方法

徐建程, 陈翌

(浙江师范大学 信息光学研究所, 浙江 金华 321004)

摘 要:提出一种有效的单帧闭合条纹解调方法,该方法采用傅里叶变换、带通滤波器和傅里叶逆变换估计初始相位,然后通过图像分割、相位符号校正和 Zernike 多项式拟合得到高准确度相位分布.用图像分割和相位符号校正解决了相位符号不确定性,用 Zernike 多项式拟合抑制了分割线附近的局部相位误差.数值分析了残余相位误差与干涉图参量(如倾斜量、离家量和随机噪音)之间的定性关系,结果表明:该方法所得相位与 ZYGO 移相干涉仪测试结果吻合较好,残余相位误差小于参考值的 1/10,验证了该方法的有效性.

关键词:干涉测量;相位解调;闭合干涉图;傅里叶变换

中图分类号:O436.1

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2014)08-0810001-5

Phase Demodulation of Single Closed Interferogram Based on Fourier Transform

XU Jian-cheng, CHEN Zhao

(Institute of Information Optics, Zhejiang Normal University, Jinhua, Zhejiang 321004, China)

Abstract: An effective demodulation of single closed interferogram was proposed. The initial phase of the closed interferogram was estimated by using of Fourier transform, band pass filtering and inverse Fourier transform. Then the phase was obtained accurately by image segmentation, sign correction and Zernike polynomial fitting. Image segmentation and sign correction solve the problem of phase ambiguity, and Zernike polynomial fitting reduces the local phase error near the segmentation line. The qualitative relation between the residual phase error and the parameters of interferogram were analyzed by simulation, such as tilt, defocus and noise. Experimental result shows that the extracted phase by the proposed method is in good agreement with that tested by the ZYGO phase-shift interferometer and the residual phase error is less than one tenth of the reference phase. Numerical simulation demonstrates the effectiveness of this method.

Key words: Interferometry; Phase demodulation; Closed interferogram; Fourier transform

OCIS Codes: 100.1390; 100.2000; 100.5070

0 引言

大口径光学元件的精密检测一直是惯性约束聚变系统(Inertial Confinement Fusion, ICF)^[1]建造的关键问题之一.大口径光学元件检测系统光路长、重心高、配重不均匀,受机械振动和空气扰动等因素影响严重,这就要求检测系统采用动态高准确度的检测方法.时域相移法^[2-4]至少需要 3 幅干涉图,受环境振动影响

大,不适合动态测量.傅里叶分析法^[5]只需要 1 幅空间载波干涉图,适合动态测量,但该方法要求干涉图具有较高的空间载波频率,即要求测试光波前和参考光波前之间具有较大的倾斜量.在实际光学车间检测时^[6],检测人员通常会通过数光圈数来定性分析被测元件的面形,若干涉图中空间载波频率过大,则不易确定光圈数,不适合检测人员快速定性分析;此外,参考光和测试光的非共路传播会引入较大的系统误差,所以实际

基金项目:国家自然科学基金青年基金项目(No. 61205163)和浙江师范大学创新团队项目资助

第一作者:徐建程(1981-),男,博士,副教授,主要研究方向为信息光学和精密光学检测. Email: xujiancheng@zjnu.cn

收稿日期:2013-11-29; **录用日期:**2013-12-29

<http://www.photon.ac.cn>

测量时的干涉图是闭合的,即闭合干涉图.如何从单帧闭合条纹中有效提取相位信息对车间检测具有重要的意义,传统的时域相移法和傅里叶分析法不能有效处理单帧闭合条纹.赵文川和苏显渝采用坐标变换^[7],将闭合条纹转化为空间载波条纹,然后用传统傅里叶分析方法进行处理,该方法中的坐标变换会引入计算误差.正则化相位跟随技术^[8]是一种有效的闭合条纹解调方法,但它需要非线性优化计算,计算量较大,而且计算准确度依赖于初始状态的选取.Kreis等人采用傅里叶方法分析闭合条纹,所得相位具有较大的误差^[9],如相位符号的不确定性和分割线附近的相位误差等.后来一些学者根据相位的连续性和一阶导数的连续性^[10-14]来修正相位符号,但是这些方法计算量较大.本文提出一种简单的闭合条纹解调方法,以解决相位符号不确定性和分割线附近的相位误差,并通过数值模

拟和实验加以验证.

1 算法原理

闭合条纹如图 1(a)所示,其光强可表示为

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) [\cos(\varphi(x, y))] + n(x, y) = a(x, y) + b(x, y) / 2 \exp [i\varphi(x, y)] + b(x, y) / 2 \exp [-i\varphi(x, y)] + n(x, y) \quad (1)$$

式中: a 为背景光强; b 为调制度; φ 为被测相位; n 为噪音.对式(1)进行傅里叶变换,得到其频谱如图 1(b)所示.闭合条纹中的背景光强和调制度为低频信号,噪音为高频信号.通常的闭合条纹有多根条纹,因此可假设被测相位的有效空间频谱介于背景光强空间频谱和噪音空间频谱之间;若闭合条纹的条纹数较少,则可通过适当倾斜被测相位以增加条纹数从而近似满足上述假设.设计 y 轴正方向的带通滤波器,实现滤除低频信息

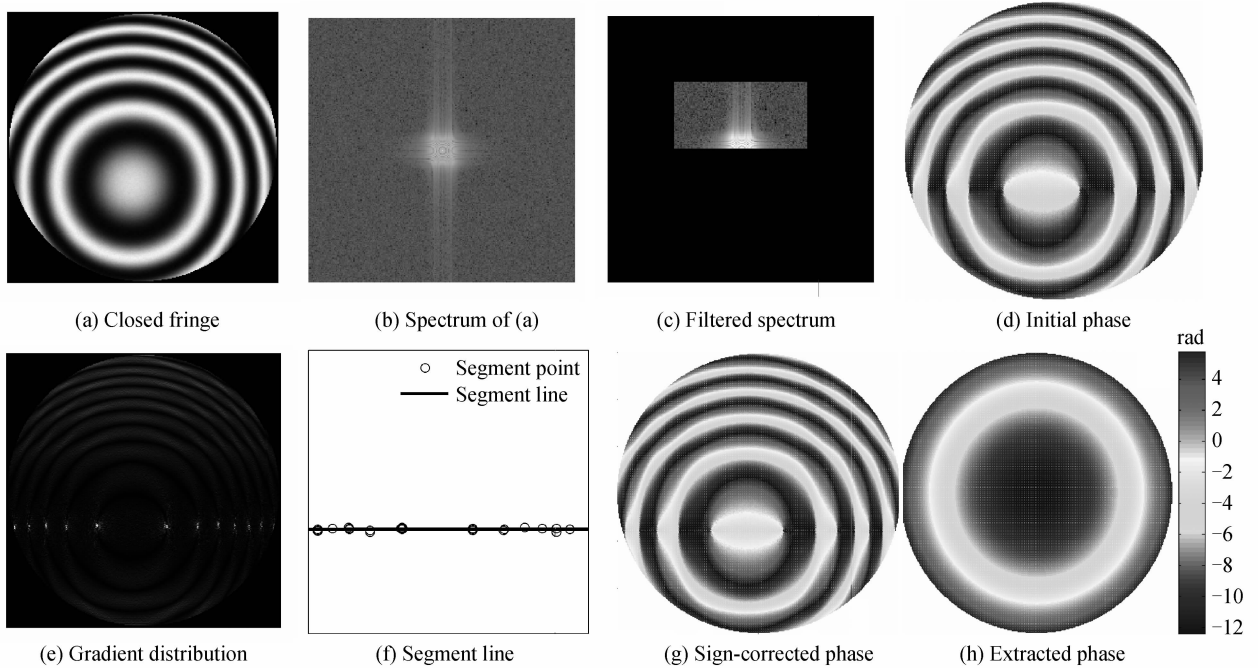


图 1 傅里叶分析方法从闭合条纹中提取相位的示意图

Fig. 1 Schematic diagram of phase extraction from closed interferogram by Fourier transform method

(背景光强)和高频信息(噪音),并获得 $b(x, y) \cdot [\cos(\varphi(x, y))]$ 在 y 轴正方向的有效频谱,如图 1(c)所示.当 $\partial\varphi/\partial y > 0$ 时,滤波得到的频谱信息对应式(1)中 $b(x, y) / 2 \exp [i\varphi(x, y)]$ 的频谱信息;当 $\partial\varphi/\partial y < 0$ 时,它对应式(1)中 $b(x, y) / 2 \exp [-i\varphi(x, y)]$ 的频谱信息.因此,对带通滤波器滤波后的频谱进行傅里叶逆变换得到复数 Z_y ,由 Z_y 可得初始相位 $\Phi_y(x, y)$,如图 1(d)所示,它与被测相位 $\varphi(x, y)$ 的关系^[7-8]可表示为

$$\begin{cases} \Phi_y(x, y) = \arctan \left(\frac{\text{Re}(Z_y)}{\text{Im}(Z_y)} \right) = \varphi(x, y) & \partial\varphi/\partial y > 0 \\ \Phi_y(x, y) = \arctan \left(\frac{\text{Re}(Z_y)}{\text{Im}(Z_y)} \right) = -\varphi(x, y) & \partial\varphi/\partial y < 0 \end{cases} \quad (2)$$

由式(2)可知,初始相位 $\Phi_y(x, y)$ 和被测相位 $\varphi(x, y)$ 的

绝对值相等,只是在某些区域($\partial\varphi/\partial y < 0$)内两者的符号相反.通过计算获得分割线 $\partial\varphi/\partial y = 0$,分离区域 $\partial\varphi/\partial y > 0$ 和区域 $\partial\varphi/\partial y < 0$,即可对初始 $\Phi_y(x, y)$ 的符号进行校正,从而获得被测相位 φ .

本文采用的具体方法如下:1) 计算 $\sin [\Phi_y(x, y)]$ 以消除 $\Phi_y(x, y)$ 存在的 2π 相位越变,然后计算 $\sin [\Phi_y(x, y)]$ 的梯度,如图 1(e).由于 $\Phi_y(x, y)$ 在分割线 $\partial\varphi/\partial y = 0$ 两边的符号相反,因此, $\sin [\Phi_y(x, y)]$ 的梯度在分割线 $\partial\varphi/\partial y = 0$ 上容易出现极大值.2) 选择合适的阈值(比如最大值的 0.8 倍),对 $\sin [\Phi_y(x, y)]$ 梯度二值化后得到离散的分割点进行线性拟合得到分割线(对应 $\partial\varphi/\partial y = 0$),如图 1(f).3) 对分隔线上下两个区域取不同的相位符号,根据式(2)即可得到符号正

确的相位,如图 1(g). 在实际闭合干涉图中,背景光强、调制度、被测相位和噪音的频谱在频域上是部分重叠的,即带通滤波器不能完全滤除背景光强和噪音,初始相位 $\Phi_y(x, y)$ 中包含了噪音信息,因此,求得的分割线 $\partial\varphi/\partial y=0$ 存在一定的误差,它导致了符号校正后的相位在分割线附近有较大的局部误差,如图 1(g). 4) 对符号校正后的相位进行解包裹运算,并运用 Zernike 多项式拟合以抑制分割线附近的局部相位误差,最终得到符号准确、准确度高的相位分布,如图 1(h).

2 数值模拟

假设闭合条纹的参量如下:被测相位 $\varphi(x, y) =$

$2\pi[D(x^2 + y^2) + Ex + Fy]$ (D 为离焦量, E 和 F 是闭合条纹在 x 和 y 方向上的空间载波频率);背景光强和调制度 $a=b=128\exp[-0.05(x^2 + y^2)]$ ($-1 \leq x \leq 1$, $-1 \leq y \leq 1$);闭合条纹带有均方差为 σ 的随机噪音. 当 $D=5, E=1.5, F=1.5, \sigma=9$ 时模拟产生的干涉图如图 2(a), 利用傅里叶变换、带通滤波器和傅里叶逆变换得到初始相位如图 2(b). 初始相位有明显的相位符号误差,通过分割线提取、相位符号校正、Zernike 多项式拟合和去倾斜处理后得到最终相位如图 2(c). 提取相位与参考相位之差定义为本文方法的计算残余相位误差,如图 2(d),其峰值和均方差值分别为 0.175 1 和 0.031 4 rad.

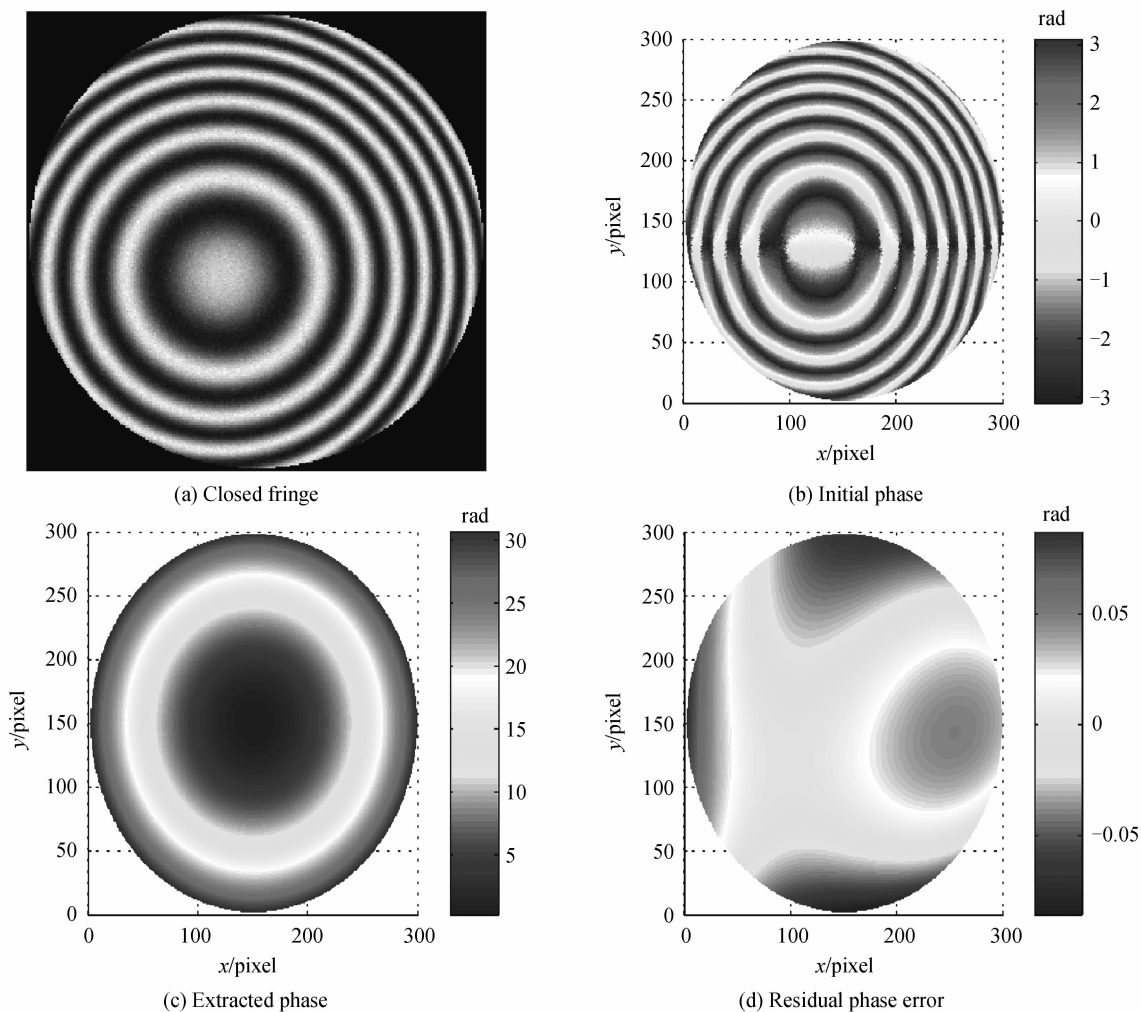


图 2 数值模拟结果

Fig. 2 Result of numerical simulation

改变闭合条纹的参量 D, E, F 和 σ , 利用本文方法计算,其残余相位误差如表 1 所示. 当 $D=2.5, E=0.1, F=0.1$ 时,残余相位误差随着随机噪音的增加略有增加. 由于本文方法采用 Zernike 多项式拟合,因此随机噪音对计算结果影响较小. 当 E 或者 F 变大时,分割线 $\partial\varphi/\partial y=0$ 与图像中心的偏离量变大,参与分割

线 $\partial\varphi/\partial y=0$ 提取计算的数据量变少,因此计算残余相位误差变大. 当 D 变大时,计算残余相位误差略有增加,但增加量非常小. 由表 1 可知,当 $D \leq 5, E \leq 1.5, F \leq 1.5, \sigma \leq 9$ 时,计算残余相位误差不超过 0.175 1 弧度,这说明了本文方法能有效地从闭合条纹中提取相位信息.

表 1 不同条纹参量时的计算残余相位误差

Table 1 The extracted residual phase error for closed fringes with different parameters

Parameters of closed fringe				Residual phase error	
D/rad	E/rad	F/rad	σ	PV/rad	RMS/rad
2.5	0.1	0.1	1	0.074 1	0.017 0
2.5	0.1	0.1	3	0.079 1	0.017 6
2.5	0.1	0.1	9	0.087 0	0.017 9
2.5	0.1	1.5	9	0.146 4	0.028 1
2.5	1.5	0.1	9	0.123 0	0.024 2
2.5	1.5	1.5	9	0.170 2	0.030 7
5	1.5	1.5	9	0.175 1	0.031 4

3 实验

在 ZYGO 干涉仪上测试一个圆形平面光学元件,

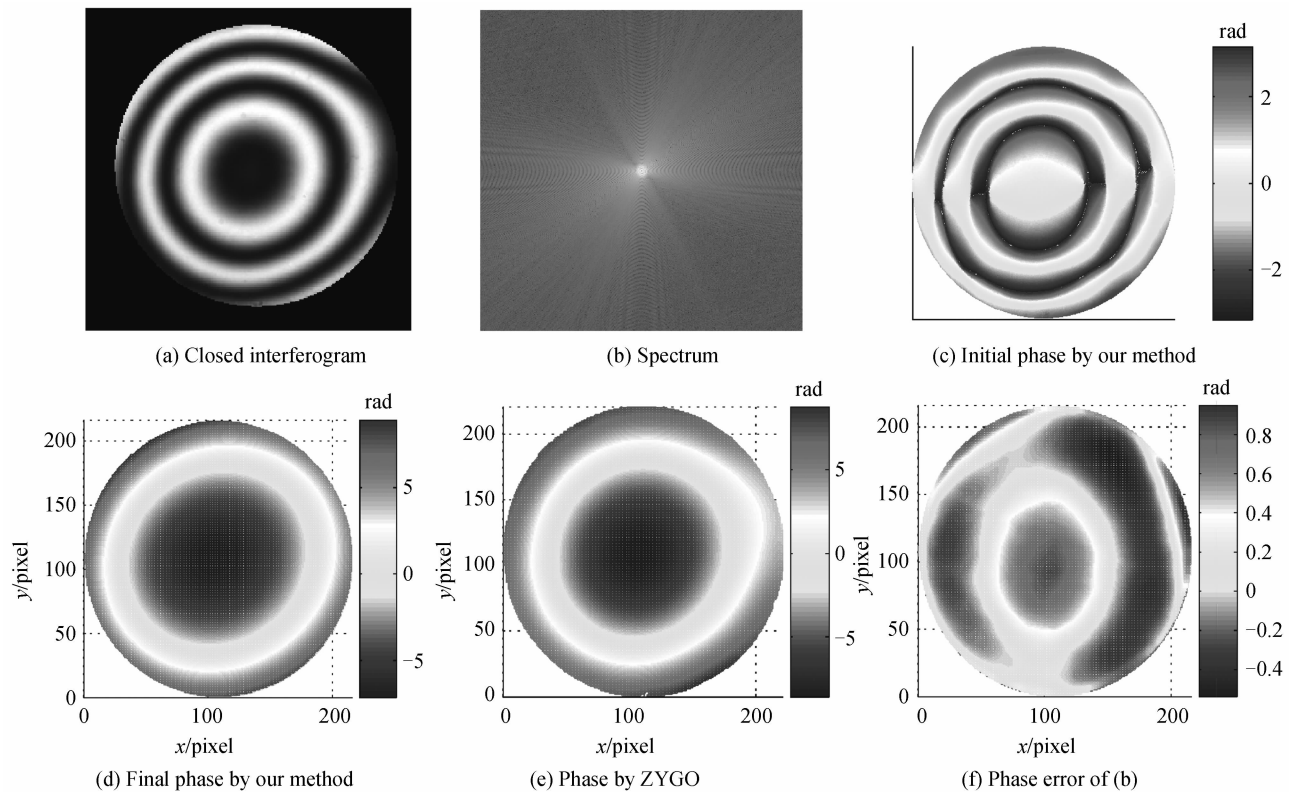


图 3 实验结果

Fig. 3 Experimental results

表 2 提取相位及相位误差的峰谷值(PV)和均方差值(RMS)
Table 2 PV and RMS values of the extracted phase and phase error

Parameters	PV/rad	RMS/rad
Phase by our method	16.7427	4.1773
Phase by ZYGO	4.1773	4.1963
Phase error	1.5123	0.3437

4 结论

从单帧闭合条纹中有效提取相位信息对车间检测具有重要的意义. 本文采用傅里叶变换、带通滤波器和傅里叶逆变换获得初始相位分布, 然后通过图像分割、

图 3(a) 是采集得到的其中一帧闭合条纹, 其频谱如图 3(b). 用本文方法从该闭合条纹中提取的初始相位和最终相位如图 3(c) 和 (d). 同时我们用 ZYGO 自带的 13 步相移算法测得该元件的面形分布如图 3(e), 将图 3(e) 作为该元件面形分布的参考值, 图 3(f) 是本文方法求得结果与参考值之差, 即残余相位误差. 图 3(d)~(f) 的峰谷值(PV)和均方差值(RMS)如表 2 所示. 由图 3 和表 1 可知, 本文方法所得相位和 ZYGO 干涉仪 13 步相移方法所得相位的分布是一致的: 前者的 PV 值比后者小 0.301 5 rad, RMS 值比后者小 0.019 rad, 残余相位误差的 PV 值和 RMS 值分别为 1.512 3 和 0.343 7 rad, 均小于参考值的 1/10, 这说明本文方法能从单帧闭合条纹中有效提取相位分布.

相位符号校正和 Zernike 多项式拟合得到高精度相位分布. 实验结果表明: 本文方法所求相位分布与 ZYGO 干涉仪自带的 13 步相移算法求得结果是一致的, 两者的峰谷值和均方根值只相差 0.301 5 和 0.019 rad, 残余相位误差小于参考值的 1/10. 实验结果说明了本文方法能从单帧闭合条纹中有效提取相位分布.

参考文献

- [1] XU Jian-cheng. Information-theoretic analysis of phase-measurement Interferometry[D]. Mianyang: China Academy of Engineering Physics, 2009.

徐建程. 相位干涉测量的信息理论分析[D]. 绵阳: 中国工程

- 物理研究院博士论文,2009.
- [2] CREATH K. Temporal phase measurement method, in Interferogram Analysis[M]. Robinson D W and Reid G T, eds. Bristol, UK; Institute of Physics, 1993.
- [3] GONG Qiong, QIN Yi, MA Mao-fen, *et al.* Extraction of phase shifting value based on random phase modulation in digital holography[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2012, **41**(6): 732-736.
巩琼,秦怡,马毛粉,等. 基于随机相位调制的数字全息相移量提取方法[J]. *光子学报*, 2012, **41**(6): 732-736.
- [4] HU Er-yi, LI Yan. Study of the phase-recovering algorithm for saturated fringe patterns in the projection grating phase-shifting profilometry[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(6): 1137-1142.
胡而已,李艳. 投影条纹相移法中图像饱和误差抑制算法研究[J]. *光子学报*, 2010, **39**(6): 1137-1142.
- [5] TAKEDA M, INA H, KOBAYASHI S. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry[J]. *Journal of the Optical Society America*, 1982, **72**(1): 156-160.
- [6] MALACARA D (Ed.). Optical shop testing[M]. New York: Wiley, 1992.
- [7] ZHAO Wen-chuan, SU Xian-yu. Closed-fringe analysis based on Fourier-transform method[J]. *Laser Journal*, 2007, **28**(1): 66-67.
赵文川,苏显渝. 闭合条纹图的傅里叶分析方法[J]. *激光杂志*, 2007, **28**(1):66-67.
- [8] SERVIN M, MARROQUIN J L, QUIROGA J A. Regularized quadrature and phase tracking from a single closed-fringe interferogram [J]. *Journal of the Optical Society America*, 2004, **21**(3): 847-55.
- [9] KREIS T. Digital holographic interference-phase measurement using the Fourier-transform method [J]. *Journal of the Optical Society America*, 1986, **3**(6): 847-855.
- [10] LIU Dong, YANG Yong-ying, TIAN Chao, *et al.* Study on phase retrieval from single close fringe pattern with high precision[J]. *Chinese Journal of Laser*, 2007, **37**(2): 531-536.
刘东,杨甬英,田超,等. 高准确度单幅闭合条纹干涉图相位重构技术[J]. *中国激光*, 2010, **37**(2):531-536.
- [11] QIAN K, SOON S H. Sequential demodulation of a single fringe pattern guided by local frequencies[J]. *Optics Letters*, 2007, **32**(2): 127-129.
- [12] WANG H, QIAN K. Frequency guided methods for demodulation of a single fringe pattern[J]. *Optics Express*, 2009, **17**(17): 15118-15127.
- [13] LI K, QIAN K. Fast frequency-guided sequential demodulation of a single fringe pattern[J]. *Optics Letters*, 2010, **35**(22): 3718-3720.
- [14] TIAN C, YANG Y, ZHANG S, *et al.* Regularized frequency-stabilizing method for single closed-fringe interferogram demodulation [J]. *Optics Letters*, 2010, **35**(11): 1837-1839.