doi:10.3788/gzxb20144307.0726002

正弦高斯涡旋光束的远场传输特性

唐碧华1,罗亚梅1.2,高曾辉2,姜云海1

(1 泸州医学院 生物医学工程系,四川 泸州 646000)(2 宜宾学院 计算物理重点实验室,四川 宜宾 644000)

摘 要:根据角谱法和稳相法,推导了正弦高斯涡旋光束 TE 波和 TM 波在远场传输和能流密度的解析 表达式,研究了正弦高斯涡旋光束在远场中的相位奇点和能流密度分布.结果表明:正弦高斯涡旋光束 的远场特性与高斯光束的束腰宽度、涡旋离轴量、坐标位置以及与正弦项相关的参量有关.在一定条件 下,远场中会出现相位奇点和能流密度黑核;当控制参量改变时,相位奇点和黑核的位置会发生移动,但 原点处不受影响.相位奇点和能流密度的对称性主要受涡旋离轴量影响,当涡旋离轴量为0时,相位奇 点和能流密度分布关于原点对称;当涡旋离轴量改变时,相位奇点和能流密度分布呈现出非对称性. 关键词:激光光学;奇点光学;正弦高斯涡旋光束;角谱法;稳相法;相位奇点;能流密度分布 中图分类号:O436 文献标识码:A 文章编号:1004-4213(2014)07-0726002-6

Vectorial Structure Characteristics of Sin-Gaussian Vortex Beams in the Far Field

TANG Bi-hua¹, LUO Ya-mei^{1,2}, GAO Zeng-hui², JIANG Yun-hai¹

(1 Department of Biomedical Engineering, Luzhou Medical College, Luzhou, Sichuan 646000, China)
 (2 Key Laboratory of Computational Physics, Yibin University, Yibin, Sichuan 644000, China)

Abstract: Based on the methods of vector angular spectrum and stationary phase, the analytical expressions of the TE and TM terms and the energy flux distributions of sin-Gaussian vortex beams in the far field were derived and used to analyze the phase singularities and energy flux distributions. It is shown that the far-field properties of sin-Gaussian vortex beams are dependent on the waist width of Gaussian beam, off-axis distance, position of coordinate and parameter related to the sine functions. Under certain conditions phase singularities and black nuclei of the energy flux distributions will appear in the far field. By changing the controlling parameters of the beams, phase singularities and black nuclei excluding those at the origin will vary. The symmetry of the phase singularities and the energy flux distributions is dependent on the vortex off-axis distance. The distributions of phase singularities and energy flux are symmetrical about the origin in case the off-axis distance is zero. With varying the off-axis distance the asymmetry may take place and the results were analyzed.

Key words: Laser optics; Singular optics; Sin-Gaussian vortex beam; Angular spectrum; Stationary phase; Phase singularity; Energy flux distribution

OCIS Codes: 260.6042; 350.5500; 140.3295

0 引言

奇点光束的光波相位在某点或某线处振幅为零且 相位具有不确定性,形成光涡旋或刀型位错,其中光涡 旋是一种具有螺旋型波前位错结构的特殊光场,有确 定的轨道角动量^[1],这些独特的性质使其在光镊、光学 扳手和光子计算等领域得到了快速发展.1998年, Aksenov等利用非干涉方法探讨激光束的相位特性,

基金项目:国家自然科学基金(No. 61275203)、四川省教育厅自然科学基金(No. 10ZB029)和沪州医学院自然科学基金资助

第一作者:唐碧华(1977-),女,硕士,主要研究方向为激光技术及应用. Email:angiua@126.com

导师(通讯作者):罗亚梅(1978-),女,博士,副研究员,主要研究方向为高功率激光技术. Email:luoluoeryan@126.com

收稿日期:2013-10-12;录用日期:2013-12-10

从获得的强度分布中分析了散斑场波前螺旋位错^[2]. 1993~1998年,Freund研究了高随机度介质中波前位 错分布,正负拓扑电荷的定义和高斯型随机光波场的 光涡旋统计概率密度等^[3-5].产生光学涡旋结构的方 法较多,常用的有利用螺旋波面计算全息图,螺旋相位 波片和基于空间光调制器产生相位调制^[6].目前研究 主要集中在高斯空心涡旋光束^[7]、部分相干涡旋光 束^[8]和拉盖尔高斯涡旋光束^[9]等不同涡旋光束方面.

1997年,Casperson等通过求解亥姆霍兹方程得 到了正弦类-高斯光束,并推导出了其在自由空间和具 有增益或损耗的折射率呈平方分布介质中的传输变换 公式^[10].1998年,Tovar等研究了厄米-正弦类-高斯激 光束的产生和传输[11].随后,各国学者对正弦高斯光 束^[12]、双曲正弦高斯光束^[13]和复宗量正弦高斯光束^[14] 等进行了研究.由于现代光学的应用将激光光束从标 量光波场推广到矢量光波场,因此,定量分析光束矢量 结构有重要实际意义[15]. 2008年,Zhou分析了洛伦兹 高斯光束在远场中的矢量结构,得到了其传输公 式^[16];2011年,Li等研究了厄米-余弦-高斯光束的远 场结构特性,讨论了各参量对其矢量结构的影响[17]. 本文基于角谱法和稳相法[18],研究了正弦高斯涡旋光 束的远场传输特性,推导了其在远场区域的 TE 波、 TM 波及其能流密度表达式,分析了该光束在远场中 的相位分布和能流密度分布,探讨了控制参量对相位 奇点和能流密度黑核的位置以及对称性的影响,并对 计算结果进行了相应的解释.

1 矢量结构分析

将正弦高斯光束经过螺旋相位板的相位调制,即 可得到正弦高斯涡旋光束.设正弦高斯涡旋光束在 *x* 方向偏振,在 *z*=0 处的场分布可以表示为^[6,12]

$$\begin{cases} E_x(x,y,0) = \left[(x-a) + \operatorname{isgn}(m)y \right]^{|m|} \exp\left(-x^2/w_0^2\right) \exp\left(-y^2/w_0^2\right) \sin\left(\Omega_0 x\right) \sin\left(\Omega_0 y\right) & (1) \\ E_x(x,y,0) = 0 \end{cases}$$

式中 a 为涡旋离轴量, w_0 为高斯光束的束腰宽度, Ω_0 是与正弦项相关的参量,m 为拓扑电荷, $p_1 m = +1$.

根据电磁光束的矢量角谱法[18],通过对初始场进

行傅里叶变换,得到其角谱为

$$\begin{cases} A_{x}(p,q) = \frac{1}{\lambda^{2}} \iint_{\infty} E_{x}(x,y,0) \exp\left[-ik(px + qy)\right] dx dy \end{cases}$$
(2)
$$A_{y}(p,q) = \frac{1}{\lambda^{2}} \iint_{\infty} E_{y}(x,y,0) \exp\left[-ik(px + qy)\right] dx dy$$

式中 k=2π/λ 为波数,λ 为波长.将式(1)代入式(2)得

$$\begin{cases} A_{x}(p,q) = \frac{\pi w_{0}^{2}}{8\lambda^{2}} \exp\left\{-\frac{1}{4}w_{0}^{2}\left[(kp+\Omega_{0})^{2}+(kq+\Omega_{0})^{2}\right]\right\} \left\{\left[2a+kw_{0}^{2}(ip-q)\right]\left[1-(kq+\Omega_{0})^{2}\right]\right\} \left\{\left[2a+kw_{0}^{2}(ip-q)\right]\left[1-(kq+\Omega_{0})^{2}\Omega_{0}\right]\right\} \\ \exp\left(kpw_{0}^{2}\Omega_{0}\right)\right]\left[1-\exp\left(kqw_{0}^{2}\Omega_{0}\right)\right] + (3) \\ \Omega_{0}w_{0}^{2}(1+i)\left[i+\exp\left(kpw_{0}^{2}\Omega_{0}\right)-(kq+\Omega_{0})^{2}\Omega_{0}\right] \\ \exp\left(kqw_{0}^{2}\Omega_{0}\right)-i\exp\left(kpw_{0}^{2}\Omega_{0}+kqw_{0}^{2}\Omega_{0}\right)\right] \\ A_{y}(p,q)=0 \end{cases}$$

对于矢量光场,任意偏振的电磁波都可以表示成 TE 波和 TM 波的叠加^[19],即

$$\begin{cases}
\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{E}_{\text{TE}}(\boldsymbol{r}) + \boldsymbol{E}_{\text{TM}}(\boldsymbol{r}) \\
\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{H}_{\text{TE}}(\boldsymbol{r}) + \boldsymbol{H}_{\text{TM}}(\boldsymbol{r})
\end{cases} \tag{4}$$

式中

$$\begin{cases} \mathbf{E}_{\text{TE}}(\mathbf{r}) = \iint_{\infty} \frac{q}{p^{2} + q^{2}} A_{x}(p,q) (q\mathbf{i} - p\mathbf{j}) \cdot \\ \exp[ik(px + qy + \gamma z)] dp dq \\ \mathbf{H}_{\text{TE}}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \iint_{\infty} \frac{q}{p^{2} + q^{2}} A_{x}(p,q) [p\gamma\mathbf{i} + q\gamma\mathbf{j} - (p^{2} + q^{2})\mathbf{k}] \exp[ik(px + qy + \gamma z)] dp dq \\ (5) \\ \mathbf{E}_{\text{TM}}(\mathbf{r}) = \iint_{\infty} \frac{p}{\gamma(p^{2} + q^{2})} A_{x}(p,q) [p\gamma\mathbf{i} + q\gamma\mathbf{j} - (p^{2} + q^{2})\mathbf{k}] \exp[ik(px + qy + \gamma z)] dp dq \\ \mathbf{H}_{\text{TM}}(\mathbf{r}) = -\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \iint_{\infty} \frac{p}{\gamma(p^{2} + q^{2})} A_{x}(p,q) \cdot \\ (q\mathbf{i} - p\mathbf{j}) \exp[ik(px + qy + \gamma z)] dp dq \end{cases}$$

式中 r = xi + yj + zk 是位置矢量,*i*, *j*, *k* 分别为*x*, *y*, *z* 正方向的单位矢量; $\gamma = (1 - p^2 - q^2)^{1/2}$; ε, μ 分别为介质的电容率和磁导率. 在远场区域,满足条件 *kr* = $k(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} \rightarrow \infty$. 把式(3)代入式(5),利用稳相法^[18]得到

$$\mathbf{E}_{\text{TE}}(\mathbf{r}) = \frac{\pi w_0^2 yz}{8r^3 (x^2 + y^2)\lambda} \exp\left\{ ikr - \frac{w_0^2}{4r^2} \left[k^2 (x^2 + y^2) + 2kr(x + y)\Omega_0 + 2r^2 \Omega_0^2 \right] \right\} \left\{ \left[kw_0^2 (x + iy) - 2iar \right] \cdot \left[1 - \exp\left(\frac{kw_0^2 x\Omega_0}{r}\right) \right] \right] \left[1 - \exp\left(\frac{kw_0^2 y\Omega_0}{r}\right) \right] + r\Omega_0 w_0^2 (1 + i) \left[1 - i\exp\left(\frac{kw_0^2 x\Omega_0}{r}\right) + i\exp\left(\frac{kw_0^2 y\Omega_0}{r}\right) - \exp\left(\frac{kw_0^2 x\Omega_0 + kw_0^2 y\Omega_0}{r}\right) \right] \right\} (y\mathbf{i} - x\mathbf{j}) ;$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\mathrm{TE}}(\mathbf{r}) &= \frac{\sqrt{\epsilon}\pi w_{0}^{2} yz}{8\sqrt{\mu}r^{4} (x^{2} + y^{2})} \exp\left\{\mathrm{i}kr - \frac{w_{0}^{2}}{4r^{2}} \left[k^{2} (x^{2} + y^{2}) + 2kr(x + y)\Omega_{0} + 2r^{2}\Omega_{0}^{2}\right]\right\} \left\{ \left[kw_{0}^{2} (x + \mathrm{i}y) - 2\mathrm{i}ar\right] \cdot \left[1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} x\Omega_{0}}{r}\right)\right] \left[1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} y\Omega_{0}}{r}\right)\right] + r\Omega_{0} w_{0}^{2} (1 + \mathrm{i}) \left[1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} x\Omega_{0}}{r}\right) + \mathrm{i}\exp\left(\frac{kw_{0}^{2} y\Omega_{0}}{r}\right)\right] - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} x\Omega_{0}}{r}\right) + \mathrm{i}\exp\left(\frac{kw_{0}^{2} y\Omega_{0}}{r}\right)\right] \right\} \left[xz\mathbf{i} + yz\mathbf{j} - (x^{2} + y^{2})k\right]; \\ \mathbf{E}_{\mathrm{TM}}(\mathbf{r}) &= \frac{\pi w_{0}^{2} x}{8r^{3} (x^{2} + y^{2})\lambda} \exp\left\{\mathrm{i}kr - \frac{w_{0}^{2}}{4r^{2}} \left[k^{2} (x^{2} + y^{2}) + 2kr(x + y)\Omega_{0} + 2r^{2}\Omega_{0}^{2}\right]\right\} \left\{\left[kw_{0}^{2} (x + \mathrm{i}y) - 2\mathrm{i}ar\right] \cdot \left[1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} x\Omega_{0}}{r}\right)\right] \left[1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} y\Omega_{0}}{r}\right)\right] + r\Omega_{0} w_{0}^{2} (1 + \mathrm{i}) \left[1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} x\Omega_{0}}{r}\right) + \mathrm{i}\exp\left(\frac{kw_{0}^{2} y\Omega_{0}}{r}\right) - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} x\Omega_{0}}{r}\right)\right] \left[1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} y\Omega_{0}}{r}\right)\right] + r\Omega_{0} w_{0}^{2} (1 + \mathrm{i}) \left[1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} x\Omega_{0}}{r}\right) + \mathrm{i}\exp\left(\frac{kw_{0}^{2} y\Omega_{0}}{r}\right) - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} x\Omega_{0}}{r}\right)\right] \right] \left[xz\mathbf{i} + yz\mathbf{j} - (x^{2} + y^{2})k\right]; \\ \mathbf{H}_{\mathrm{TM}}(\mathbf{r}) &= -\frac{\sqrt{\epsilon}\pi w_{0}^{2} x}{8\sqrt{\mu}r^{2} (x^{2} + y^{2})\lambda} \exp\left\{\mathrm{i}kr - \frac{w_{0}^{2}}{4r^{2}} \left[k^{2} (x^{2} + y^{2}) + 2kr(x + y)\Omega_{0} + 2r^{2}\Omega_{0}^{2}\right]\right\} \left\{\left[kw_{0}^{2} (x + \mathrm{i}y) - 2\mathrm{i}ar\right]\right\} \\ 2\mathrm{i}ar\left[1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} x\Omega_{0}}{r}\right)\right] \left[1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} y\Omega_{0}}{r}\right)\right] + r\Omega_{0} w_{0}^{2} (1 + \mathrm{i})\left[1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} x\Omega_{0}}{r}\right) + 2\mathrm{i}ar\right]\right\} \\ 2\mathrm{i}ar\left[1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} x\Omega_{0}}{r}\right)\right] \left[1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} y\Omega_{0}}{r}\right)\right] + r\Omega_{0} w_{0}^{2} (1 + \mathrm{i})\left[1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} x\Omega_{0}}{r}\right) + 2\mathrm{i}ar\left(\frac{kw_{0}^{2} x\Omega_{0}}{r}\right)\right] \left[1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} x\Omega_{0}}{r}\right)\right] \left[1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} y\Omega_{0}}{r}\right)\right] + r\Omega_{0} w_{0}^{2} (1 + \mathrm{i})\left[1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} x\Omega_{0}}{r}\right) + 2\mathrm{i}ar\left(\frac{kw_{0}^{2} x\Omega_{0}}{r}\right)\right] \left[1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} y\Omega_{0}}{r}\right)\right] \left[1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} y\Omega_{0}}{r}\right)\right] \left[1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} y\Omega_{0}}{r}\right)\right] \left[1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} y\Omega_{0}}{r}\right)\right] \left[1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} y\Omega_{0}}{r}\right)\right$$

式(6)即为正弦高斯涡旋光束在远场的 TE 波和 TM 波的解析表达式,表明该光束在远场条件下 TE 波 与 TM 波相互正交.由式(6)可知,正弦高斯涡旋光束 的远场特性主要与束腰宽度 w_0 ,涡旋离轴量 a,位置参 量(x, y, z)以及 Ω_0 参量有关.

2 相位奇点分析

矢量光束中的电场和磁场分量可以携带相位奇

点.根据式(6)可得正弦高斯涡旋光束电场和磁场各分量的相位分布.选取电场 E_{TE} 的 x 分量为例进行研究, 其相位分布为

$$\varphi = \arctan\left\{\frac{\operatorname{Im}[E_{\operatorname{TE}_{x}}(x, y, z)]}{\operatorname{Re}[E_{\operatorname{TE}_{x}}(x, y, z)]}\right\} = \operatorname{const}$$
(7)

式中 Re 和 Im 分别表示 E_{TEx} 的实部和虚部. 计算中取 $z=1000\lambda$ 为参考平面, $\epsilon/\mu=1$ (自由空间).

图1为正弦高斯涡旋光束 E_{TEx}分量取不同涡旋离





图1 取不同涡旋离轴量时的相位奇点分布

Fig. 1 Distribution of the phase singularities at different votex off-axis distance

轴量*a*时的相位奇点分布.由图1可知,光场中出现了 5个相位奇点,原点处奇点的拓扑电荷*m*=-1,而其 他4个奇点的拓扑电荷均为*m*=+1.当*a*=0时,5个 相位奇点分别位于O(0,0)、A(-238.313, 238.313)、 B(238.313, 238.313)、C(238.313, -238.313)、 D(-238.313, -238.313),如图1(a).当*a*=0.1 λ 时,5 个相位奇点分别位于O(0,0)、A(-239.35, 256.933)、 B(239.35, 256.933)、C(237.423, -221.176)、 D(-237.423, -221.176),如图1(b).对比图1(a)与 图1(b),当*a*=0时,相位奇点关于原点对称;当*a* \neq 0 时,相位奇点只关于*y*轴对称,关于*x*轴不对称;当*a* 值改变时,除原点处的光涡旋外,其他4个奇点均发生 移动.

电场 E_{TE} 的 x 分量相位奇点位置由式(8)决定 $\begin{cases}
\operatorname{Re}[E_{\text{TE}x}(x,y,z)]=0 \\
\operatorname{Im}[E_{\text{TE}x}(x,y,z)]=0
\end{cases}$ (8) 把式(6)中 $E_{\text{TE}}(r)$ 代入式(8),得 $\begin{bmatrix}
\left[1-\exp\left(\frac{ku_0^2 y\Omega_0}{r}\right)\right]\left[r\Omega_0+kx+\exp\left(\frac{ku_0^2 x\Omega_0}{r}\right)\cdot (r\Omega_0-kx)\right]=0
\end{cases}$ (9) $\begin{bmatrix}
\left[1-\exp\left(\frac{ku_0^2 x\Omega_0}{r}\right)\right]\left\{-2ar+u_0^2(r\Omega_0+ky)+ \exp\left(\frac{ku_0^2 y\Omega_0}{r}\right)\left[2ar+u_0^2(r\Omega_0-ky)\right]\right\}=0
\end{cases}$ 由式(9)可知,(x=0, y=0)满足式(9),即原点处为一 光涡旋,其位置跟束腰宽度 w_0 ,涡旋离轴量a和 Ω_0 等 参量的大小无关.当a=0时,把式(9)中的(x,y)换成 (-x, -y),式(9)不变,即相位奇点关于原点对称,此 与图1(a)一致.当 $a\neq 0$ 时,把式(9)中的x换成-x,式 (9)不变;而把y换成-y时,式(9)发生变化,即相位 奇点关于y轴对称,关于x轴不对称,该结论与图1 (b)相符合.当 $w_0 = \lambda$, $\Omega_0 = 0.2\lambda$ 时,把a=0和a=0.1 λ 分别代入式(9),可求得相位奇点的位置与图 1(a),(b)一致.

3 能流密度分析

在一确定的 z 平面, TE 波和 TM 波的能流密度可 以用时间平均坡印亭矢量的纵向分量 z 分量来描述, 即

$$\begin{cases} \langle S_{z} \rangle_{\mathrm{TE}} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\boldsymbol{E}_{\mathrm{TE}}(\boldsymbol{r}) \times \boldsymbol{H}_{\mathrm{TE}}^{*}(\boldsymbol{r}) \right]_{z} \\ \langle S_{z} \rangle_{\mathrm{TM}} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\boldsymbol{E}_{\mathrm{TM}}(\boldsymbol{r}) \times \boldsymbol{H}_{\mathrm{TM}}^{*}(\boldsymbol{r}) \right]_{z} \\ \langle S_{z} \rangle_{\mathrm{whole}} = \langle S_{z} \rangle_{\mathrm{TE}} + \langle S_{z} \rangle_{\mathrm{TM}} \end{cases}$$
(10)

式中 Re 表示实部, * 号代表复共轭, $\langle S_z \rangle_{whole}$ 代表光束的总能流密度.

把式(6)代入式(10)得

$$\begin{cases} \langle S_{z} \rangle_{\rm TE} = \frac{\pi^{2} w_{0}^{4} y^{2} z^{3}}{128r^{7} (x^{2} + y^{2})\lambda^{2}} \exp\left(\frac{-w_{0}^{2} (kx + r\Omega_{0})^{2}}{2r^{2}} - \frac{w_{0}^{2} (ky + r\Omega_{0})^{2}}{2r^{2}}\right) \left(\left(1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} y\Omega_{0}}{r}\right)\right)^{2} \cdot \left(\left(1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} x\Omega_{0}}{r}\right)\right)^{2} (4a^{2}r^{2} + w_{0}^{4}k^{2} (x^{2} + y^{2})) + 2w_{0}^{4}krx\Omega_{0} (1 - \exp\left(\frac{2kw_{0}^{2} y\Omega_{0}}{r}\right))\right) \right) \\ -4arw_{0}^{2} (1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} x\Omega_{0}}{r}\right)\right)^{2} \left(1 - \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} y\Omega_{0}}{r}\right)\right) \left(ky + r\Omega_{0} + \exp\left(\frac{kw_{0}^{2} y\Omega_{0}}{r}\right) (r\Omega_{0} - ky)\right) + \\ 2w_{0}^{4}r\Omega_{0} \left(\left(1 + \exp\left(\frac{2kw_{0}^{2} x\Omega_{0}}{r}\right) + \exp\left(\frac{2kw_{0}^{2} y\Omega_{0}}{r}\right) - 4\exp\left(\frac{kw_{0}^{2} (x + y)\Omega_{0}}{r}\right) + \exp\left(\frac{2kw_{0}^{2} (x + y)\Omega_{0}}{r}\right)\right) \cdot (11) \\ r\Omega_{0} - 8ky\exp\left(\frac{kw_{0}^{2} (x + y)\Omega_{0}}{r}\right) \sinh\left(\frac{kw_{0}^{2} x\Omega_{0}}{2r}\right)^{2} \sinh\left(\frac{kw_{0}^{2} y\Omega_{0}}{r}\right)\right)\right) \\ \langle S_{z} \rangle_{\rm TM} = \frac{x^{2}r^{2}}{y^{2}z^{2}} \langle S_{z} \rangle_{\rm TE} \\ \langle S_{z} \rangle_{\rm whole} = \left(1 + \frac{x^{2}r^{2}}{y^{2}z^{2}}\right) \langle S_{z} \rangle_{\rm TE}$$

图 2 为正弦高斯涡旋光束取不同涡旋离轴量 *a* 时的能流密度分布,其中(a)、(d)为 TE 波的能流密度分 布,(b)、(e)为 TM 波的能流密度分布,(c)、(f)为光束 总的能流密度分布,计算参量 $w_0 = \lambda, \Omega_0 = \lambda$.由图 2 可 知,TE 波 *x* 轴和 TM 波 *y* 轴上的能流密度均为 0.TE 波和 TM 波中均出现 4 个黑核,而总能流密度图中出现 了 5 个黑核,黑核中心的能流密度为 0.黑核位置可根据 式(11)求出.把 $w_0 = \lambda, \Omega_0 = \lambda, a = 0$ 代入式(11),可求出 图 2(c)中 5 个黑核的位置分别为(0,0)、(-261.955, 261.955)、(261.955, 261.955)、(261.955, -261.955)、 (-261.955, -261.955),即黑核关于原点对称.而当 $a=0.2\lambda$ 时,求出图 2(f)中 5 个黑核的位置分别为 (0,0)、(-265.215,308.85)、(265.215,308.85)、 (259.618,-222.801)、(-259.618,-222.801),即黑 核关于 y 轴对称.当a=0时,把式(11)中的(x, y)换成 (-x,-y),式(11)保持不变,说明能流密度关于原点 对称,如图 2(a)~(c).当 $a\neq0$ 时,把式(11)中的 x换 成-x,式(11)不变;而把 y换成-y时,式(11)发生变 化,即能流密度只关于 y 轴对称,关于 x 轴不对称,如 图 2(d)~(f).由以上分析可知,涡旋离轴量的变化不 会影响原点处的黑核位置,但会影响能流密度分布和 其余黑核位置的对称性.



图 2 不同涡旋离轴量时的能流密度分布

Fig. 2 Energy flux distributions at different votex off-axis distance

4 结论

研究了正弦高斯涡旋光束在远场传输过程中的矢 量结构特性,得到了 TE 波、TM 波及其能流密度的解 析表达式.结果表明,正弦高斯涡旋光束的远场特性主 要受涡旋离轴量、束腰宽度和 Ω。等参量的影响.在一 定条件下,光场中会出现相位奇点和能流密度黑核;当 控制参量改变时,相位奇点和黑核会发生移动,但原点 处不受影响.当涡旋离轴量为0时,相位奇点和能流密 度分布关于原点对称;当涡旋离轴量改变时,相位奇点 和能流密度分布呈现出非对称性.本文所得结果深化 了对正弦高斯涡旋光束相位奇点的动态传输和内在矢 量结构的认识,对该光束在传输中的应用方面有一定 的参考价值和指导意义.

参考文献

- COULLET P, GIL L, ROCCA F. Optical vortices[J]. Optics Communications. 1989, 73(5): 403-408.
- [2] AKSENOV V, BANAKH V, TIKHOMIROVA O. Potential and vortex features of optical speckle fields and visualization of wave-front singularities[J]. Applied Optics, 1998, 37(21): 4536-4540.
- [3] FREUND I, SHVARTSMAN N, FREILIKHER V. Optical dislocation networks in highly random media [J]. Optics Communications, 1993, 101(3-4): 247-264.
- [4] FREUND I. Optical vortices in Gaussian random wave fields: statistical probability densities [J]. Journal of the Optical Society of America A, 1994, 11(5): 1644-1652.
- [5] FREUND I. Phase correlations at neighboring intensity critical points in Gaussian random wave fields[J]. Applied Optics, 1998, 37(32): 7560-7567.
- [6] LU Xuan-hui, HUANG Hui-qin, ZHAO Cheng-liang, et al. Optical vortex beams and optical vortices [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2008, 45(1): 50-56.
 陆璇辉,黄慧琴,赵承良,等. 涡旋光束和光学涡旋[J]. 激光 与光电子学进展, 2008, 45(1): 50-56.
- [7] CANG Ji, ZHANG Yi-xin, XU Jian-cai. Intensity distribution of focused hollow vortex beams with a Gaussian background in turbulent atmosphere [J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38 (8): 2122-2125.

仓吉,张逸新,徐建才.大气湍流中高斯空心涡旋光束的焦面 光强分布[J].光子学报,2009,**38**(8):2122-2125.

[8] RAO Lian-zhou, PU Ji-xiong. Focusing of partially coherent vortex beams by an aperture lens[J]. *Chinese Physics Letters*,

2007, **24**(5): 1252-1255.

[9] DING Pan-feng, PU Ji-xiong. Change of the off-center Laguerre-Gaussian vortex beam while propagation [J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(6): 064103. 丁攀峰,蒲继雄. 离轴拉盖尔-高斯涡旋光束传输中的光斑演

了 季季, 備並建. 两相边重小 同列 內處元來 尽 個 平 的 九 返 便 变[J]. 物理学报, 2012, **61**(6): 064103.

- [10] CASPERSON L W, HALL D G, TOVAR A A. Sinusoidal-Gaussian beams in complex optical systems [J]. Journal of the Optical Society of America A, 1997, 14(12): 3341-3348.
- [11] TOVAR A A, CASPERSON L W. Production and propagation of Hermite-sinusoidal-Gaussian laser beams[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1998, 15(9): 2425-2432.
- [12] WANG Xi-qing, KE Zun-ping, LV Bai-da. Losses of sinusoidal-Gaussian beams propagating through a hard aperture[J]. Laser Technology, 2001, 25(1): 35-39.
 王喜庆,柯尊平,吕百达.正弦类高斯光束通过硬边光阑的衍射损耗[J]. 激光技术,2001, 25(1):35-39.
- [13] CHEN R P, ZHENG H P, CHU X X. Propagation properties of a sinh-Gaussian beam in a Kerr medium [J]. Applied Physics B, 2011, 102(3): 695-698.
- [14] HUANG Yu-lin, WANG Li, KONG Rui-xia, et al. Focal shift in elegant sin-Gaussian beams using second-order moment method [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2005, 40(3): 430-434.
 黄玉霖,王莉,孔瑞霞,等.用二阶矩法研究复宗量正弦-高斯光束的焦移[J].西南交通大学学报,2005, 40(3): 430-434.
- [15] JIA Wen-wu, WANG Yue-feng, HUANG Feng, et al. Study on vector light field of laser diodes [J]. Laser Technology, 2008, 32(5): 505-507.
 贾文武,汪岳峰,黄峰,等.半导体激光器矢量光场分布研究 [J].激光技术, 2008, 32(5): 505-507.
- [16] ZHOU G. Analytical vectorial structure of a Lorentz-Gauss beam in the far field[J]. Applied Physics B, 2008, 93(4): 891-899.
- [17] LI J, CHEN Y, XU S, et al. Analytical vectorial structure of Hermite-cosine-Gaussian beam in the far field [J]. Optics & Laser Technology, 2011, 43(1): 152-157.
- [18] WU G, LOU Q, ZHOU J. Analytical vectorial structure of hollow Gaussian beams in the far field[J]. Optics Express, 2008, 16(9): 6417-6424.
- [19] MARTÍNEZ-HERRERO R, MEJÍAS P M, BOSCH S, et al. Vectorial structure of nonparaxial electromagnetic beams[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2001, 18(7): 1678-1680.