

doi: 10.3788/gzxb20144307.0726001

柱矢量涡旋光束强聚焦特性的修正研究

刘 键, 杨艳芳, 何 英, 刘国威, 郑晓

(上海大学 理学院物理系, 上海 200444)

摘 要:对现有柱矢量涡旋光束强聚焦公式的不足进行修正,数值模拟了不同拓扑核柱矢量涡旋光束的强聚焦场分布.结果表明:调节偏振旋转角、数值孔径以及遮挡通光孔径可以有效地构造平顶光束与暗通道.调节偏振旋转角能改变涡旋光束径向部分与角向部分的相对强度,实现平顶聚焦;增加孔径遮挡值可以在相对较小的数值孔径下形成平顶光束.当孔径遮挡较大时可以在高数值孔径下实现更窄的暗通道.

关键词:物理光学;偏振;涡旋光束;拓扑核;平顶光束;暗通道

中图分类号:O436

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2014)07-0726001-6

Amendment for Tightly Focusing of Cylindrically Polarized Vortex Beams

LIU Jian, YANG Yan-fang, HE Ying, LIU Guo-wei, ZHENG Xiao

(Department of Physics, College of Science, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

Abstract: Considering the radial component and azimuthal component of the vortex beam in focusing contribution, the tightly focusing formula of Cylindrical Vortex Beams(CVB) was amended. The CVB focusing intensity distribution was afresh investigated in the focal region by using amendatory tightly focusing formula. The results show that the flat-topped focus and the focal hole are proposed by adjusting the Polarization Rotation(PR) angle, Numerical-Aperture(NA) and the Aperture Blocking(AB). The adjustably confined flat-topped focus can be generated by adjusting PR angle. And the flat-topped focus can be obtained for the relative small NA with the increasing of AB. The narrower focal hole can be obtained in the higher NA when AB is larger.

Key words: Physical optics; Polarization; Vortex beams; Topological charges; Flattop beam; Focal hole

OCIS Codes: 110.2990; 140.3300; 260.5430; 050.1960

0 引言

相位板在激光调制性能中得到广泛的应用,当一束普通激光光束穿过螺旋相位板时可以得到具有螺旋相位分布的光束,即涡旋光束^[1-2].涡旋光束具有连续螺旋状相位,光束的波阵面既不是平面,也不是球面,而是旋涡状,具有奇异性.每束涡旋光束携带有一个螺旋相位因子 $\exp(im\phi_0)$,Allen 等^[3]证明每个轴对称的涡旋光束的光子都携带有 $m\hbar$ 轨道角动量,轨道角动量作用于粒子,使粒子绕光轴旋转,因此涡旋光束可以被用作“光扳手”^[4-5].

由于涡旋光束的相位奇异性,它的强聚焦特性在

近年来得到了广泛研究^[6-12],研究表明偏振态的改变对涡旋光束强聚焦后的焦场有很大影响.圆偏振涡旋光束的强聚焦场在焦点附近有较强的纵向场,总强度分布依赖于拓扑核数目和角动量旋转方向,能用于光束塑形^[13-15].近几年来,径向偏振、角向偏振和柱矢量涡旋光束也得到了广泛研究^[16-19].Rao 等指出通过选取适当的数值孔径与偏转角度可以使拓扑核 $m=1$ 的柱矢量涡旋光束强聚焦得到更窄的平顶光束,而 $m=2$ 的柱矢量涡旋光束强聚焦时随着偏转角增大暗通道宽度变窄,因而角向涡旋光束强聚焦会得到最窄的暗通道^[19].然而在文献^[15-16,19]计算过程中忽略了具有拓扑核的涡旋光束径向矢量和角向矢量对聚焦的贡

基金项目:国家自然科学基金(Nos.61108010,11204170)和上海市自然科学基金(No.11R1412300)资助

第一作者:刘键(1987-),男,硕士研究生,主要研究方向为矢量光束的生成、检测及其在光学微操纵中的应用. Email: LJJLJJ@shu.edu.cn

导师(通讯作者):杨艳芳(1973-),女,博士,副教授,主要研究方向为光信息传输和波导光学. Email: yanyangfang@shu.edu.cn

收稿日期:2013-11-11;录用日期:2014-01-17

http://www.photon.ac.cn

献.本文对这一问题进行修正,研究了柱矢量涡旋光束的强聚焦特性及角向与径向分量间的相互贡献.在此基础上分别提出了一种平顶光束和暗通道的构造方法,在激光印刷、粒子捕捉、粒子旋转等领域内有潜在的运用价值^[21-23].

1 柱矢量涡旋光束强聚焦修正

1.1 修正的柱矢量涡旋光束强聚焦公式

依靠空间光调制器和偏振旋转能产生柱矢量涡旋光束,一束柱矢量光束的偏振旋转如图1,其中 ϕ_0 为相对于径向方向的偏转旋转角.这样的光束由一束角向

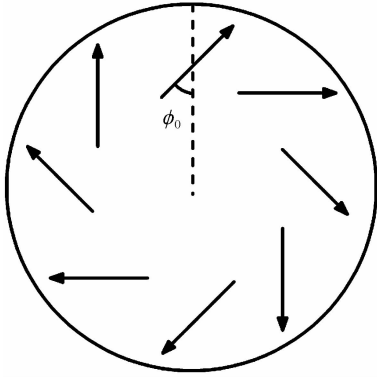


图1 偏振旋转

Fig.1 The pattern of the polarization rotator

矢量光与一束径向矢量光线性叠加而成,因此柱矢量涡旋光束的光场可以表达为

$$\mathbf{E}_{in} = A \cdot l_0(\theta) \cdot \exp(im\phi) \cdot (\cos\phi_0 \mathbf{e}_r + \sin\phi_0 \mathbf{e}_\phi) \quad (1)$$

式中 $l_0(\theta)$ 是轴对称的振幅分布,为衍射函数, A 为常量, m 为涡旋光束的拓扑核数目, $\cos(\phi_0)$ 与 $\sin(\phi_0)$ 分别对应入射柱矢量光束的径向与角向分量振幅的相对强度.

从 T. G. Brown 聚焦公式出发,参照文献[20]中式(5)可得,当入射光束为径向矢量光束时聚焦场强在焦点处的分布为

$$\begin{bmatrix} e_x^{(s)} \\ e_y^{(s)} \\ e_z^{(s)} \end{bmatrix} = \frac{-iA}{\pi} \int_0^\alpha \int_0^{2\pi} \sin\theta \cos^{1/2}\theta \cdot l(\theta, \phi) \exp(ik(z_s \cdot \cos\theta + \rho_s \sin\theta \cos(\phi - \phi_s))) \begin{bmatrix} \cos\theta \cos\phi \\ \cos\theta \sin\phi \\ \sin\theta \end{bmatrix} d\phi d\theta \quad (2)$$

式中, $l(\theta, \phi) = l_0(\theta) \exp(im\phi)$, $e_x^{(s)}$, $e_y^{(s)}$, $e_z^{(s)}$ 分别是聚焦后电场在直角坐标中的分量, $\alpha = \sin^{-1}(NA/n)$ 其值取决于数值孔径 NA 和透镜像空间的折射率 n , θ 是极角, (ρ_s, ϕ_s, z_s) 是聚焦后像空间的柱坐标系,坐标原点在焦点处, z_s 正方向沿光束传输方向, ϕ_s 是以 x 轴为起点的方位角. 依据直角坐标和柱坐标的转换公式为

$$\begin{cases} e_\phi^{(s)} = e_y^{(s)} \cos\phi_s - e_x^{(s)} \sin\phi_s \\ e_\rho^{(s)} = e_x^{(s)} \cos\phi_s - e_y^{(s)} \sin\phi_s \end{cases} \quad (3)$$

可以得到柱坐标系的强聚焦公式为

$$\begin{bmatrix} e_\rho^{(s)} \\ e_\phi^{(s)} \\ e_z^{(s)} \end{bmatrix} = \frac{-iA}{\pi} \int_0^\alpha \int_0^{2\pi} \sin\theta \cos^{1/2}\theta \cdot l(\theta, \phi) \exp(ik(z_s \cdot \cos\theta + \rho_s \sin\theta \cos(\phi - \phi_s))) \begin{bmatrix} \cos\theta \cos(\phi - \phi_s) \\ \cos\theta \sin(\phi - \phi_s) \\ \sin\theta \end{bmatrix} d\phi d\theta \quad (4)$$

由此可见,一束径向涡旋矢量光束在聚焦后分别有角向分量、径向分量和纵向分量.

同理,一束角向偏振的涡旋光束在柱坐标系中的强聚焦场表示为

$$\begin{bmatrix} e_\rho^{(s)} \\ e_\phi^{(s)} \\ e_z^{(s)} \end{bmatrix} = \frac{-iA}{\pi} \int_0^\alpha \int_0^{2\pi} \sin\theta \cos^{1/2}\theta \cdot l(\theta, \phi) \exp(ik(z_s \cdot \cos\theta + \rho_s \sin\theta \cos(\phi - \phi_s))) \begin{bmatrix} -\sin(\phi - \phi_s) \\ \cos(\phi - \phi_s) \\ 0 \end{bmatrix} d\phi d\theta \quad (5)$$

可以看出角向涡旋光束聚焦后在焦平面上可以产生径向分量.

由图1所示,一束柱矢量涡旋光束的强聚焦场可写成径向矢量光束的聚焦场式(4)和角向矢量光束聚焦场式(5)的叠加,因而柱坐标涡旋矢量光束经过高数值孔径透镜聚焦后在焦点附近的电场分布可写为

$$\begin{bmatrix} e_\rho^{(s)} \\ e_\phi^{(s)} \\ e_z^{(s)} \end{bmatrix} = \frac{-iA}{\pi} \int_0^\alpha \int_0^{2\pi} \sin\theta \cos^{1/2}\theta \cdot l(\theta, \phi) \cdot \exp(ik(z_s \cos\theta + \rho_s \sin\theta \cos(\phi - \phi_s))) \cdot \begin{bmatrix} e'_r \cos\theta \cos(\phi - \phi_s) - e'_\phi \sin(\phi - \phi_s) \\ e'_r \cos\theta \sin(\phi - \phi_s) - e'_\phi \cos(\phi - \phi_s) \\ e'_r \sin\theta \end{bmatrix} d\phi d\theta \quad (6)$$

式中 $e'_r = \cos(\phi_0)$, $e'_\phi = \sin(\phi_0)$ 分别是聚焦前入射光束的径向和角向分量, 将式(1)代入式(6)得到柱矢量涡旋光束聚焦后在焦点附近的电场分布为

$$e_\rho^s = Ai^m \exp(im\phi_s) \times \int_0^\alpha \sqrt{\cos\theta} \sin\theta \exp[ikz_s \cdot \cos\theta] l_0(\theta) \{ \cos(\phi_0) \cdot \cos\theta [J_{m+1}(k\rho_s \sin\theta) - J_{m-1}(k\rho_s \sin\theta)] + i \sin(\phi_0) [J_{m+1}(k\rho_s \sin\theta) + J_{m-1}(k\rho_s \sin\theta)] \} d\theta \quad (7)$$

$$e_\phi^s = Ai^m \exp(im\phi_s) \times \int_0^\alpha \sqrt{\cos\theta} \sin\theta \exp[ikz_s \cdot \cos\theta] l_0(\theta) \times \{ i \cos(\phi_0) \cdot \cos\theta [-J_{m+1}(k\rho_s \sin\theta) - J_{m-1}(k\rho_s \sin\theta)] + \sin(\phi_0) [J_{m+1}(k\rho_s \sin\theta) - J_{m-1}(k\rho_s \sin\theta)] \} d\theta \quad (8)$$

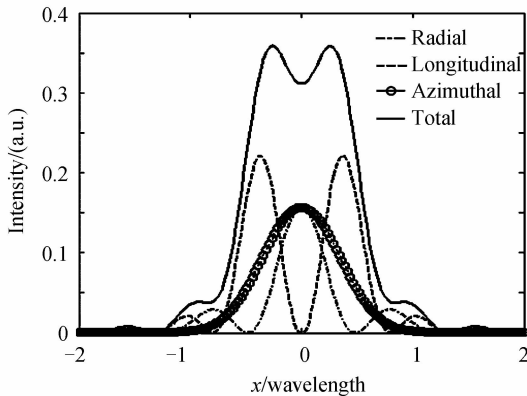
$$e_z^s = 2Ai^{m+1} \exp(im\phi_s) \cos(\phi_0) \int_0^\alpha \sqrt{\cos\theta} \cdot$$

$$\sin^2 \theta \exp [ikz_s \cos \theta] l_0(\theta) J_m(k\rho_s \sin \theta) d\theta \quad (9)$$

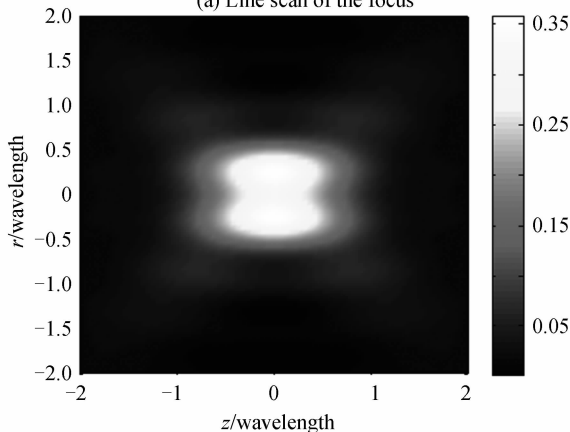
式中 J_m, J_{m+1}, J_{m-1} 分别为 $m, m+1, m-1$ 阶的第一类贝塞尔函数. 本文模拟计算中取 $l_0(\theta) = 1, A = 1$, 偏转旋转角 ϕ_0 取值范围为 $0 - \pi/2$, 长度单位为波长 λ . 可以看出, 式(7)中四个贝塞尔函数的后两项表示了入射光束中的角向分量聚焦后对径向分量场的贡献, 式(8)中贝塞尔函数的前两项表示入射光束的径向分量聚焦后对角向分量场的贡献.

1.2 拓扑核 $m=1$ 的柱矢量涡旋光束的强聚焦

图2为拓扑核 $m=1$ 和参量 $\phi_0=0$ (径向偏振), $\alpha=80^\circ$ 的涡旋光束强聚焦后在焦平面附近的光场分布. 从图2(a)可以看出, 结果与文献[19]不同, 径向偏振的涡旋光束聚焦后不仅有径向分量而且还出现了角向分量. 角向分量与径向分量的光强分布皆呈峰状并且在光轴处具有相等大小的极大值, 而纵向场强的分布呈环状, 在光轴处场强为零呈现暗斑, 因此总光强在光轴附近具有非零的强度分布, 这为聚焦后形成平顶光束提供了可能.



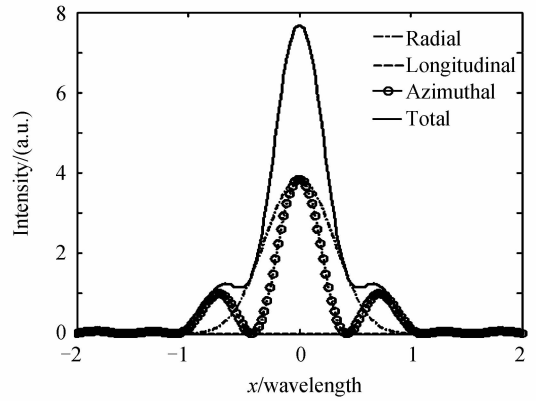
(a) Line scan of the focus



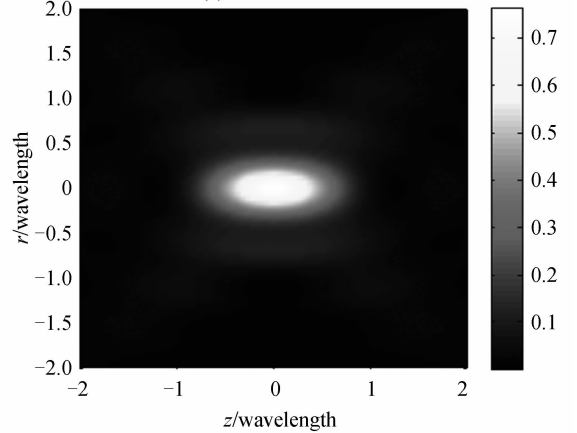
(b) The intensity distribution in $r-z$ plane

图2 $m=1$ 和 $\alpha=80^\circ$ 的径向涡旋光束的强聚焦特性
Fig. 2 The intensity distributions of the radial vortex beam at the focal plane with $m=1, \alpha=80^\circ$

图3为 $m=1, \phi_0=90^\circ$ (角向偏振), $\alpha=80^\circ$ 的涡旋光束强聚焦后在焦平面附近的光强分布. 同样可以看出角向涡旋光束聚焦后不仅有角向分量而且还有径向



(a) Line scan of the focus



(b) The intensity distribution in $r-z$ plane

图3 $m=1$ 和 $\alpha=80^\circ$ 的角向涡旋光束的强聚焦特性
Fig. 3 The intensity distributions of the azimuthal vortex beam at the focal plane with $m=1, \alpha=80^\circ$

分量, 并且角向分量与径向分量的强度在光轴处具有相等的极大值. 由于角向涡旋光束聚焦后没有纵向场强, 所以总场强为角向分量和径向分量的叠加.

图4为 $\alpha=80^\circ, m=1$ 的柱矢量涡旋光束聚焦后不同分量的光强分布的极大值随偏转角 ϕ_0 的变化情况, 其中 ϕ_0 的取值范围为 $0 \sim 90^\circ$. 可以看出, 随着 ϕ_0 的增大纵向分量的场强逐渐降低至零, 角向分量极值变化曲线与径向分量极值的变化曲线相互重合, 因此它们

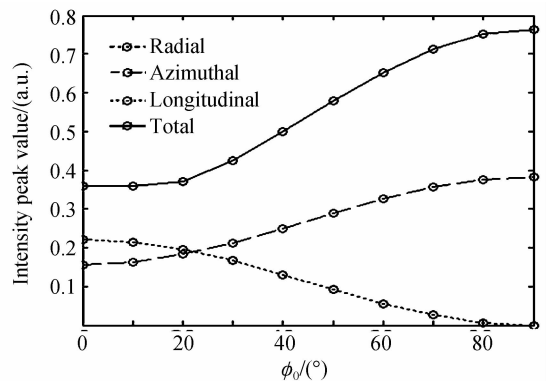


图4 焦平面处的不同方向场强分量极大值随偏转角 ϕ_0 的变化

Fig. 4 The intensity peak value at the focal plane for different values of ϕ_0

始终具有相同大小的强度峰值,并随偏转角度的增加而增加.由于横向分量(包括角向分量与径向分量)的分布呈峰状而纵向分量的分布为环状,致使总场强中心部分强度随 ϕ_0 而不断增加,而周围部分则随 ϕ_0 而迅速减小.

2 激光塑形

2.1 平顶聚焦

从图 2 和图 3 可以看出涡旋光束聚焦后纵向场强为环状分布,而角向或径向分量场强在焦点附近为峰状分布,因此可以通过调节它们的相对强度使两者互补构成平顶光束.图 5 为 $\alpha=67^\circ$ 、 $m=1$ 的径向涡旋光束聚焦得到的平顶光束,而文献[19]中径向涡旋光束的平顶聚焦是在孔径角 $\alpha=60^\circ$ 条件下实现的,这是由于忽略了入射光束的径向分量对角向分量的贡献,使平顶光束的构造出现了误差.

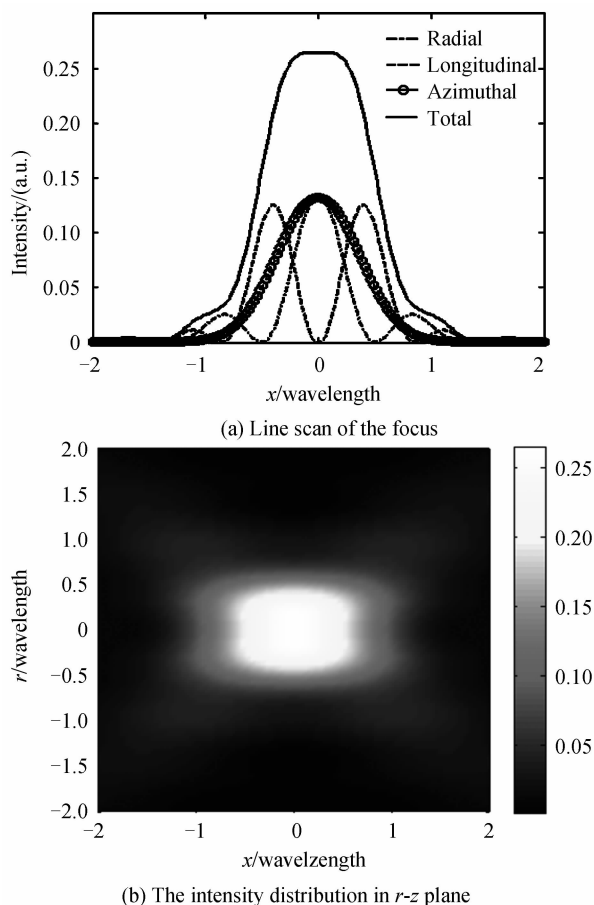


图 5 $m=1$ 和 $\alpha=67^\circ$ 的径向涡旋矢量光束的平顶聚焦
Fig. 5 Flat-topped focus using the radial vortex beam with $\alpha=67^\circ$, $m=1$

实验验证平顶聚焦时,大的数值孔径意味着高的实验成本,因此讨论较低数值孔径下的平顶聚焦是非常有意义的.研究表明调制入射光束的振幅可以实现聚焦后横向分量与纵向分量相对强度的调节.对光束振幅的调制可通过对通光孔径中心的遮挡来实现,即

遮光部分占总通光孔径大小的百分比,称作孔隙系数 s .研究发现,增加 s 或增加 α 都能有效降低焦平面中心的横向场强分量,当增加 s 时就必须同时减小 α 来构造平顶光束.表 1 为拓扑核 $m=1$ 的径向涡旋矢量光束强聚焦构造平顶光束时所需的不同 s 与孔径角 α 的值.从表中可以看出孔隙系数 s 越大则构造平顶光束所需的孔径角 α 越小.当 $s=90\%$ 时,可以由一束径向涡旋矢量光束在 $\alpha=47.5^\circ$ 的条件下得到平顶光束,如图 6 所示.

表 1 径向涡旋光束 ($m=1$) 平顶聚焦所需不同的孔径角 α 与孔隙系数 s 的值

Table 1 Flat-topped focus using radial vortex beam with $m=1$ for different values of α and s

Parameter $s/(\%)$	$\alpha/(\circ)$
10	66.5
30	63.5
50	58.0
70	52.5
90	47.5

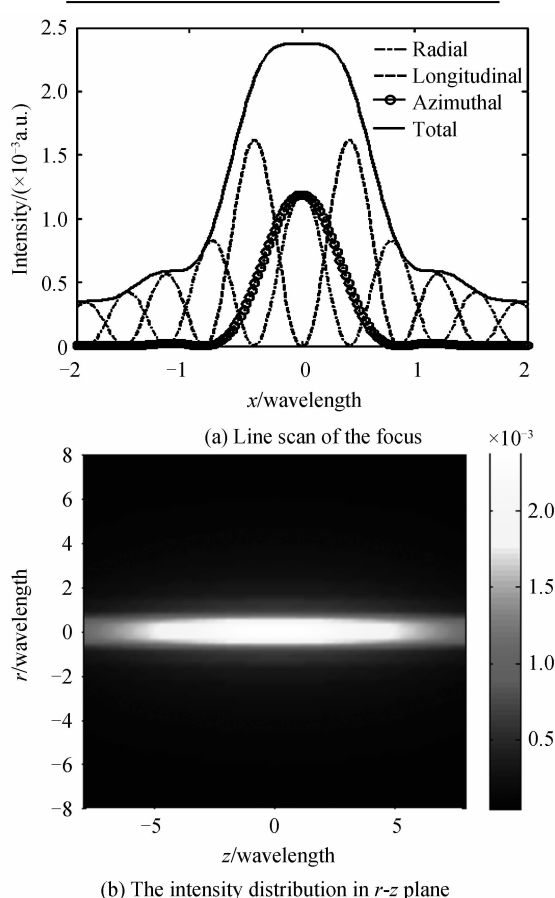


图 6 $\alpha=47.5^\circ$, $s=90\%$ 时, 径向涡旋光束的平顶聚焦
Fig. 6 Flat-topped focus using the radial vortex beam with $\alpha=47.5^\circ$ and $s=90\%$

2.2 暗通道聚焦

在通过孔径遮挡构造平顶光束的过程中发现,不断增加 s 或 α 都能有效降低横向场强的相对强度.因

此当 s 与 α 取值较大时,横向电场强度将趋近于零,此时总场强几乎全部由纵向电场提供的.图 7 为 $m=1$ 的径向矢量涡旋光束在孔径角 $\alpha=90^\circ$,孔障系数 $s=90\%$ 时的焦平面场强分布.由于焦平面上中心场强极小,纵向电场呈环状分布,而 $r-z$ 平面上的场强分布又由于孔径遮挡而被拉伸,这样的光学结构可以看作是一个良好的暗通道.最大半值宽度(Full Width Half Maximum,FWHM)通常用来衡量聚焦后的暗通道.研究发现暗通道的 FWHM 值随 α 与 s 的增加而减小,孔径角 $\alpha=90^\circ$, $s=90\%$ 时聚焦形成的暗通道横向电场强度趋于零并且具有极窄的半宽,其半宽 FWHM 仅为 0.31λ .当 $m>1$ 时,对于径向偏振和角向偏振的矢量涡旋光束,不管有没有孔径遮挡都可以形成类似的光学暗通道,并且暗通道的半宽随着拓扑核数 m 的增加会增加.

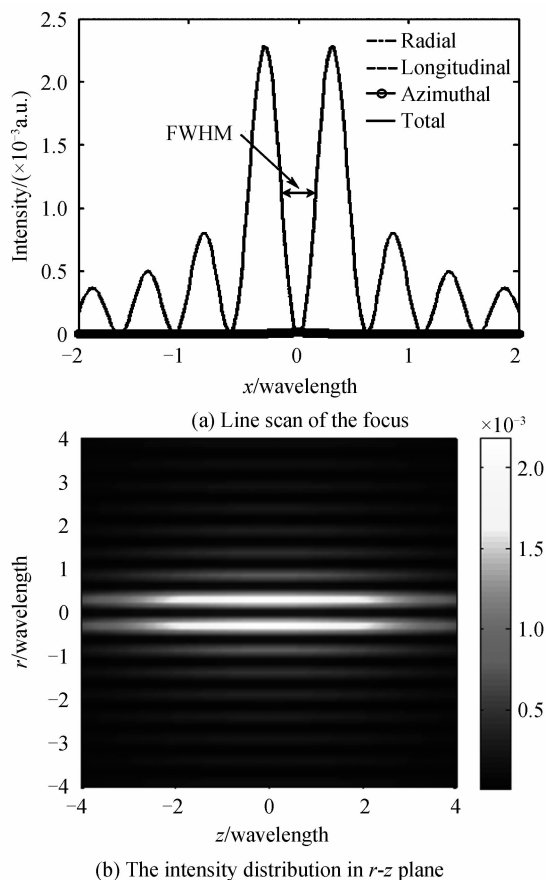


图 7 $\alpha=90^\circ$, $s=90\%$ 的径向涡旋光束的暗通道聚焦
Fig. 7 Focal hole using the radial vortex beam with $\alpha=90^\circ$ and $s=90\%$

3 结论

本文修正了柱矢量涡旋光束强聚焦公式,模拟了不同拓扑核柱矢量涡旋光束的强聚焦场分布.研究表明,通过调节偏振旋转角 ϕ_0 、数值孔径 α 以及孔障系数 s 可以改变聚焦总强度.调节 ϕ_0 能改变涡旋光束的径向部分与角向部分的比例,实现平顶聚焦;增加孔障系

数 s 可以在相对较小的数值孔径下形成平顶光束.当孔障系数 s 较大时,在高数值孔径下实现更窄的暗通道.这在激光印刷、粒子捕捉、粒子旋转等领域中有着潜在的运用价值.

参考文献

- [1] BEVERSLUIS M R, NOVOTNY L, STRANICK S J. Programmable vector point-spread function engineering[J]. *Optics Express*, 2006, **14**(7): 2650-2656.
- [2] YUAN G H, WEI S B, YUAN X C. Generation of nondiffracting quasi-circular polarization beams using an amplitude modulated phase hologram[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2011, **28**(8): 1716-1720.
- [3] ALLEN L, BEIJERSBERGEN M W, SPREEUW R J C, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian Laser modes[J]. *Physical Review A*, 1992, **45**(11): 8185-8189.
- [4] LEE W M, YUAN X, TANG D. Optical tweezers with multiple optical forces using double-hologram interference[J]. *Optics Express*, 2003, **11**(3): 199-207.
- [5] TAO S, YUAN X, LIN J, et al. Fractional optical vortex beam induced rotation of particles[J]. *Optics Express*, 2005, **13**(20): 7726-7731.
- [6] BOMZON Z, GU M. Space-variant geometrical phases in focused cylindrical light beams[J]. *Optics Letters*, 2007, **32**(20): 3017-3019.
- [7] HAO Xiang, KUANG Cui-fang, WANG Ting-ting, et al. Phase encoding for sharper focus of the azimuthally polarized beam[J]. *Optics Letters*, 2010, **35**(23): 3928-3930.
- [8] HUANG Kun, SHI Peng, CAO G W, et al. Vector-vortex Bessel-Gauss beams and their tightly focusing properties[J]. *Optics Letters*, 2011, **36**(6): 888-890.
- [9] ZHANG Zhi-ming, PU Jix-iong, WANG Xi-qing. Tightly focusing of linearly polarized vortex beams through a dielectric interface[J]. *Optics Communications*, 2008, **281**(13): 3421-3426.
- [10] ZHAO Yi-qiong, EDGAR J S, JEFFRIES G D M, et al. Spin-to-orbital angular momentum conversion in a strongly focused optical beam[J]. *Physical Review Letters*, 2007, **99**(7): 073901.
- [11] CHEN Bao-Suan, PU Ji-Xiong. Tight focusing of elliptically polarized vortex beams[J]. *Applied Optics*, 2009, **48**(7): 1288-1294.
- [12] SHU J, PU J X, LIU Y. Angular momentum conversion of elliptically polarized beams focused by high numerical-aperture phase Fresnel zone plates[J]. *Applied Physics B*, 2011, **104**(3): 639-646.
- [13] IKETAKI Y, WATANABE T, BOKOR N, et al. Investigation of the center intensity of first-and second-order Laguerre-Gaussian beams with linear and circular polarization[J]. *Optics Letters*, 2007, **32**(16): 2357-2359.
- [14] ZHAO Yi-qiong, SHAPIRO D, MCGLOIN D, et al. Direct observation of the transfer of orbital angular momentum to metal particles from a focused circularly polarized Gaussian beam[J]. *Optics Express*, 2009, **17**(25): 23316-23322.
- [15] ZHAN Qi-wen. Properties of circularly polarized vortex beams[J]. *Optics Letters*, 2006, **31**(7): 867-869.
- [16] PU Jix-iong, ZHANG Zhi-ming. Tight focusing of spirally polarized vortex beams[J]. *Optics and Laser Technology*, 2010, **42**(1): 186-191.
- [17] ZHANG Zhi-ming, PU Jix-iong, WANG Xi-qing. Tight focusing of radially and azimuthally polarized vortex beams

- through a uniaxial birefringent crystal[J]. *Applied Optics*, 2008, **47**(12): 1963-1967.
- [18] SATO S, KOZAWA Y. Hollow vortex beams[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2009, **26**(1): 142-146.
- [19] RAO Lian-zhou, PU Jix-iong, CHEN Zhi-yang, *et al.* Focus shaping of cylindrically polarized vortex beams by a high numerical-aperture lens[J]. *Optics and Laser Technology*, 2009, **41**(3): 241-246.
- [20] YOUNGWORTH K S, BROWN T G. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams [J] . *Optics Express*, 2000, **7**(2): 77-87.
- [21] LENG Mei, YANG Yan-fang, HE Ying, *et al.* Effect factors of the focal shift in spatial-variant polarized vector beams[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(5): 0526001.
- 冷梅,杨艳芳,何英,等. 影响空间变化偏振矢量光束强聚焦后焦斑位移的因素[J]. *光学学报*, 2012, **32**(5): 0526001.
- [22] LIU Hai-gang, YANG Yan-fang, HE Ying, *et al.* Theoretical study about real-time manipulation of optical cage with double-ring-shaped hybridly polarized vector beam[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2012, **39**(3): 0302009.
- 刘海港,杨艳芳,何英,等. 基于双环混合偏振矢量光束实现光学囚笼实时操纵的理论研究[J]. *中国激光*, 2012, **39**(3): 0302009.
- [23] WENG Xiao-yu, GUO Han-ming, DONG Xiang-mei, *et al.* Focusing characteristics of laguerre-gaussian radially polarized beam through high numerical aperture[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(5): 799-802.
- 翁晓羽,郭汉明,董祥美,等. 拉盖尔高斯径向偏振光高数值孔径聚焦特性[J]. *光子学报*, 2011, **40**(5): 799-802.