

doi: 10.3788/gzxb20144306.0622001

混入逃逸函数的实数编码遗传算法优化光学系统

王泽民, 吕丽军

(上海大学 精密机械系, 上海 200072)

摘 要: 为了得到超多参量光学系统的最佳设计, 将标准遗传算法的二进制编码改为实数编码以提高算法的鲁棒性和计算效率, 并在评价函数中混入逃逸函数避免优化过程陷入局部极值. 用改进后的遗传算法和 CODE V 对鱼眼镜头光学系统和折反射全景成像系统的设计案例进行光学参量优化, 并应用 Zemax 对两种优化结果进行光线追迹成像模拟. 计算结果表明, 应用改进遗传算法比混入逃逸函数的遗传算法或 CODE V 软件优化所得到光学系统的成像质量有明显提高, 在优化超多参量光学系统时具有较为理想的鲁棒性和计算效率.

关键词: 超大视场光学系统; 光学设计; 像差; 遗传算法; 逃逸函数; 鲁棒性

中图分类号: TH744

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2014)06-0622001-7

Optimization of Optical Systems with the Real-coded Genetic Algorithm Incorporated into Escape Function

WANG Ze-min, LU Li-jun

(Department of Precision Mechanism, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

Abstract: To reach the optimal design of optical system, the binary coding of standard genetic algorithm was changed to real coding to improve its robustness and calculation efficiency, and an escape function was incorporated into the evaluation function of system to avoid falling into local minima. Then the improved genetic algorithm was applied to optimize a fisheye lens and a catadioptric panoramic image system. The imaging performances were simulated by raytracing calculation with Zemax and optimized with CODE V for comparison. The calculation results show that the optical system optimized with the improved algorithm has better imaging performance than which optimized with standard genetic algorithm mixed with escape function or optimized by CODE V. The study confirms that the proposed algorithm has satisfactory robustness and calculation efficiency in optimization of optical systems.

Key words: Ultra-wide-angle optical system; Optical design; Aberration; Genetic algorithm; Escape function; Robustness

OCIS Codes: 220.1010; 220.1250; 220.2740; 220.3620

0 引言

现代光学设计软件(如 Zemax 和 Code V)是基于光线追迹的计算数据发展而来的, 它能辅助人们对光学系统进行优化设计, 但不一定能得到最佳优化解^[1], 光学设计者的经验及优化算法也起到很重要的作用. 传统光学系统优化大多采用阻尼最小二乘法, 但该算

法是一种局部优化算法. 标准遗传算法(Standard Genetic Algorithm, SGA)是基于自然选择, 模仿生物进化过程的一种全局优化算法, 采用的是二进制编码. 它通过对优化参量进行选择、交叉、变异操作, 找到使评价函数最优的系统. 标准遗传算法在光学系统优化设计中的应用^[2-6]已经相当普遍, 并基于它发展了多种进化算法^[7].

基金项目: 国家自然科学基金项目(No. 11274223)和上海市教委创新基金项目(No. 12ZZ088)资助

第一作者: 王泽民(1989-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为大视场光学系统的优化设计. Email: stefano-wang@163.com

导师(通讯作者): 吕丽军(1963-), 男, 教授, 博导, 主要研究方向为真空紫外、软 X 射线光学及仪器技术等. Email: lulijun@shu.edu.cn

收稿日期: 2013-10-23; 录用日期: 2013-12-06

<http://www.photon.ac.cn>

当标准遗传算法应用于超多参量光学系统的优化时,由于采用的二进制编码较长导致计算量大、鲁棒性差,并且由于遗传算子的单一性,使它对不同优化问题的适应性较差、寻优过程易陷入局部最优而出现早熟. Adewuya^[8]最先提出采用实数编码的遗传算法,它在算法的鲁棒性、计算效率上与二进制遗传算法相比有着明显优势;陈辉等^[9]通过实验比较了实数编码和二进制编码的遗传算法性能,结果表明实数编码遗传算法的收敛速度和鲁棒性均好于二进制编码;邵桢等^[10]通过设计一个三元镜头证实了实数编码遗传算法可以有效地解决镜头设计问题中的多目标优化问题.另一方面,针对阻尼最小二乘法的局限,王涌天^[11]等应用混入逃逸函数的阻尼最小二乘法改善了它易陷入局部极值的缺点,但仍需光学设计者给出优化的路径.常欢和吕丽军等^[12]在优化超大视场光学系统时,应用混入逃逸函数的遗传算法(Standard Genetic Algorithm Mixed with Escape Function, MESGA),使标准遗传算法的鲁棒性得到了一定程度的改善.

根据实数编码遗传算法以及混入逃逸函数方法的优点,本文将标准遗传算法与实数编码及混入逃逸函数这两种方法相结合(Real-Coded Genetic Algorithm Mixed with Escape Function, MERCGA),并将它应用于超大视场光学系统的优化设计.

1 超大视场光学系统的评价函数

在超大视场光学系统中^[13],成像光束会以很大的人射角(可能超过 80°)打在光学元件表面上,赛德尔像差理论不再适用于此类光学系统的像差计算.平面对称光学系统的像差理论被应用于超大视场光学系统的像差分析^[14],使此类光学系统的各类像差可以表达成光学系统参量的函数,基于像差表达式的光学系统评价函数为^[14]

$$Q = \sum_{i=1}^k \epsilon_i (Q_{x(i)}^2 + Q_{y(i)}^2 + \mu_i Q_{c(i)}^2 + \eta_i Q_{\varphi(i)}^2) \quad (1)$$

式中, $Q_{x(i)}$ 、 $Q_{y(i)}$ 是第 i 个视场的物点在像面上孔径光线像差分量; $Q_{c(i)}$ 、 $Q_{\varphi(i)}$ 表示光学系统的垂轴色差和轴向色差; ϵ_i 、 μ_i 以及 η_i 是相应项的权重因子. $Q_{x(i)}$ 和 $Q_{y(i)}$ 的计算表达式^[14]为

$$\begin{cases} Q_{x(i)}^2 = \frac{8}{\pi W_q L} \int_{-W_q/2}^{W_q/2} \int_0^{\frac{1}{2} \sqrt{1-4x^2/W_q^2}} (x' - \bar{x}')^2 dx dy \\ Q_{y(i)}^2 = \frac{8}{\pi W_q L} \int_{-W_q/2}^{W_q/2} \int_0^{\frac{1}{2} \sqrt{1-4x^2/W_q^2}} y'^2 dx dy \end{cases} \quad (2)$$

$$\bar{x}' = \frac{8}{\pi W_q L} \int_{-W_q/2}^{W_q/2} \int_0^{\frac{1}{2} \sqrt{1-4x^2/W_q^2}} x' dx dy \quad (3)$$

式中, W_q 和 L 分别为光束在最后光学元件面上沿子午 (x) 和弧矢 (y) 方向的投影长度. 式(2)中积分域采用椭圆是由于在超大视场光学系统中,虽然孔径光阑一

般采用圆形孔,但光束在子午和弧矢平面内的焦点位置不一样,造成光束截面一般呈椭圆形. 孔径光线像差分量的计算表达式^[14]为

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{\cos \varphi} (d_{100} x + d_{200} x^2 + d_{020} y^2 + d_{300} x^3 + d_{120} x y^2) \\ y' = h_{010} y + h_{110} x y + h_{210} x^2 y + h_{030} y^3 \end{cases} \quad (4)$$

轴向色差分量 $Q_{\varphi(i)}$ 为

$$Q_{\varphi(i)} = \frac{|r'_{mf(i)} - r'_{mc(i)}| \tan \theta_{D(i)}}{2\sqrt{2} \cos \omega_{\varphi(i)}} \quad (5)$$

式中, $\theta_{D(i)}$ 是第 i 个视场角的 D 光在像方空间的光束半孔径角, $r'_{mf(i)}$ 、 $r'_{mc(i)}$ 和 $r'_{mD(i)}$ 分别表示 F 光、 C 光和 D 光主光线在最后光学面和像面之间的距离, $\omega_{\varphi(i)}$ 表示光学系统的像方视场角,如图 1.

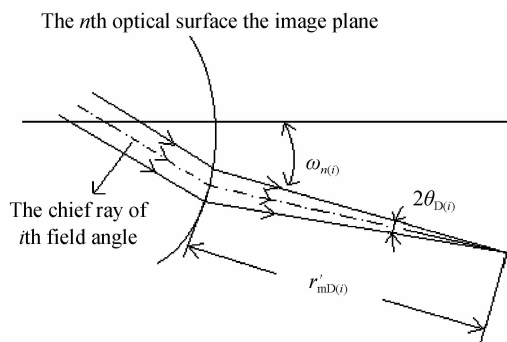


图 1 第 i 个视场角的 D 光光束从最后光学面出射聚焦于像面示意图

Fig. 1 D light ray of the i th field angle passes through the last optical surface and focuses onto the image plane

2 遗传算法的改进

以文献[17]中鱼镜头光学系统为例,对实数编码方案和二进制编码方案进行分析.

1) 实数编码程序:

种群数 = 200; 优化参量个数 = 19;

参量搜索上限 = [-2, -84.181, -16.484, -17.009, -77.251, -18.256, -57.451, 46.509, -10.306, -17.395, 7.9, 3.373, 19.5, 1, 12.85, 1.2, 1.34, 2.571, 1.781];

参量搜索下限 = [2, -78.179, -13.483, -15.008, -71.249, -16.556, -51.449, 51.511, -7.606, -15.394, 12.1, 5.375, 21.82, 2.2, 15.87, 2.3, 3.36, 4.573, 2.783];

参量上下限 = [下限值, 上限值];

种群基因编码 = InitializeGA(19, bounds, 'FUN', eval_Ops, [1e-4 1]);

2) 二进制编码程序:

[Initpop] = InitPopGray(种群数, 二进制位数);
染色体长度 = Sum(二进制位数);

```

初始个体种群 = Zeros(种群数,染色体长度);
Parfor(i = 1, popsize-1) %编码赋值循环体
    pop = round(rand(1, len));
    pop = mod([0 pop] + [pop 0], 2);
Initpop(i, :) = pop(1: end-1); %对种群基因编码
end
初始种群长度 = Ones(1, 长度)。
    
```

在实数编码方案中,每个基因有 0~9 共 10 种可能取值.若每个变量用 L 位十进制数表示,变量个数为 m ,则染色体长度为 $m \times L$.实值编码策略不对变量进行编码,而将每个变量当作一位基因直接处理.实数编码直接对解空间进行编码,和二进制编码相比大大缩短串长,遗传操作无须频繁地编码和解码,提高了算法效率^[15].而二进制编码则将每个基因都编码为 0 或者 1,在最后计算时再通过解码转换成实数值,由于 1 个十进制数需要 4 位甚至更多位的二进制数表示,导致二进制代码串比十进制代码串要长得多,同时过于频繁的编码和解码导致计算误差扩大、准确度下降.并且相邻整数的二进制编码可能会出现海明(hamming)距离^[15],其值可能会很大,使得交叉和突变都难以跨越,结果导致遗传算子搜索能力下降,影响算法的鲁棒性.

为克服遗传算法在优化超多参量光学系统时易陷入局部极值的不足,在评价函数式(1)运行到局部最优解时加入一个逃逸函数 Q_e ^[11]来改变此时空间的局部“地形”,使其跳出局部最优解,然后继续搜寻,直至达到全局最优解.逃逸函数表达式为

$$Q_e = H \exp \left[-\frac{1}{W^2} \sum_{j=1}^n (x_j - x_{jL})^2 \right] \quad (6)$$

式中, x_j 是指第 j 个优化参量的搜索值, x_{jL} 是指当评价函数搜索到某个局部极小值时对应的第 j 个参量; H 、 W 为逃逸函数的高度和宽度.恰当地选取 H 和 W 值可以使程序能很快的跳出局部极值.它们的初值 H_0 、 W_0 可以经过多次试验计算得到,由经验其值的选取应稍微偏小(一般 0~2),这样使优化进程在离开局部极小后,可以尽量避免遗漏其附近的更优解.本文优化实例中,初始设定 $H_0 = 0.8$ 和 $W_0 = 0.1$.若逃逸不成功,可以依据式(7)重新确定 H 、 W 的值^[11]

$$\begin{cases} H_{k'} = 2^{k'} H_0 \\ W_{k'} = (1 + 0.03k') W_0 \end{cases} \quad (k' = 1, 2, 3, \dots) \quad (7)$$

直到第 k' 次逃逸成功为止.

3 数值验证

根据超大视场光学系统评价函数及改进的实数编码遗传算法,在 Matlab 环境下编制了相应的算法程序,算法流程如图 2.

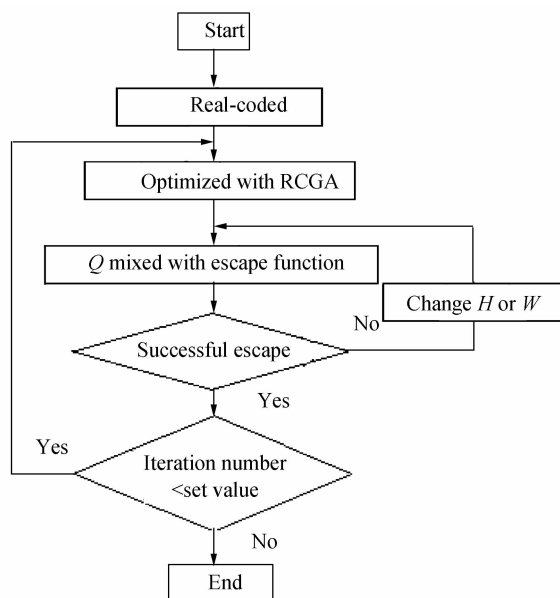


图 2 算法流程

Fig. 2 The flow diagram of the algorithm

3.1 鱼眼镜头

图 3 为鱼眼镜头光学系统^[16],表 1 为镜头的参考设计参量^[16].CODE V 的优化参量是采用软件中的缺省评价函数和全局优化方案得到的.在优化过程中,各曲率半径参量 R_i 的搜索范围参考设计中对应参量值的 ± 10 mm,各光学间隔 d_i 的搜索范围参考设计中对应参量值的 ± 5 mm.

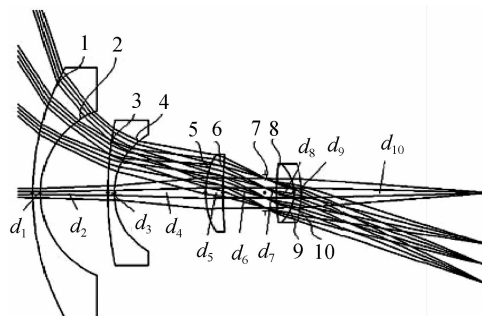


图 3 鱼眼镜头光学系统

Fig. 3 The optical scheme of the fisheye lens

优化过程中视场角分别选择 10° 、 25° 、 40° 、 55° 、 80° 五个角度,式(1)中所有权重因子都取 1;设镜头离成像物体的距离为 2 000 mm;图 2 中透镜材料从左至右依次为 N-LAK14($n = 1.6986$)、N-LAK14、N-SF5($n = 1.6727$)、N-FK51($n = 1.48656$)和 SFL6($n = 1.80518$);孔径光阑(图 3 中的第 7 部件)为圆形,直径取 4.8 mm.图 4 表示分别采用 SGA、MESGA 和 MERCGA 三种算法对表 1 中的参考设计进行 20 次优化后得到的评价函数分布曲线.MERCGA 的评价函数最小值所对应的光学系统参量即为所得到的优化设

表 1 鱼镜头各光学面曲率半径和光学间隔参量/mm

Table 1 Parameters of radius of optical surfaces and optical spacing of the fisheye lens/mm

Optical surface i		1	2	3	4	5	6	STO	8	9	10
Radius(R_i)	Reference design	54.45	18.26	74.25	14.01	16.48	81.18	∞	48.51	-8.31	-16.39
	Optimized by CODE V	43.26	16.74	91.09	15.24	18.81	214.8	∞	75.32	-8.13	-14.83
	Optimized by MERCGA	52.40	16.82	73.08	16.74	16.44	82.83	∞	46.88	-8.65	-16.83
Distance(d_i)	Reference design	1.60	13.86	1.40	18.81	3.37	9.00	2.35	3.57	1.78	37.22
	Optimized by CODE V	3.45	13.45	0.90	15.59	6.10	7.87	2.35	3.96	2.29	39.16
	Optimized by MERCGA	2.18	15.82	1.42	19.17	3.56	9.98	1.73	4.57	3.06	32.13

表 2 鱼镜头评价函数及各分量值

Table 2 The value of merit function and its component of fisheye lens

Field angle		10°	25°	40°	55°	80°
$Q_{x(i)}/$ ($\times 10^{-3}$ mm)	Optimized by CODE V	7.8	10.0	14.0	20.0	38.5
	Optimized by MERCGA	5.5	9.9	16.0	24.7	45.5
$Q_{y(i)}/$ ($\times 10^{-3}$ mm)	Optimized by CODE V	7.4	8.0	9.1	11.0	15.6
	Optimized by MERCGA	4.7	6.4	8.6	10.9	36.5
$Q_{z(i)}/$ ($\times 10^{-3}$ mm)	Optimized by CODE V	1.6	3.5	4.2	4.0	2.5
	Optimized by MERCGA	0.81	1.7	2.1	3.2	14.0
$Q_{\theta(i)}/$ ($\times 10^{-3}$ mm)	Optimized by CODE V	14.9	18.0	23.7	31.2	33.4
	Optimized by MERCGA	14.4	15.3	17.0	19.9	28.4
$Q/$ ($\times 10^{-3}$ mm ²)	Optimized by CODE V	6.34				
	Optimized by MERCGA	5.69				

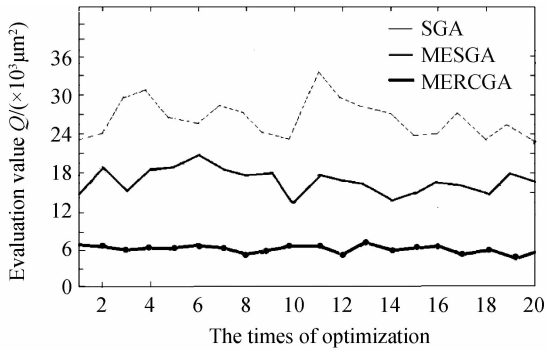


图 4 鱼镜头系统评价函数值分布

Fig. 4 The distribution of merit function value to the fisheye lens discussed

计.表 2 为 CODE V 和 MERCGA 优化设计的评价函数各分量值,其中 Q 由式(1)计算而得.

此外,应用 Zemax 对所讨论的鱼镜头光学系统进行孔径光线像差计算,如图 5.图 5(a)、(b)分别采用表 1 中的 CODE V 和 MERCGA 优化设计参量.

3.2 折反射全景成像系统

图 6 为折反射全景成像系统^[7].该系统的前组为二次圆锥曲面反射镜,其面形表达式为 $x^2 + y^2 = a_1x + a_2z^2$;后组采用修正的 Tessar 物镜系统.选取优化视场角 25°、37°、48°、65°、80°,且所有权重因子都取 1.设镜头离成像物体的距离为 2 000 mm;系统中透镜的材料

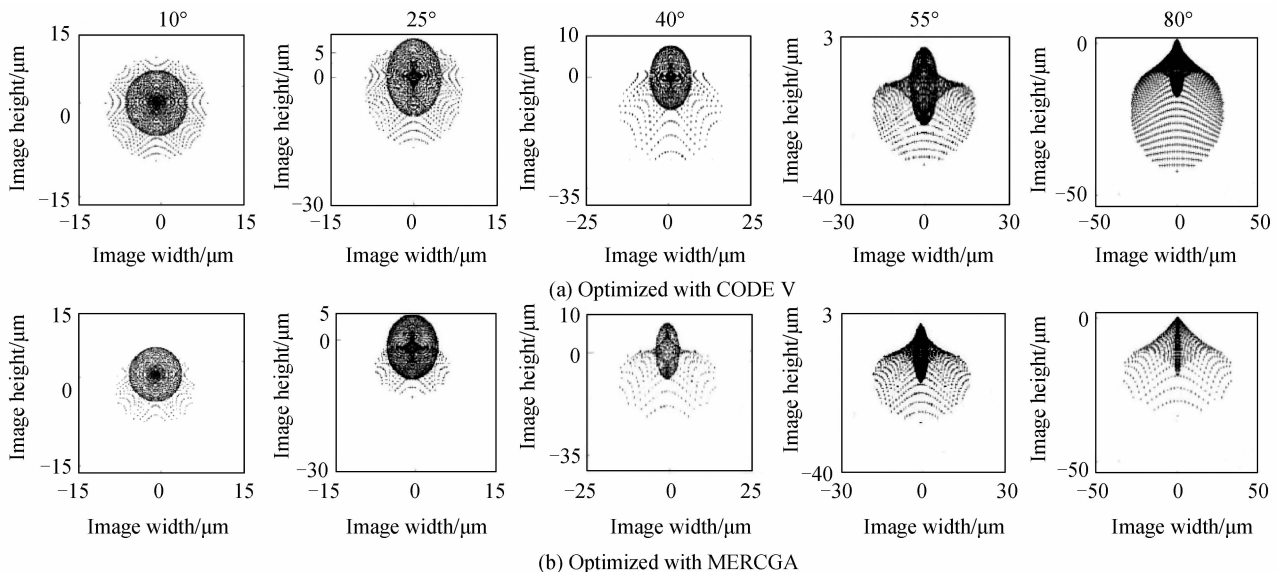


图 5 不同视场角下鱼镜头系统最后成像面上的孔径光线像差

Fig. 5 Aperture ray aberrations of the fisheye lens on the image plane at different field angles

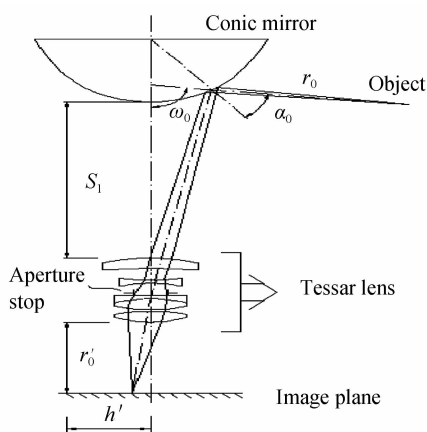


图6 折反射全景成像光学系统

Fig. 6 The optical scheme of the catadioptric panoramic imaging system

折反射全景成像系统中前组二次圆锥曲面反射镜的参量,表中 s_1 指前组反射镜与后组物镜第一块透镜之间的距离(图6),它们分别对应于参考设计、CODE V 和 MERCGA 优化设计结果.表4表示 Tessar 物镜各参量的参考设计和优化设计结果.在优化计算中,各曲率半径参量 R_i 的搜索范围是参考设计中对应参量值的 ± 10 mm,各光学间隔 d_i 的搜索范围是参考设计中对应参量值的 ± 5 mm.图7表示分别应用SGA、MESGA

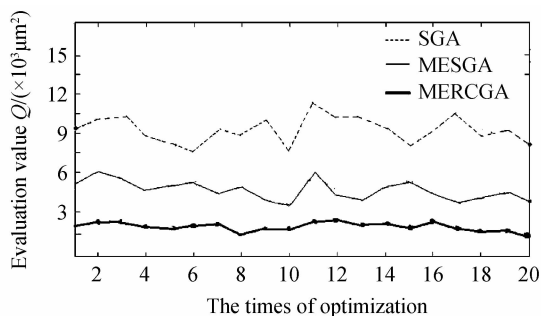


图7 对折反射全景成像系统应用SGA、MESGA及MERCGA优化运算所得的评价值分布

Fig. 7 The distribution of merit function value resulted from the optimization with SGA, MESGA and MERCGA to the catadioptric panoramic imaging system discussed

表3 前组反射镜面形参量/mm

Table 3 Parameters of pre-group mirror of catadioptric panoramic system/mm

	s_1	$a_1/2$	a_2
Reference design	52.47	-49.81	0.349
Optimized by CODE V	61.96	-82.34	2.2
Optimized by MERCGA	53.63	-46.79	0.1

和 MERCGA 对该折反射全景成像系统经过 20 次优化计算所得到的评价函数值分布曲线.表5给出了 CODE V 和 MERCGA 优化设计的评价函数各分量值.应用 Zemax 对讨论的折反射全景成像光学系统进行孔径光线像差计算,图8(a)、(b)分别采用的是表3和表4中的 CODE V 和 MERCGA 优化设计.

表4 Tessar 物镜各光学面半曲率径和光学间隔参量/mm

Table 4 Parameters of radius of optical surface and optical spacing of Tessar object lens/mm

Optical surface i	1	2	3	4	5	STO	7	8	9	10
Radius(R_i)										
Reference design	7.24	13.71	-17.21	3.89	-27.52	∞	6.61	-6.65	22.81	-20.27
Optimized by CODE V	7.23	19.11	-24.61	3.60	-21.14	∞	7.26	-6.35	31.43	-19.91
Optimized by MERCGA	8.01	16.34	-19.88	4.99	-23.64	∞	10.3	-6.37	16.86	-24.77
Distance(d_i)										
Reference design	3.20	0.89	2	3.21	0.20	2	4.64	0.10	3.21	20.84
Optimized by CODE V	3.44	0.52	2	2.27	0.1	3.45	4.77	0.11	3.34	21.31
Optimized by MERCGA	4.87	3.37	1.67	4.87	0.55	1.32	3.98	0.28	3.71	12.88

表5 折反射全景成像系统的评价函数及各分量值

Table 5 The value of merit function and its component of the catadioptric panoramic system

	Field angle	25°	37°	48°	65°	80°
$Q_{r(i)}$	Optimized by CODE V	3.0	6.7	10.5	16.6	21.7
$/(\times 10^{-3} \text{ mm})$	Optimized by MERCGA	2.8	3.5	4.6	6.8	9.2
$Q_{y(i)}$	Optimized by CODE V	1.8	4.8	8.5	16.6	26.8
$/(\times 10^{-3} \text{ mm})$	Optimized by MERCGA	3.8	4.0	4.2	4.8	5.4
$Q_{c(i)}$	Optimized by CODE V	6.4	9.5	12.5	15.7	21.3
$/(\times 10^{-3} \text{ mm})$	Optimized by MERCGA	7.2	10.7	13.9	17.3	22.8
$Q_{\eta(i)}$	Optimized by CODE V	18.6	18.7	18.7	18.7	18.5
$/(\times 10^{-3} \text{ mm})$	Optimized by MERCGA	14.2	14.1	14.0	13.8	13.5
Q	Optimized by CODE V			4.77		
$/(\times 10^{-3} \text{ mm}^2)$	Optimized by MERCGA			2.51		

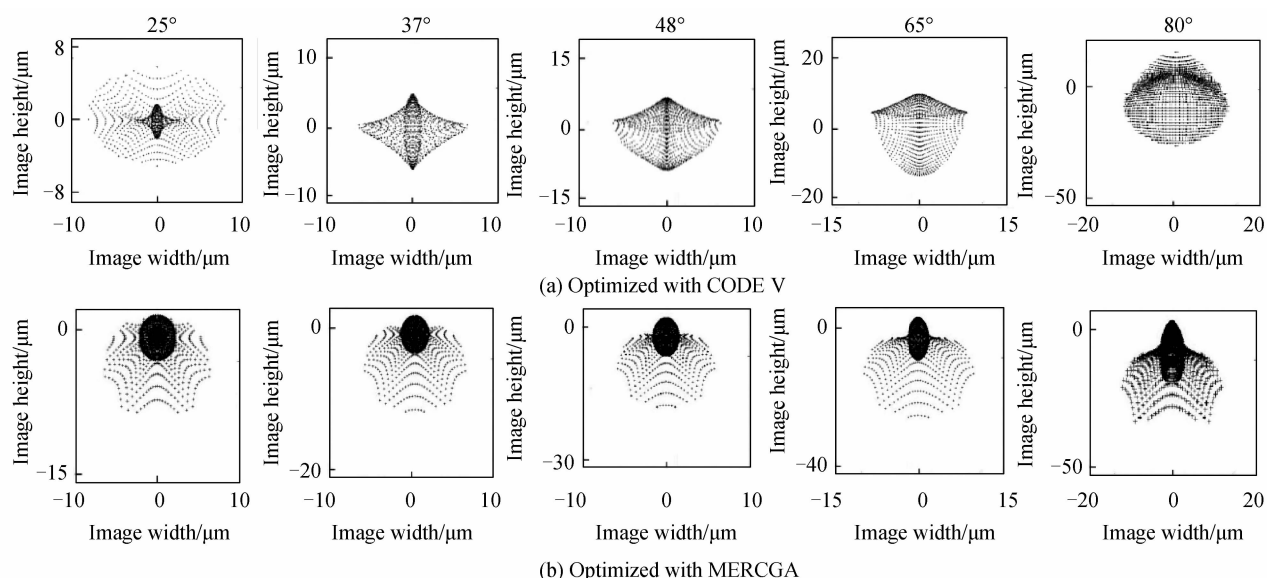


图8 不同视场角下折反射全景成像系统最后成像面上的孔径像差

Fig. 8 Aperture ray aberrations of the catadioptric panoramic imaging system on the image plane at different field angles

3.3 结果分析

1)由图4和图7可以看出,对光学系统运行20次的优化计算,MERCGA得到的光学系统评价函数分布曲线比SGA或MESGA优化得到的都更平稳,且评价函数数值更小,说明MERCGA算法的鲁棒性及优化得到的光学系统成像质量都更理想。

2)如每次优化进行200次的迭代计算,MESGA算法需要将近45 min,而MERCGA算法仅12 min左右就能得到较好的优化结果,表现出较高的计算效率。

3)从评价函数的数值和孔径光线像差计算结果可以看出,MERCGA优化得到的光学系统成像质量优于CODE V优化设计结果。

需要说明的是这种超多变量光学系统的优化是一个十分复杂的问题,虽然CODE V软件提供了较强的优化功能,但不同光学系统的最佳优化解与评价函数的设定及优化操作密切相关,有经验的光学设计人员对本文设计实例可能得到更好的优化结果。另外,在应用像差理论计算光学系统总的波像差(各光学面的波像差贡献之和)及像差时,需要计算各光学面上光线的坐标,而它是由光线在孔径光阑处的坐标按线性传递关系(忽略光学面曲率的影响)计算得到。因此,如果光束宽度没有比曲率半径小得多,线性关系会产生光线坐标的偏差,导致光学系统像差的计算误差。

4 结论

基于平面对称光学系统像差理论,采用混入逃逸函数的实数编码遗传算法,对超大视场光学系统进行优化设计。克服了遗传算法在优化超多参量系统时存在计算效率低和鲁棒性差的缺点。应用MERCGA和CODE V对鱼镜头系统 and 折反射全景成像系统进行

优化设计。研究表明,MERCGA在计算效率、鲁棒性及成像质量方面表现较佳。

参考文献

- [1] MARIO E L, SERGIO V, JOEL H. Optimization of optical system using genetic algorithm: a comparison among different implementation of the algorithm [C]. AIP Conference Proceeding, 992, 642(2008).
- [2] TSAI Chen-mu, FANG Yi-chin, PAI Yang-chieh. Suppression of primary chromatic aberration by genetic algorithm in an advanced telephoto lens[J]. *Optik*, 2008, **120**(2009): 788-796.
- [3] QIU Zhi-ping, ZHANG Xu-xing. Application of improved genetic algorithm in aircraft conceptual parameter optimization design [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2008, **34**(10): 1182-1185.
邱志平, 张宇星. 改进遗传算法在飞机总体参量优化中的应用 [J]. *北京航空航天大学学报*, 2008, **34**(10): 1182-1185.
- [4] ABO-HAMMOUR Z S, YUSUF M, MIRZA N M, et al. Numerical solution of second-order two-point boundary value problems using continuous genetic algorithms Int [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2004, **61**: 1219-1242.
- [5] 王文华. 大视场遥感相机成像均匀性研究[D]. 长春: 中科院研究所, 2010.
- [6] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, **6**(2): 182-197.
- [7] SIMON T, CHRISTIAN G, JULIE B, et al. Evolutionary algorithms applied to lens design: case and analysis [C]. SPIE, 2005, **5962**: 596209.
- [8] ADEWUYA A A. New methods in genetic search with real-valued chromosomes[D]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology.
- [9] CHEN Hui, ZHANG Jia-shu. Real-coded chaotic quantum-inspired genetic algorithm[J]. *Control and Decision*, 2005, **20**(11): 1300-1303.
陈辉, 张家树. 实数编码混沌量子遗传算法[J]. *控制与决策*, 2005, **20**(11), 1300-1303.

- [10] SHAO Zhen, CAI Hong-xing. Use global and multi-objective optimization methods to optical CAD [J]. *Computer Engineering and Design*, 2010, **31**(16): 3728-3731.
邵桢, 蔡红星. 全局多目标优化算法在光学 CAD 中的应用[J]. *计算机工程与设计*, 2010, **31**(16): 3728-3731.
- [11] WANG Yong-tian, CHENG Xue-min, LIU Hui-lan, *et al.* Global optimization of complex optical systems [J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(7): 835-840.
王涌天, 程雪岷, 刘慧兰, 等. 复杂光学系统的全局优化[J]. *光学学报*, 2001, **21**(7): 835-840.
- [12] CHANG Huan, LU Li-jun. Application of the genetic algorithm mixed with escape function to optimization of the ultra-wide-angle optical systems [J]. *Optical Instrument*, 2013, **35**(4): 27-33.
常欢, 吕丽军. 混入逃逸函数的遗传算法优化超大视场光学系统[J]. *光学仪器*, 2013, **35**(4): 27-33.
- [13] LI Yang-xu, YANG Hong-tao. Design of a new type on-axis three-mirror-anastigmat optical system [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2012, **41**(1): 31-35.
李阳旭, 杨洪涛. 新型三反射光学系统设计[J]. *光子学报*, 2012, **41**(1): 31-35.
- [14] LU Li-jun, HU Xiao-yan, SHENG Cui-yuan. Optimization method for ultra-wide angle and panoramic optical systems [J]. *Applied Optics*, 2012, **51**(17): 3776-3786.
- [15] ZHANG Chao-qun, ZHEN Jian-guo. Comparison of coding schemes for genetic algorithms [J]. *Application Research of Computer*, 2011, **3**(3): 28.
张超群, 郑建国. 遗传算法编码方案比较[J]. *计算机应用研究*, 2011, **3**(3): 28.
- [16] WIENERSTR R M. Fish eye lens system; USA, 4525038 [P]. 1985-06-25.