

doi: 10.3788/gzxb20144305.0510001

基于改进梯度投影 NMF 和复 Contourlet 变换的遥感图像融合

吴一全^{1,2,3}, 沈毅¹, 殷骏¹

(1 南京航空航天大学 电子信息工程学院, 南京 210016)

(2 农业部农业信息技术重点实验室, 北京 100081)

(3 浙江省信号处理重点实验室, 杭州 310023)

摘 要:为了尽可能地保留全色图像的空间信息和多光谱图像的光谱信息,提出了一种基于改进梯度投影非负矩阵分解和复 Contourlet 变换的遥感图像融合方法.首先,以多光谱图像的强度分量图像为标准,对全色图像做直方图匹配,得到新的全色图像;然后,利用复 Contourlet 变换分别分解多光谱图像的强度分量图像和新的全色图像,得到各自对应的低频分量和高频分量;接着,对两幅低频分量图像采用改进梯度投影的非负矩阵分解作为融合规则获取新的低频分量,并对两幅高频分量图像使用系数绝对值较大法获取新的高频分量;最后,通过逆复 Contourlet 变换和逆色调-饱和度-强度变换获得融合后的图像.大量实验结果表明,与 HSI 方法、NMF 与无下采样 Contourlet 变换结合的方法以及提升小波变换与 HSI 结合的方法相比,本文方法获得的融合图像具有更高的空间分辨率和更多的光谱信息.

关键词:图像处理;遥感图像融合;多光谱图像;非负矩阵分解(NMF);梯度投影;复 Contourlet 变换;HSI 变换

中图分类号: TP751

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2014)05-0510001-6

Remote Sensing Image Fusion Based on Improved Gradient Projection NMF and Complex Contourlet Transform

WU Yi-quan^{1,2,3}, SHEN Yi¹, YIN Jun¹

(1 College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

(2 Key Laboratory of Agricultural Information Technology, Ministry of Agriculture, Beijing 100081, China)

(3 Zhejiang Key Lab for Signal Processing, Hangzhou 310023)

Abstract: In order to preserve both spectral and spatial information simultaneously in fused image, a method of remote sensing image fusion based on improved gradient projection Non-negative Matrix Factorization (NMF) and Complex Contourlet Transform (CCT) was proposed. Firstly, the panchromatic image was histogram matched to the intensity component of multispectral image to obtain a new panchromatic image. Then, the intensity component of multispectral image and the new panchromatic image were decomposed by CCT, respectively. Corresponding low frequency images and high frequency images were obtained. Next, the new low frequency image was obtained by fusion of two low frequency images using improved gradient projection NMF, and the new high frequency image was obtained by fusion of two high frequency images with absolute maximum criterion. Finally, the fused

基金项目:国家自然科学基金 (No. 60872065)、农业部农业科研杰出科技人才基金和农业部农业信息技术重点实验室开放基金 (No. 2013001)、江西省数字国土重点实验室开放基金 (No. DLLJ201113)、浙江省信号处理重点实验室开放基金 (ZJKL_4_SP-0P2014-02) 和江苏高校优势学科建设工程资助

第一作者: 吴一全 (1963-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为遥感图像处理、目标检测与识别、视觉检测与图像测量、视频编码与视频处理、数字全息技术等. Email: nuaaimage@163.com

收稿日期: 2013-08-02; **录用日期:** 2013-12-03

<http://www.photon.ac.cn>

image was reconstructed by inverse CCT and inverse Hue-Saturation-Intensity (HSI) transform. A large number of experimental results show that, compared with other existing relative methods such as HSI method, the method combining NMF with nonsubsamped contourlet transform and the method combining lifting wavelet with HSI, the images fused by proposed method have higher spatial resolution and more spectral information.

Key words: Image processing; Remote sensing image fusion; Multispectral image; Non-negative matrix factorization; Gradient projection; Complex contourlet transform; Hue-Saturation-Intensity (HSI) transform

OCIS Codes: 100.2000; 100.7410; 110.4234; 280.0280; 350.2660

0 引言

由于遥感传感器在设计方面受到限制,其所得图像在空间分辨率和谱间分辨率上具有相反的关系,例如,高空间分辨率的全色图像能提供具体的空间信息,而低空间分辨率的多光谱图像则用于获取光谱信息.遥感图像融合技术能够利用这一互补的空间/谱间特性,获得同时具有较高空间分辨率和谱间分辨率的融合图像^[1-3].高质量的融合图像可以为目标检测、识别、分类等应用提供优质的数据源.目前已有许多方法应用于遥感图像融合领域,包括色调-饱和度-强度(Hue-Saturation-Intensity, HSI)变换方法,主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)方法和多分辨率分析方法等. HSI变换方法^[4-5]能有效增强融合图像的空间特征,但会发生光谱退化现象; PCA方法^[6]在主成分替换的过程中会丢失部分的原始光谱特征;多分辨率分析方法中,小波变换方法^[7-9]可有效地保留光谱信息,但小波变换缺乏多方向性,这使其不能实现对图像的最佳表达. Contourlet变换^[10-12]克服了小波变换的缺点,具有局部性、多尺度和多方向性等性质,但由于缺乏移不变性,融合图像的边缘处会出现伪吉布斯失真现象.无下采样 Contourlet变换(Nonsubsamped Contourlet Transform, NSCT)^[13-14]与复 Contourlet变换(Complex Contourlet Transform, CCT)均改进了 Contourlet变换,具有移不变性,可避免上述失真.与 NSCT相比, CCT则实现更为简单.若将 CCT用于遥感图像融合中,可望获得更丰富的融合信息,且误匹配对融合结果的影响也能得到有效减弱.

非负矩阵分解(Non-negative Matrix Factorization, NMF)是一种新的矩阵分析方法^[15],它的非负性限制使其具有很强的应用背景,已成功地应用于图像分析、数据挖掘、语音处理、人脸识别等领域.与 PCA、矢量量化法(Vector Quantization, VQ)等传统的无监督数据分解算法相比, NMF可实现真正的局部特性提取,因此 NMF也可应用于增强特征的遥感图像融合中^[16]. NMF能整合不同遥感图像的优势区域,加强区域特性,进而改善融合图像的效果.但 NMF的计算复杂度较高,处理包含大量信息的遥感图像时,计算效率较低.

基于以上分析,本文提出了一种基于改进梯度投影 NMF 和复 Contourlet 变换的遥感图像融合方法.首先,将多光谱图像变换至 HSI 系统,以强度分量(I 分量)为标准对全色图像做直方图匹配,获得新的全色图像;然后,对新的全色图像和多光谱图像的 I 分量分别进行 CCT 分解;接着,对变换得到的高频和低频分量分别采用不同的融合规则进行融合处理,其中低频分量的融合规则是改进梯度投影 NMF,具有比 NMF 更高的计算效率,而高频分量的融合规则是系数绝对值较大法;最后,通过逆 CCT 变换和逆 HSI 变换获得融合图像.

1 改进梯度投影非负矩阵分解

1.1 非负矩阵分解

NMF 能更好地提取、描述图像局部的特征信息,以达到对图像更好的表达以及模拟人脑对于图像信息认知的过程.它是一种多变量分析方法,其本质是一种矩阵分解和投影技术.其基本原理可描述为:对于任意给定的一个非负矩阵 $\mathbf{V} = [v_1, v_2, \dots, v_N]$, NMF 要求找到非负的 $M \times L$ 的基矩阵 \mathbf{W} 和 $L \times N$ 的系数矩阵 \mathbf{H} ,使得

$$\mathbf{V}_{M \times N} \approx \mathbf{W}_{M \times L} \cdot \mathbf{H}_{L \times N} \quad (1)$$

式中, L 满足 $(M+N)L < MN$.

NMF 中,由于 $L \ll \min(M, N)$,即只用很少的基去描述大量的数据,所以只有在 \mathbf{W} 包含了随机变量的本质特征时,才可能使 $\mathbf{V} \approx \mathbf{W} \cdot \mathbf{H}$;并且因为基矩阵 \mathbf{W} 和系数矩阵 \mathbf{H} 同时由 NMF 来确定, \mathbf{H} 并非为 \mathbf{V} 在 \mathbf{W} 上的投影,所以 NMF 实现的是非线性维数约减.

对于 NMF 问题的求解,经典的两个目标函数的表达式为

$$E(\mathbf{V} \parallel \mathbf{WH}) = \|\mathbf{V} - \mathbf{WH}\|_F^2 = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (\mathbf{V}_{ij} - (\mathbf{WH})_{ij})^2 \quad (2)$$

$$D(\mathbf{V} \parallel \mathbf{WH}) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \left(\mathbf{V}_{ij} \log \frac{\mathbf{V}_{ij}}{(\mathbf{WH})_{ij}} - \mathbf{V}_{ij} + (\mathbf{WH})_{ij} \right) \quad (3)$$

式(2)和式(3)中, $\forall i, a, j$ 有 $\mathbf{W}_{ia} > 0$ 且 $\mathbf{H}_{aj} > 0$. $\|\cdot\|_F$ 为 Frobenius 范式,式(2)为 Euclidean 距离,式(3)为 Divergence 距离.

1.2 改进梯度投影非负矩阵分解

为了降低 NMF 算法的时间复杂度,提升算法的

总体性能,交互非负最小二乘法、梯度方法和梯度投影方法等分解算法被相继提出.本文采用的改进梯度投影方法,大大提高了 NMF 的速度^[17].NMF 的求解可改写为两个子目标函数,即

$$\min_{\mathbf{H}} \bar{f}(\mathbf{H}) = \|\mathbf{V} - \mathbf{WH}\|_F^2 = \sum_i \sum_j (\mathbf{V}_{ij} - (\mathbf{WH})_{ij})^2, \mathbf{H}_{bj} \geq 0, \forall b, j \quad (4)$$

$$\min_{\mathbf{W}} \bar{f}(\mathbf{W}) = \|\mathbf{V}^T - \mathbf{H}^T \mathbf{W}^T\|_F^2 = \sum_i \sum_j (\mathbf{V}_{ij} - (\mathbf{WH})_{ij})^2, \mathbf{W}_{bj} \geq 0, \forall b, j \quad (5)$$

对式(4),采用梯度投影 $\tilde{\mathbf{H}} = P(\bar{\mathbf{H}} - \alpha \nabla \bar{f}(\bar{\mathbf{H}}))$ 将当前结果 $\bar{\mathbf{H}}$ 更新为 $\tilde{\mathbf{H}}$.对式(5),同样 $\bar{\mathbf{W}}$ 更新为 $\tilde{\mathbf{W}}$,其中 $P(x) = \max(0, x)$, α 为步长,更新 α 的算法如下:

步骤 1:输入非负矩阵 \mathbf{V} ,初始化 \mathbf{W}^1 和 \mathbf{H}^1 ;

步骤 2:对于给定的 $0 < \beta < 1, 0 < \sigma < 1$,设 $\alpha_0 = 1$,文中 $\beta = 0.1, \sigma = 0.01$;

步骤 3: $\alpha_k \leftarrow \alpha_{k-1}$.若 α_k 满足下式

$$f(\mathbf{H}^{k+1}) - f(\mathbf{H}^k) \leq \alpha \nabla f(\mathbf{H}^k)^T (\mathbf{H}^{k+1} - \mathbf{H}^k) \quad (6)$$

则反复执行 $\alpha_k \leftarrow \alpha_k / \beta$,当不满足式(6)或 $\mathbf{H}(\alpha_k / \beta) = \mathbf{H}(\alpha_k)$ 时停止.若 α_k 不满足式(6),则执行 $\alpha_k \leftarrow \alpha_k / \beta$ 直到满足式(6).然后设 $\mathbf{H}^{k+1} = P[\mathbf{H}^k - \alpha^k \nabla f(\mathbf{H}^k)]$;

步骤 4:用步骤 3 方法计算 \mathbf{W}^{k+1} ;

步骤 5:若 \mathbf{H}^{k+1} 和 \mathbf{W}^{k+1} 满足式(6),则输出 \mathbf{W} 和 \mathbf{H} ,否则重复步骤 2~5.

$\tilde{\mathbf{H}} = P(\bar{\mathbf{H}} - \alpha \nabla \bar{f}(\bar{\mathbf{H}}))$ 的时间复杂度为 $O(nmr)$,若有 t 个 $\bar{\mathbf{H}}$,那么时间复杂度为 $O(tnmr)$.若修改 α 的迭代条件,则可进一步降低时间复杂度,即

$$(1 - \sigma) \langle \bar{f}(\bar{\mathbf{H}}), \tilde{\mathbf{H}} - \bar{\mathbf{H}} \rangle + \frac{1}{2} \langle \tilde{\mathbf{H}} - \bar{\mathbf{H}}, (\mathbf{W}^T \mathbf{W})(\tilde{\mathbf{H}} - \bar{\mathbf{H}}) \rangle \leq 0 \quad (7)$$

式(7)的计算量主要在于 $(\mathbf{W}^T \mathbf{W})(\tilde{\mathbf{H}} - \bar{\mathbf{H}})$,时间复杂度仅为 $O(mr^2)$.

2 复 Contourlet 变换

2.1 双树复小波变换原理

双树复小波变换 (Dual-Tree Complex Wavelet Transform, DT-CWT)^[18] 具有良好的方向选择性、高效的计算效率、有限的冗余、近似的移不变性和较好的重构效果.其分解过程如图 1 所示,两棵离散小波树分别作用于图像的行和列上,并行实现实部和虚部运算,产生双树结果.每一层分解都可以产生 2 个低频分量和 6 个高频细节分量,对于第 $j+1$ 层分解,低频和高频细节分别记作 $A(j+1,1)$ 、 $A(j+1,2)$ 及 $D(j+1,m), m=1,2,\dots,6$.每一层分解中的 2 个低频分量用于产生下一尺度上的低频分量与高频分量,而 6 个高频细节分量对应了图像中 6 个不同方向 ($\pm 15^\circ, \pm 45^\circ, \pm 75^\circ$) 的信息.

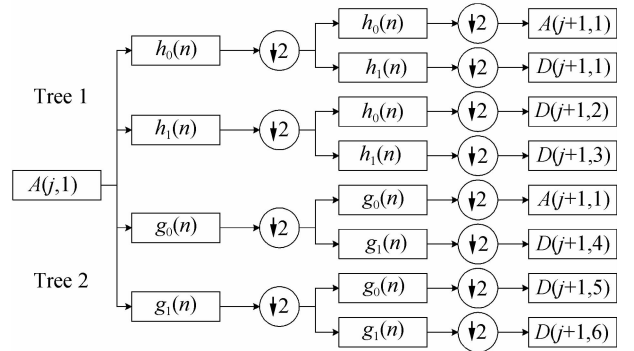


图 1 双树复小波变换过程示意图

Fig. 1 Schematic diagram of dual-tree complex wavelet transform

2.2 复 Contourlet 变换原理

将 Contourlet 变换和双树复小波变换结合起来,即可得到复 Contourlet 变换.具体方法是采用双树复小波变换对图像进行分解得到双树结构;再对每一层分解得到的 6 个不同方向的高频分量,分别采用 2 维方向滤波器组 (Directional Filter Banks, DFB),均可分解得到 2 的整数幂次个方向子带. CCT 的实质是采用双树复小波变换中的双树分解结构代替 Contourlet 变换中的拉普拉斯金字塔 (Laplacian Pyramid, LP) 滤波器结构,从而采用 6 个不同方向的高频分量代替原来的 1 个高频分量,使得高频子空间能更灵活地表现图像中的几何信息. CCT 不但注重幅值信息也关注相位信息,且具有较低的冗余度及良好的时频局部化特性.

CCT 的分解过程如图 2,图中示意了双树方向子带和带通方向子带, CCT 的带通方向子带系数即为 CCT 系数.

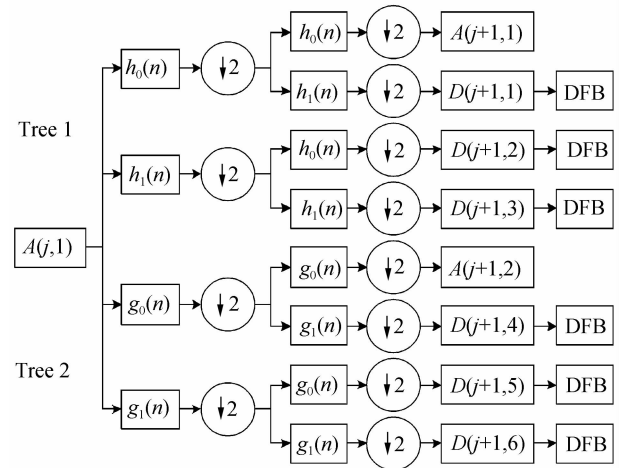


图 2 复 Contourlet 变换过程示意图

Fig. 2 Schematic diagram of complex contourlet transform

3 融合方法原理及步骤

3.1 融合规则

本文采用像素级融合,即直接对图像的像素进行

运算并得到融合后的图像,可保留尽可能多的信息.首先对全色图像和多光谱图像的 I 分量分别进行 CCT 分解,将图像的低频和低频分量进行分离,然后针对低频和低频分量分别采用不同的融合规则进行处理,得到融合图像的 CCT 系数,最后再进行逆 CCT 变换和逆 HSI 变换得到融合图像.

在融合过程中,融合规则直接影响融合的效果.低频分量是在低分辨率下对原始图像的近似,包含图像的大量基本信息,几乎不含高频细节信息.本文对低频分量采用基于改进梯度投影 NMF 算法的融合规则,得到包含两幅源图像整体特征的融合图像低频分量.对于高频分量,由于体现了图像的细节信息,如边缘、线条以及区域轮廓等,其融合的主要目标是尽可能地获取图像的空间细节信息,所以采用系数绝对值较大法.

设 I_A 、 I_B 及 I_F 分别表示已配准待融合的全色图像、多光谱图像 I 分量及融合图像,则

$$\begin{cases} D_F(j,i) = D_A(j,i), & |D_A(j,i)| \geq |D_B(j,i)| \\ D_F(j,i) = D_B(j,i), & |D_A(j,i)| < |D_B(j,i)| \end{cases} \quad (8)$$

式中, $j = 1, 2, \dots, J$, 表示 CCT 的分解层数; $i = 1, 2, \dots, 6$, 表示每层分解中有 6 个高频分量; $D_A(j,i)$ 、 $D_B(j,i)$ 及 $D_F(j,i)$ 分别表示源图像 I_A 、 I_B 及融合图像 I_F 分解后在第 j 层上的第 i 个高频分量.

3.2 融合步骤

彩色图像可用红、绿、蓝的 RGB 系统表示.然而,人类通常通过色度(Hue)、饱和度(Saturation)和强度(Intensity)3个特征来识别颜色,即 HSI 系统.在 HSI 系统中,光谱信息多反映于色度及饱和度上,因此,改变强度值对光谱信息的影响很小.多光谱和高空间分辨率全色图像的融合是为了在保持多光谱图像的光谱信息的同时,融入高分辨率的空间细节信息.所以,图像融合更适于在 HSI 系统中进行^[19].融合方法的流程如图 3,实现步骤为:

步骤 1:将多光谱图像从 RGB 系统变换至 HSI 系统;

步骤 2:将全色图像和多光谱图像的 I 分量进行直方图匹配,得到新的全色分量;

步骤 3:对多光谱图像的 I 分量及新的全色分量分别进行 CCT 分解;

步骤 4:对于分解所得低频分量和高频分量,使用 3.1 节中不同的融合规则进行处理;

步骤 5:对处理后的低频和低频分量进行逆 CCT 变换,将得到的结果与原多光谱图像的 I 分量再进行一次直方图匹配,得到融合图像的强度分量 I' ;

步骤 6:对 I' 分量和原多光谱图像的 H 、 S 分量进行逆 HSI 变换,获得最终的融合结果.

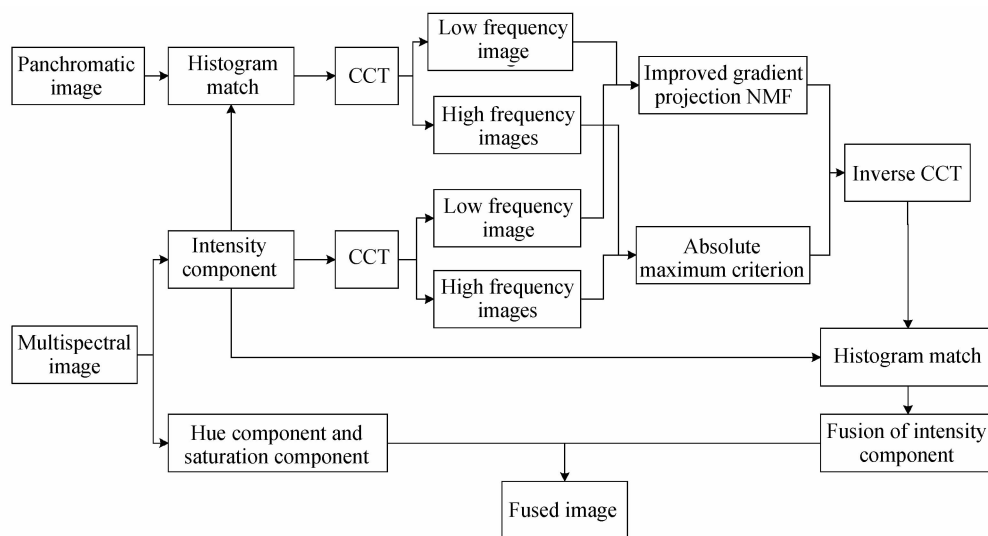


图 3 本文融合方法的流程图
Fig. 3 Flowchart of the fusion method in this paper

4 实验结果与分析

为了验证本文方法的有效性,针对遥感图像进行了大量的实验,并和 HSI 变换方法、NMF 与无下采样 Contourlet(NSCT)相结合的方法^[13]以及提升小波变换与 HSI 结合的方法^[7]进行了比较.实验中,对 CCT 的输入图像做 3 层 $2^2, 2^2, 2^2$ 个方向的分解.其中一组

实验结果如图 4 所示,待融合图像分别为 80 m 分辨率的 Landsat TM 多光谱图像和 32 m 分辨率的 Spot 全色图像.

图 4(a)、(b)为待融合的多光谱图像和全色图像;(c)为 HSI 方法融合后的图像,该方法保留了全色图像丰富的高频信息,但部分区域有较明显的光谱退化现象;(d)、(e)为 NMF 与 NSCT 结合的方法和提升小波

变换与 HSI 结合的方法所得融合结果,虽然多光谱图像的光谱信息得到了较好的保留,但融合图像在边缘轮廓等细节表现方面还有待改进,NMF 与 NSCT 结合方法的融合结果在空间分辨率上不如提升小波变换与

HSI 结合的方法;(f)为本文方法所得到的融合结果,可以看出空间分辨率得到了明显提高,同时融合图像也很好地保留了多光谱图像的光谱信息.

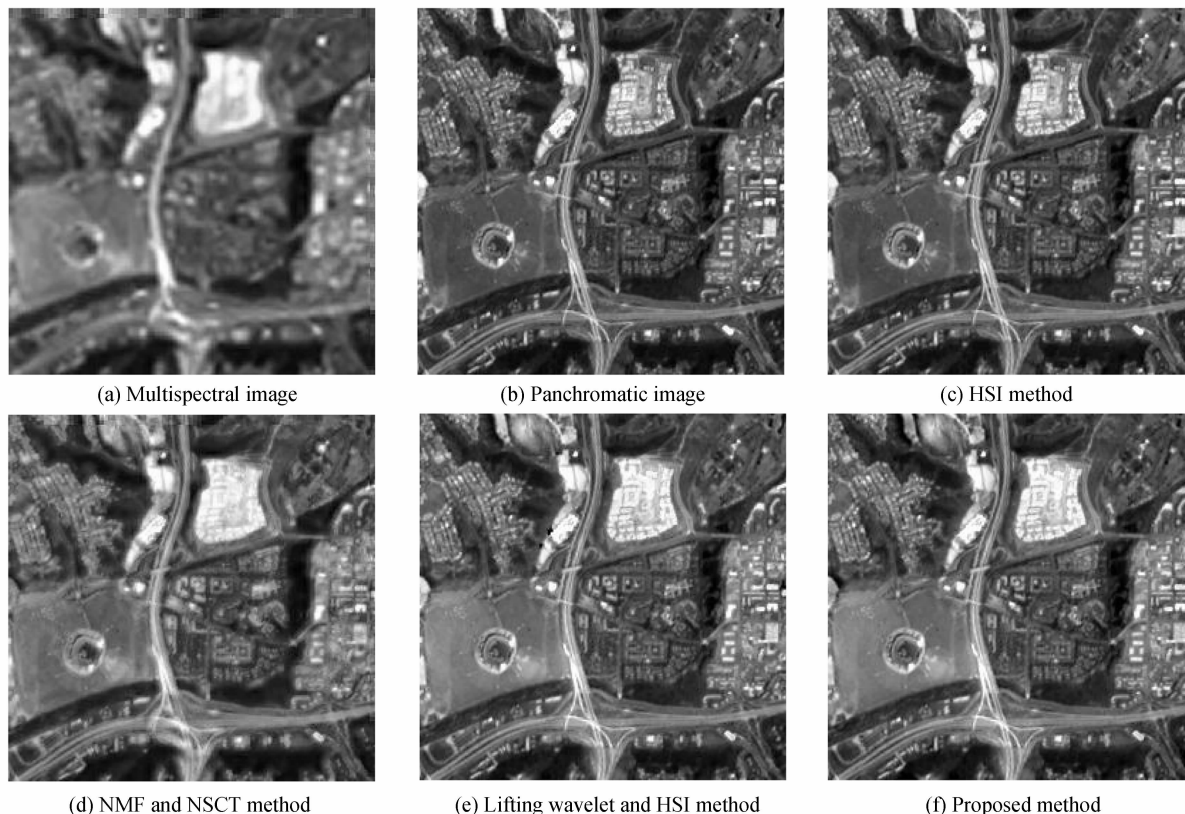


图 4 原始图像及 4 种方法的融合图像

Fig. 4 Original image and fusion images of four methods

现利用平均梯度、信息熵、相关系数作为评价指标,进一步定量评估融合图像的质量.平均梯度与图像的清晰度相关,平均梯度值越高,图像也就越清晰;图像所包含的信息量可用信息熵表示,其值越大,融合图像所含的信息越多;相关系数反映了融合图像与多光谱图像的相关程度,相关系数值越大,则融合图像的光谱信息改变程度就越小.表 1 给出了上述几种融合方法的客观定量评价结果.

从表 1 中可以看出:提升小波变换与 HSI 结合的方法得到的融合图像在平均梯度指标上较好,但信息熵和相关系数偏低,说明失去了源图像部分的信息量;NMF 与 NSCT 结合方法得到的融合结果拥有较高的相关系数,但是平均梯度值偏低,图像清晰度不高;本文方法是对上述方法的改进(用 CCT 替换提升小波变换,并引入改进梯度投影 NMF 算法),因此在各项定量评价指标上均具有明显的优势,较高的平均梯度说明本文方法有效地提高了融合后图像的空间分辨率,相关系数最高则代表融合后图像的谱间分辨率最佳.此外,本文方法的信息熵最高,说明最佳地获取了源图像的空间信息和光谱信息.综合来看,本文方法无论在

主观视觉效果还是客观评价指标上,都要优于其他 3 种融合方法.

表 1 4 种图像融合方法的性能比较

Table 1 Performance comparison of four image fusion methods

	Band	Average gradient	Entropy	Correlation index
HSI method	R	19.714 8	7.325 3	0.726 3
	G	18.259 6	7.501 4	0.755 2
	B	15.499 8	7.468 7	0.845 3
NMF and NSCT method	R	18.950 2	7.514 2	0.948 5
	G	15.724 3	7.543 8	0.923 3
	B	14.512 1	7.480 5	0.948 5
Lifting wavelet and HSI method	R	20.471 3	7.561 7	0.855 8
	G	18.970 0	7.526 6	0.871 6
	B	16.230 6	7.474 9	0.917 8
Proposed method	R	29.825 0	7.625 0	0.908 7
	G	27.448 5	7.595 6	0.920 4
	B	22.327 3	7.598 3	0.950 0

5 结论

本文提出了一种基于改进梯度投影非负矩阵分解和复 Contourlet 变换的遥感图像融合方法.该方法充

分利用了 CCT 的多分辨率分析和多方向性等性质. 图像经 CCT 分解后, 得到低频和高频分量. 对低频分量采用基于改进梯度投影非负矩阵分解的融合规则, 用以融合源图像中的局部特征信息; 对高频子带则采用绝对值较大法, 综合源图像中的边缘、线条以及区域轮廓等细节信息. 实验结果表明, 在主观视觉效果及平均梯度、信息熵、相关系数等客观定量评价指标两个方面, 本文提出的融合方法明显优于 HSI 方法、NMF 与 NSCT 结合的方法以及提升小波变换与 HSI 结合的方法, 获得的融合图像具有更高的空间分辨率和更多的光谱信息.

参考文献

- [1] CHOI J, YU K, KIM Y. A new adaptive component-substitution-based satellite image fusion by using partial replacement[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2011, **49**(1): 295-309.
- [2] LU Ya-ning, GUO Lei, LI Hui-hui. Remote sensing image fusion edge information and features of SAR image based on curvelet transform[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2012, **41**(9): 1118-1123.
路雅宁, 郭雷, 李晖晖. 结合边缘信息和图像特征信息的曲波域遥感图像融合[J]. 光子学报, 2012, **41**(9): 1118-1123.
- [3] SHI Zhi, ZHANG Zhuo, YUE Yan-gang. Adaptive image fusion algorithm based on shearlet transform [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2013, **42**(1): 115-120.
石智, 张卓, 岳彦刚. 基于 Shearlet 变换的自适应图像融合算法[J]. 光子学报, 2013, **42**(1): 115-120.
- [4] LI Hui-hui, GUO Lei, LIU Hang. A region-based remote sensing image fusion method [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **34**(12): 1901-1905.
李晖晖, 郭雷, 刘航. 基于区域分割的遥感图像融合方法[J]. 光子学报, 2005, **34**(12): 1901-1905.
- [5] CHU H, ZHU W. Fusion of IKONOS satellite imagery using IHS transform and local variation [J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2008, **5**(4): 653-657.
- [6] METWALLI M R, NASR A H., ALLAH O S F, *et al.* Satellite image fusion based on principal component analysis and high-pass filtering [J]. *Journal of the Optical Society of America A (Optics, Image Science and Vision)*, 2010, **27**(6): 1385-1394.
- [7] XUE Jian, YU Sheng-lin, WANG Hong-ping. An image fusion algorithm based on lifting wavelet transform and IHS transform [J]. *Journal of Image and Graphics*, 2009, **14**(2): 340-345.
薛坚, 于盛林, 王红萍. 一种基于提升小波变换和 IHS 变换的图像融合方法[J]. 中国图象图形学报, 2009, **14**(2): 340-345.
- [8] YU X C, NI F, LONG S L, *et al.* Remote sensing image fusion based on integer wavelet transformation and ordered nonnegative independent component analysis [J]. *GIScience & Remote Sensing*, 2012, **49**(3): 364-377.
- [9] FENG W, BAO W. An improved technology of remote sensing image fusion based wavelet packet and pulse coupled neural net [J]. *TELKOMNIKA Indonesian Journal of Electrical Engineering*, 2012, **10**(3): 551-556.
- [10] DONOHO M N, VETTERLI M. The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2005, **14**(12): 2091-2106.
- [11] LIU Kun, GUO Lei, CHEN Jing-song. Image fusion algorithm based on contourlet domain hiddenmarkov tree models [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(8): 1383-1387.
刘坤, 郭雷, 陈敬松. 基于 Contourlet 域隐马尔可夫树模型的图像融合算法[J]. 光子学报, 2010, **39**(8): 1383-1387.
- [12] SONG Meng-xin, GUO Ping. A combinatorial optimization method for remote sensing image fusion with contourlet and HSI transform [J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2012, **24**(1): 83-88.
宋梦馨, 郭平. 结合 Contourlet 和 HSI 变换的组合优化遥感图像融合方法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2012, **24**(1): 83-88.
- [13] LI Mei-li, LI Yan-jun, WANG Hong-mei, *et al.* Image fusion algorithm based on NSCT and non-negative matrix factorization [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2010, **46**(8): 21-24.
李美丽, 李言俊, 王红梅, 等. NSCT 和非负矩阵分解的图像融合方法[J]. 计算机工程与应用, 2010, **46**(8): 21-24.
- [14] YIN Ming, LIU Wei. Image denoising using mixed statistical model in nonsubsampling contourlet transform domain [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2012, **41**(6): 751-756.
殷明, 刘卫. 非下采样 Contourlet 变换域混合统计模型图像去噪[J]. 光子学报, 2012, **41**(6): 751-756.
- [15] LEE D D, SEUNG H S. Algorithms for nonnegative matrix factorization [J]. *Advances in Neural and Information Processing Systems*, 2001, **13**: 556-562.
- [16] MIAO Qi-guang, WANG Bao-shu. Multi-focus image fusion based on non-negative matrix factorization [J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(6): 755-759.
苗启广, 王宝树. 基于非负矩阵分解的多聚焦图像融合研究[J]. 光学学报, 2005, **25**(6): 755-759.
- [17] LIN C J. Projected gradient methods for non-negative matrix factorization [J]. *Neural Computation*, 2007, **19**(10): 2756-2779.
- [18] SELESNICK I W, BARANIUK R G, KINGSBURY N C. The dualtree complex wavelet transform [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2005, **22**(6): 123-151.
- [19] WU Yan, YANG Wan-hai, LI Ming. Fusion algorithm of multispectral and high-resolution panchromatic images [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(2): 174-178.
吴艳, 杨万海, 李明. 多光谱与高分辨率图像融合算法研究[J]. 光子学报, 2003, **32**(2): 174-178.