

doi: 10.3788/gzxb20144304.0426003

截断非傍轴标量高斯光束的传输特性

王珊珊¹, 邓小玖¹, 刘彩霞¹, 牛国鉴²

(1 合肥工业大学物理系, 合肥 230009)

(2 中国科学院等离子体物理研究所, 合肥 230031)

摘 要: 基于精确光强定义下非傍轴标量光束的二阶矩理论, 计算了不同束腰及光阑孔径条件下截断非傍轴标量高斯光束的束腰半径、远场发散角以及质量因子等光束传输特性, 并将截断非傍轴标量高斯光束与自由高斯光束和平面波圆孔衍射光束进行了比较. 数值计算表明截断参量的不同对截断高斯光束的传输特性影响很大. 当 $R > 2\omega_0$ 时, 截断高斯光束与高斯光束在自由空间传输特性趋于一致, 因此在精确光强定义下, 对于非傍轴标量光束来说, 当光阑孔径大于 2 倍束腰时, 可以不考虑光阑对高斯光束的衍射作用. 当 $R < 0.3\omega_0$ 时, 截断高斯光束传输特性趋于平面波通过圆孔的衍射曲线. 因此, 在这种情况下, 可以将高斯光束作为平面波处理. 只有当光阑孔径介于 0.3 倍束腰和 2 倍束腰之间时, 需要同时考虑光阑孔径和高斯束腰对衍射的影响.

关键词: 物理光学; 传输特性; 光强二阶矩; 截断高斯光束; 精确光强; 衍射; 光束质量

中图分类号: O436.1

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2014)04-0426003-4

Propagation Characteristics of Truncated Nonparaxial Scalar Gaussian Beams

WANG Shan-shan¹, DENG Xiao-jiu¹, LIU Cai-xia¹, NIU Guo-jian²

(1 Department of Physics, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

(2 Institute of Plasma Physics Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China)

Abstract: According to the second-order moment of nonparaxial scalar beam based on the accurate definition of light intensity, the beam waists, far-field divergence angles and quality factors of truncated nonparaxial scalar Gaussian beams under different waists and diaphragm apertures were calculated, and the parameters were compared with the counterpart ones of free Gaussian beams and planar waves diffracted by small circular aperture. Numerical calculation results show that truncation parameter, which is defined by the ratio of aperture radius to beam waist, plays an important role in the propagation characteristics of truncated Gaussian beams. Truncated nonparaxial scalar Gaussian beams follow the same propagation laws of free Gaussian beams when $R/\omega_0 > 2$ which implies that the influence of diaphragm aperture can be ignored when diaphragm aperture is twice of waist for nonparaxial scalar Gaussian beams defined by accurate definition of light intensity. Meanwhile, truncated nonparaxial scalar Gaussian beams tend to truncated planar waves when $R/\omega_0 < 0.3$. This means that Gaussian beams can be treated as planar waves when aperture radius is 0.3 times of beam waist. When truncation parameter is between 0.3 and 2, both the effects of waists and diaphragm apertures should be taken into account.

Key words: Physical optics; Propagation characteristics; Second-order moment of light intensity; Truncated Gaussian beams; Accurate light intensity; Diffraction; Beam quality

OCIS Codes: 070.7345; 050.1960; 260.0260

基金项目: 火灾科学国家重点实验室开放课题(No. HZ2009-KF08)资助

第一作者: 王珊珊(1989-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为衍射光学和光束传输理论. Email: susan_19890826@sina.cn

导师(通讯作者): 邓小玖(1960-), 男, 教授, 硕士, 主要研究方向为衍射光学和光束传输理论以及量子力学基本理论. Email: dengxjxl@sina.com

收稿日期: 2013-07-23; 录用日期: 2013-10-12

<http://www.photon.ac.cn>

0 引言

随着激光的广泛应用,衡量激光光束优劣的一项指标——光束质量因子的研究成为应用激光领域内的重要课题,引起了人们的广泛关注^[1-10].特别是随着线度为波长和亚波长量级光源的应用日渐增多以及激光技术向波长和亚波长领域的推进,对非傍轴光束传输特性的研究将显得尤为重要^[11-12].文献[13]研究了在自由空间传播的非傍轴高斯光束的传输特性,文献[4, 14]研究了平面波经微小圆孔衍射的传输特性.文献[13-14]对桶中功率(Power In the Bucket, PIB)和精确光强二阶矩定义的非傍轴光束的束宽、远场发散角和质量因子等进行了比较分析,并指出了精确光强二阶矩理论的有效性.

鉴于实际研究和应用中必须考虑光阑对光束传输特性的影响,本文采用精确光强定义下非傍轴标量光束的光强二阶矩理论,计算了非傍轴标量高斯光束经圆孔衍射的束腰半径、远场发散角以及质量因子随截断参量的变化,并与非傍轴自由高斯光束和平面波经圆孔衍射的情况进行了比较研究.数值计算表明,截断参量的不同对高斯光束的传输特性影响很大,且当截断参量 $R/\omega_0 < 0.3$ 时,截断高斯光束的传播过渡到平面波的圆孔衍射,截断参量 $R/\omega_0 > 2$ 时,过渡到高斯光束在自由空间中的传播情况,本文的研究对实际光束的质量评估具有一定的参考价值.

1 精确光强定义下的非傍轴标量光束的二阶矩理论

非傍轴标量光束横截面上的光强可精确表示为^[4, 10, 15-16]

$$J_z = \text{Re} \left[\frac{1}{ik} U^*(r) \frac{\partial}{\partial z} U(r) \right] \quad (1)$$

式中 $k = 2\pi/\lambda$ 为波数,为方便起见,设光束具有轴对称性,则基于精确光强二阶矩定义下的非傍轴标量光束的束宽可表示为^[2, 17]

$$W^2(z) = \frac{2}{P(z)} \iint_{-\infty}^{\infty} J_z(x, y, z) (x^2 + y^2) dx dy \quad (2)$$

式中

$$P(z) = \iint_{-\infty}^{\infty} J_z(x, y, z) dx dy \quad (3)$$

为 z 处横截面上非傍轴标量光束的总功率.

由角谱衍射理论,光束在 $z > 0$ 半空间传输的标量衍射场可表示为

$$U(x, y, z) = \iint_{-\infty}^{\infty} A(f_x, f_y, z) \cdot \exp [i2\pi(xf_x + yf_y)] df_x df_y \quad (4)$$

式中

$$A(f_x, f_y, z) = A_0(f_x, f_y) \cdot \exp (ikz \sqrt{1 - \lambda^2 f_x^2 - \lambda^2 f_y^2}) \quad (5)$$

$$A_0(f_x, f_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} U(x, y, 0) \cdot \exp [-i2\pi(xf_x + yf_y)] dx dy \quad (6)$$

将式(1)、(4)、(5)、(6)代入式(3),得

$$P(z) = \iint_{f_x^2 + f_y^2 \leq 1/\lambda^2} \sqrt{1 - \lambda^2 f_x^2 - \lambda^2 f_y^2} \cdot |A_0(f_x, f_y)|^2 df_x df_y \quad (7)$$

由式(7)可见,基于精确光强定义下的光束横截面上的总功率与 z 无关,这正是能量守恒的体现.设光束束腰位于 z 轴的坐标原点,由文献[17]得

$$W^2(z) = W^2(0) + z^2 \tan^2 \theta \quad (8)$$

式中

$$W^2(0) = \frac{1}{\pi P(z)} \text{Re} \left[\int_0^{\infty} \frac{\partial (A_0(f_\rho) \gamma)}{\partial f_\rho} \cdot \frac{\partial (A_0^*(f_\rho))}{\partial f_\rho} f_\rho df_\rho \right] \quad (9)$$

$$\tan^2 \theta = \frac{4\pi\lambda^2}{P(z)} \int_0^{\lambda} |A_0(f_\rho)|^2 f_\rho^3 df_\rho \quad (10)$$

式中 $f_\rho = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$, $\gamma = \sqrt{1 - \lambda^2 f_\rho^2}$, $W(0)$ 和 $\tan \theta$ 分别表示光束的束腰和远场发散角.非傍轴标量光束的质量因子 M^2 定义为^[4, 6, 17]

$$M^2 = \pi W(0) \tan \theta / \lambda \quad (11)$$

2 截断非傍轴标量高斯光束的传输特性

截断非傍轴标量高斯光束可等价于高斯光束经半径为 R 的平面圆孔衍射,设高斯光束的束腰及圆孔位于 $z=0$ 平面,圆心在坐标原点,则 $z=0$ 处的光场可表示为

$$U(\rho, 0) = \begin{cases} \exp(-\rho^2/\omega_0^2) & \rho \leq R \\ 0 & \rho > R \end{cases} \quad (12)$$

式中 $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, ω_0 为高斯光源的半宽.将式(12)代入式(6),可求得

$$A_0(f_\rho) = 2\pi \int_0^R \exp\left(-\frac{\rho^2}{\omega_0^2}\right) J_0(2\pi\rho f_\rho) \rho d\rho \quad (13)$$

式中 $J_0(\cdot)$ 为第一类零阶贝塞尔函数.将式(13)代入式(9)~(11),可求得基于精确光强二阶矩定义的截断非傍轴标量高斯光束在不同截断参量条件下的束腰、远场发散角以及 M^2 因子随高斯光源半宽 ω_0 或圆孔半径 R 的变化,如图 1~6 所示.数值计算表明:束腰与孔径或光源半宽 ω_0 基本成线性关系;远场发散角在孔径或光源半宽 ω_0 趋于 0 时,均趋于 63.4° ;自由高斯光束远场发散角随光源半宽 ω_0 的增大而单调减小,而在有光阑的情况下远场发散角出现波动;当截断参量小于 0.3 时,截断高斯光束的传输特性与平面波圆孔衍射趋于一致,如图 1~3 所示;当截断参量大于 2 时,截断高斯光束和自由高斯光束的传输特性趋于一致,实际上截断参量等于 2 时,它们已完全相同,如图 4~6.

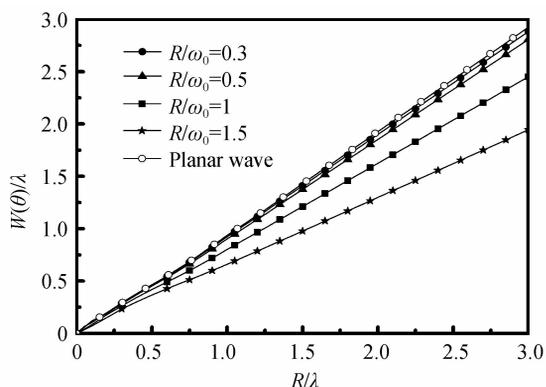


图1 束腰随孔径 R/λ 的变化关系
Fig.1 Beam waists versus aperture R/λ

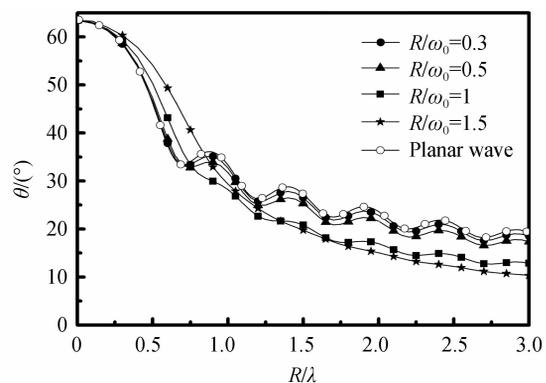


图2 远场发散角随孔径 R/λ 的变化关系
Fig.2 Far-field divergence angles versus aperture R/λ

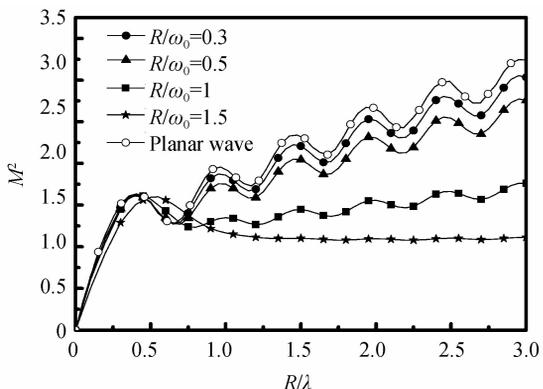


图3 M^2 因子随孔径 R/λ 的变化关系
Fig.3 M^2 factors versus aperture R/λ

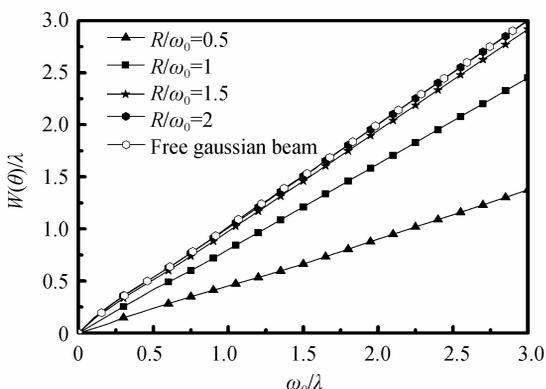


图4 束腰随 ω_0/λ 的变化关系
Fig.4 Beam waists versus ω_0/λ

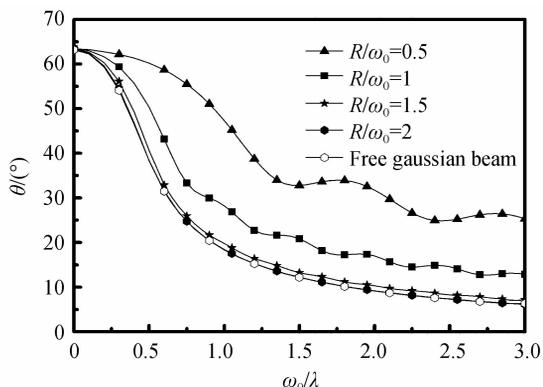


图5 远场发散角随 ω_0/λ 的变化关系
Fig.5 Far-field divergence angles versus ω_0/λ

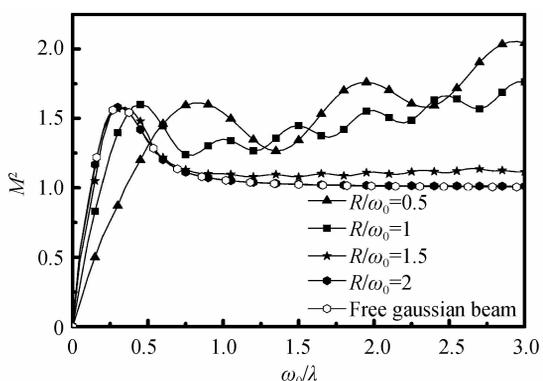


图6 M^2 因子随 ω_0/λ 的变化关系
Fig.6 M^2 factors versus ω_0/λ

3 结论

实际光束的传输必须考虑出光口径以及光阑的存在对光束传输特性的影响,因而截断高斯光束传输特性的研究对实际光束的质量评估具有一定的参考价值.本文的研究结果表明:截断参量对高斯光束传输特性的影响很大,且当截断参量 $R/\omega_0 < 0.3$ 时,截断非傍轴标量高斯光束的传输特性与截断平面光波趋于一致;截断参量 $R/\omega_0 > 2$ 时,与自由高斯光束的传输特性一致.

参考文献

- [1] PORRAS M A. The best quality optical beam beyond the paraxial approximation [J]. *Optics Communications*, 1994, **111**(3-4): 338-349.
- [2] PORRAS M A. Finiteness and propagation law of the power density second-order moment for diffracted scalar light beams [J]. *Optik*, 1999, **110**(9): 417-420.
- [3] GAO C, WEBER H. The problems with M^2 [J]. *Optics and Laser Technology*, 2000, **32**(4): 221-224.
- [4] ZHOU Guo-quan, ZHAO Dao-mu, WANG Shao-min. Propagation characteristics of planar wave diffracted by small circular aperture [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(7): 874-876.
周国泉, 赵道木, 王绍民. 平面波经微小圆孔衍射的传输特性 [J]. *光子学报*, 2002, **31**(7): 874-876.
- [5] DONGMEI D. Generalized M^2 factor of hollow Gaussian beams through a hard-edge circular aperture [J]. *Physics*

- Letters A*, 2005, **341**(1-4): 352 - 356.
- [6] KANG X P, LÜ B D. The M^2 factor of nonparaxial Hermite Gaussian beams and related problems[J]. *Optik*, 2005, **116**(5): 232-236.
- [7] POTEKIN A K, KHAZANOV E A. Calculation of the laser-beam M^2 factor by the method of moments[J]. *Quantum Electronics*, 2005, **35**(11): 1042-1044.
- [8] KANG Xiao-ping, HE Zhong, LÜ Bai-da. The beam quality of vectorial nonparaxial Hermite Laguerre-Gaussian beams[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(9): 4569-4574.
康小平, 何仲, 吕百达. 矢量非傍轴厄米-拉盖尔-高斯光束的光束质量[J]. *物理学报*, 2006, **55**(9): 4569-4574.
- [9] ZHU Li-hua, NIE Yi-youl, LÜ Bai-da. A comparative study of the M^2 factor of truncated flattened gaussian beams[J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, **36**(3): 536-538.
朱莉华, 聂义友, 吕百达. 截断平顶高斯光束 M^2 因子的比较研究[J]. *光子学报*, 2007, **36**(3): 536-538.
- [10] DENG Xiao-jiu, WANG Guo-an, LIU Cai-xia, *et al.* Divergent characteristic of the second-order moment of nonparaxial vector beam[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(12): 8260-8263.
邓小玖, 汪国安, 刘彩霞, 等. 非傍轴矢量光束二阶矩的发散特性[J]. *物理学报*, 2009, **58**(12): 8260-8263.
- [11] LEZEC H J, DEGIRON A, DEVAUX E, *et al.* Beaming light from a subwavelength aperture[J]. *Science*, 2002, **297**(8): 820-822.
- [12] WANG Tie-jun, WANG Jia, SUN Li-qun, *et al.* Aperture design of nano-aperture semiconductor laser[J]. *Acta Optica Sinica*, 2002, **22**(12): 1421-1425.
徐铁军, 王佳, 孙利群, 等. 纳米孔径激光器出射孔径设计[J]. *光学学报*, 2002, **22**(12): 1421-1425.
- [13] DENG Xiao-jiu, NIU Guo-jian, LIU Cai-xia, *et al.* Propagation characteristics of nonparaxial Gaussian beams [J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, **60**(9): 094202-1-094202-4.
邓小玖, 牛国鉴, 刘彩霞, 等. 非傍轴高斯光束传输特性的研究[J]. *物理学报*, 2011, **60**(9): 094202-1-094202-4.
- [14] NIU Guo-jian, DENG Xiao-jiu, LIU Cai-xia, *et al.* Propagation characteristics of nonparaxial scalar beams diffracted by a small aperture[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(10): 1840-1843.
牛国鉴, 邓小玖, 刘彩霞, 等. 微小孔非傍轴衍射光束传输特性的研究[J]. *光子学报*, 2010, **39**(10): 1840-1843.
- [15] CAO Qing, DENG Xi-ming, GUO Hong. Accurate expression of light intensity at transverse plane[J]. *Acta Optica Sinica*, 1996, **16**(7): 897-902.
曹清, 邓锡铭, 郭弘. 横截面上光强的精确表述[J]. *光学学报*, 1996, **16**(7): 897-902.
- [16] WANG Dong, DENG Xiao-jiu, LIU Guo-hong, *et al.* Energy transmission characteristics of nonparaxial scalar diffraction beam[J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2009, **26**(2): 134-137.
王东, 邓小玖, 刘果红, 等. 非傍轴标量衍射光束的能量传输特性[J]. *量子电子学报*, 2009, **26**(2): 134-137.
- [17] DENG Xiao-jiu, HU Ji-gang, LIU Cai-xia, *et al.* Study of the beam quality factor[J]. *Journal of Hefei University of Technology (Nature Science)*, 2002, **25**(6): 1187-1190.
邓小玖, 胡继刚, 刘彩霞, 等. 光束质量因子的研究[J]. *合肥工业大学学报(自然科学版)*, 2002, **25**(6): 1187-1190.