

doi:10.3788/gzxb20144303.0310001

利用核模糊聚类和正则化的图像稀疏去噪

吴一全, 李立

(南京航空航天大学 电子信息工程学院, 南京 210016)

摘 要:针对目前图像去噪方法噪音抑制不彻底、容易模糊细节等问题,提出了一种利用核模糊 C 均值聚类和正则化的图像稀疏去噪方法.该方法首先将图像分成大小相同的若干块,并采用核模糊 C 均值聚类算法对相似的图像块进行聚类,从而保证同一类图像块共享相同的稀疏去噪模型;然后,选择由经典图像库中图像训练而得的全局字典作为初始字典,很好地适应图像的多种特征;接着,对于同一类图像块,通过施加 ℓ_1/ℓ_2 范数正则化约束,实现该类图像块在字典下的稀疏分解,确保分解系数更为稀疏;最后,通过改进的 K-奇异值分解算法完成字典的更新,并选择与原稀疏模型差异最大的图像块来替换更新字典的冗余原子,从而有效地去除图像噪音.实验结果表明,与小波扩散去噪法、固定字典去噪法、最优方向去噪法、K-奇异值分解去噪法相比,该方法能更有效地去除图像噪音,保留图像细节,改善图像视觉效果.

关键词:图像处理;稀疏表示;图像去噪;核模糊 C 均值聚类;正则化;字典更新;K-奇异值分解

中图分类号: TN911.73

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2014)03-0310001-7

Image Denoising Using Kernel Fuzzy Clustering and Regularization on Sparse Model

WU Yi-quan, LI Li

(College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Aimed at the problems that the existing denoising methods suppress noise incompletely and blur the details of image, an image denoising method using kernel fuzzy C-means clustering and regularization on sparse model was proposed. Firstly, the image was divided into equal pieces and kernel fuzzy C-means clustering algorithm was used for clustering the similar image pieces, thereby ensuring image pieces in the same class share the same sparse denoising model. Then, the global dictionary trained by images from the classical image library was selected as the initial dictionary to adapt to the various characteristics of image very well. Next, a ℓ_1/ℓ_2 norm regularization constraint condition was imposed and sparse decomposition of image pieces in the same class under the dictionary was achieved, which made decomposition coefficients sparser. Finally, the update of dictionary was completed by improved K-singular value decomposition algorithm, and image pieces with the largest difference from the original sparse model were selected to replace the redundancy atoms of the updated dictionary. Thus, noise in the image was suppressed effectively. Experimental results show that, compared with denoising method based on wavelet combining with nonlinear diffusion, denoising method based on constant dictionary, denoising method of optimal directions and K-singular value decomposition denoising method, the proposed method can remove noise of the image more effectively and preserve the details of the image and improve the visual effect better.

Key words: Image processing; Sparse representation; Image denoising; Kernel fuzzy C-means clustering; Regularization; Dictionary updating; K-singular value decomposition

OCIS Codes: 100.0100; 100.2000; 100.2980; 100.3008

基金项目:国家自然科学基金(No. 60872065)和江苏高校优势学科建设工程资助

第一作者:吴一全(1963-),男,教授,博士,博导,主要研究方向为红外目标检测与识别、遥感图像处理、视觉检测与图像测量、视频编码与视频处理、数字全息技术等. Email: nuaaimage@163.com

收稿日期: 2013-07-22; **录用日期:** 2013-11-18

<http://www.photon.ac.cn>

0 引言

图像在产生和传输的过程中,难免会混杂噪音,而噪音往往会对图像的后续处理和应用造成很大干扰,因此,图像去噪一直是图像处理领域的研究重点之一.图像的去噪方法主要有中值滤波、维纳滤波、多尺度分析^[1,2]、非线性扩散^[3]等.但这些方法只利用了图像一部分统计特性,且图像中的有用信息和噪音往往在频带上存在重叠现象,导致这些去噪方法噪音抑制不彻底,去除噪音的同时也在一定程度上平滑了图像的细节纹理.而近年来提出的图像稀疏去噪方法是将有用信号作为稀疏成分,将噪音作为残差,能有效弥补之前去噪方法的不足,因此受到人们的广泛关注.稀疏表示去噪大致由三部分构成:字典的选择、字典的更新以及图像在字典上的稀疏分解.自 Mallat 和 Zhang 首次提出信号在过完备字典上分解的思想以来,众多字典也随之产生,如:双正交基字典^[4]、多尺度脊波字典^[5]、Gabor 字典^[6]等.在这些固定字典去噪法中,字典原子由固定方式构成,与图像本身性质无关,导致去噪效果不理想.针对这一问题,Aharon 等人提出了 K-奇异值分解(K-Singular Value Decomposition, K-SVD)算法^[7],通过学习和训练来更新超完备字典,使字典能更好地适应图像.稀疏表示去噪的另一个重要环节是稀疏分解.目前,较为有效的稀疏分解算法有正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)算法^[8]、树型匹配追踪(Tree Matching Pursuit, TMP)算法^[9]以及交叉投影算法^[10],这几种算法的计算复杂度较低,但一般都针对图像块进行单独编码,忽略了图像块之间的相关性,导致编码高度冗余.文献[11]通过改进终止迭代条件,优化了 OMP 算法,减少了冗余度.文献[12-13]采用的卷积匹配追踪(Convolutional Matching Pursuit, CMP)算法,将整个图像与核进行卷积,可以减少相邻位置图像块的编码冗余.文献[14-16]结合图像的局部稀疏结构和全局自相似结构,将聚类算法运用到稀疏冗余表示模型中,对图像的稀疏分解进行正则化约束,有效减少了计算量.因此,如何选择较优的字典,对字典进行有效的更新,以及在字典上进行更稀疏的分解是目前研究的焦点.

基于以上论述,若先采用 KFCM 算法对图像进行分块聚类,则能使相似度较高的图像块共享相同的稀疏结构,从而可望有效地减小字典更新和稀疏分解的复杂度;全局字典^[17]是从经典图像库中选取适量图像进行训练而得,若选取该字典作为初始字典,并采用改进的 K-SVD 算法对字典进行更新,则有望使字典能更好地适应图像的多种特性;此外,在对图像块进行稀疏分解时,如果施加 ℓ_1/ℓ_2 范数正则化约束^[18],那么,得到的表示系数矩阵 α 中将会含有较多的 0,即体现“稀

疏性”.因此,本文提出了一种利用聚类和正则化的图像稀疏去噪方法,先采用 KFCM 算法对相似的图像块进行聚类,然后,对于同一类图像块,通过施加 ℓ_1/ℓ_2 范数正则化约束,实现在改进的 K-SVD 字典更新下的稀疏表示.本文针对大量图像进行了去噪实验,给出了所提出的利用聚类和正则化稀疏去噪方法的实验结果,并与现有的小波扩散去噪法^[19]、固定字典去噪法^[20]、最优方向(Method of Optimal Directions, MOD)去噪法^[21]、K-SVD 去噪法^[7]等 4 种相关方法进行了比较,依据各自的峰值信噪比(Peak Signal to Noise Ratio, PSNR)对这些方法的去噪效果进行了客观定量的评价.

1 核模糊 C 均值聚类

模糊 C 均值(Fuzzy C-Means, FCM)算法是一种较为常用的聚类算法.然而,传统的 FCM 算法没有考虑图像的结构信息,故对于结构复杂的图像分割效果不甚理想.本文选用核模糊 C 均值(Kernel Fuzzy C-Means, KFCM)聚类算法来实现聚类^[22].该算法运用核函数,以核非线性映射为工具,将图像结构映射到高维特征空间实现线性可分,从而更好地对其进行分割聚类.

设原空间样本集为: $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N\}$, $\mathbf{x}_j \in \mathbf{R}^d$, $j=1, 2, \dots, N$, N 为样本数.核非线性映射为: $\Phi: \mathbf{x} \rightarrow \Phi(\mathbf{x}) \in \mathbf{H}$, \mathbf{H} 为高维特征空间.高斯核函数 $\kappa(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = e^{-\|\mathbf{x}-\mathbf{y}\|^2/\sigma_\kappa^2}$, 其中 σ_κ 为高斯核函数的宽度,则特征空间 \mathbf{H} 的欧氏距离为: $\|\Phi(\mathbf{x}) - \Phi(\mathbf{y})\|^2 = 2 - 2\kappa(\mathbf{x}, \mathbf{y})$.

目标函数 $J_m(\mathbf{X}; \mathbf{U}, \mathbf{V})$ 和隶属度函数 u_{ij} 的定义为

$$J_m(\mathbf{X}; \mathbf{U}, \mathbf{V}) = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^N u_{ij}^m \|\Phi(\mathbf{x}_j) - \Phi(\mathbf{v}_i)\|^2 = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^N u_{ij}^m [2 - 2\kappa(\mathbf{x}_j, \mathbf{v}_i)] \quad (1)$$

$$u_{ij} = \frac{1/[2 - 2\kappa(\mathbf{x}_j, \mathbf{v}_i)]^{1/(m-1)}}{\sum_{k=1}^c 1/[2 - 2\kappa(\mathbf{x}_j, \mathbf{v}_k)]^{1/(m-1)}} \quad (2)$$

式中, c 为聚类数, u_{ij} 为第 j 个样本属于第 i 类的隶属度, \mathbf{v}_i 为第 i 类的聚类中心, $\Phi(\mathbf{v}_i)$ 为该中心在特征空间 \mathbf{H} 的像, \mathbf{x}_j 为第 j 个数据点, $m \in [1, \infty)$ 为模糊加权指数.

KFCM 聚类算法步骤如下:

Step 1 设置 KFCM 聚类算法的目标函数准确度 ϵ_j , 模糊加权指数 m , 最大迭代次数 T_{\max} , 最大聚类数 C_{\max} , 先取 $c=2$, 并对样本集 \mathbf{X} 作归一化处理;

Step 2 在 $[0, 1]$ 区间取随机数初始化模糊隶属度矩阵 \mathbf{U} , 使其满足条件: $\sum_{i=1}^c u_{ij} = 1, \forall j=1, \dots, N$;

Step 3 开始迭代过程: 利用式(2)更新隶属度矩阵 \mathbf{U} , 利用式(1)计算目标函数值, 当它小于给定阈值 ϵ_j , 或是迭代次数超过 T_{\max} , 则终止迭代过程, 进入下一步

骤,否则继续迭代;

Step 4 计算有效性指标值 $V(c)$,本文采用核化 Xie-Beni 指标^[22];

Step 5 若 $c < C_{\max}$,则聚类数增加 1,返回 Step3;否则聚类过程结束,并根据 $V(c)$ 取值确定最佳聚类数和聚类中心,从而将图像划分为 c 个类.

2 基于正则化的稀疏去噪算法

稀疏方法去噪的基础是:假定图像具有稀疏性,自然信号可由字典原子线性组合表示,而噪音不具有稀疏性.因此,将图像在过完备字典下进行稀疏分解,得到的稀疏成分被视为图像有用信号,而残差被认为是噪音.去除残差,并由分解后得到的稀疏系数与字典对图像进行重构,即可达到去噪目的.

本文提出的基于核模糊聚类和正则化的图像稀疏去噪方法分为两步:在第一步聚类工作中,图像被划分为 c 个类.下一步,利用改进的 K-SVD 算法训练适用于每一类的字典,通过施加 ℓ_1/ℓ_2 范数正则化约束得到稀疏分解系数,并利用更新的字典和分解系数来重构图像,从而实现图像稀疏去噪.

2.1 改进的 K-SVD 更新算法

K-SVD 算法旨在寻找一个合适的字典 D ,使其能很好地反映图像的结构特性,以确保图像能由字典原子更优化地线性组合表示.

K-SVD 算法一般包括两个阶段,即稀疏编码阶段和字典更新阶段.

首先,在字典 D 不变的情况下,将图像在 D 上进行稀疏分解.正交匹配追踪(OMP)算法的稀疏分解模型为

$$\min_{\alpha} \|\alpha\|_0, \text{ s. t. } \|Y - D\alpha\|_2 \leq \epsilon \quad (3)$$

式中, $\|\cdot\|_0$ 是 l_0 范数, $Y \in \mathbf{R}^{n \times l}$ 为某一类含噪图像块; $D \in \mathbf{R}^{n \times p}$ 为字典; n 和 l 分别代表该类图像块的宽和高; p 为字典的原子个数; $\alpha \in \mathbf{R}^{p \times l}$ 为该图像在字典上的表示系数矩阵; ϵ 为误差容限.在误差容限范围内,由式(3)便可求得系数矩阵 α .

其次,对字典进行更新训练.将系数矩阵 α 和字典 D 固定,依次更新字典中的每一个原子.设 d_k 为要更新字典 D 的第 k 列的向量,则此时图像的稀疏分解形式可表示为

$$\|Y - D\alpha\|_F^2 = \left\| \left(Y - \sum_{j \neq k} d_j \alpha^j \right) - d_k \alpha^k \right\|_F^2 = \|E_k - d_k \alpha^k\|_F^2 \quad (4)$$

式中, α^k 为 d_k 对应的系数矩阵 α 的第 k 行的向量, E_k 为去掉第 k 个原子后含噪图像 Y 的分解误差.由于 E_k 的奇异值分解所得秩为 1 的矩阵能够最小化分解误差,因而从 E_k 中移除所有不受 d_k 影响的列后,对 E_k 进行奇异值分解,可得, $E_k = U_k \Delta V_k^T$.此时,采用矩阵 U_k 的第一列替换 d_k 作为更新结果,这样便成功更新了字典

的一个原子.按照上述方式,对字典的所有原子进行同样的更新,即可得到新的字典 D' .

上述 K-SVD 算法得到的更新字典通常包含冗余原子,因此,需对 K-SVD 算法进行改进.在字典更新阶段,为了能有效去除冗余字典原子,使字典更适应于图像块,需考虑以下两种情况:

1) 完成迭代后字典原子 d_k 所对应的稀疏表示系数向量 α^k 的非零元素个数小于预定阈值,即原子 d_k 被过少地使用;

2) 若存在与迭代后的字典原子 d_k 相似度达 99% 以上的原子 d_l ,即矩阵 $d_k d_l^T$ 中含有大于 0.99 的元素.

当出现上述两种情况时,可认为 d_k 是冗余字典原子,需对 d_k 再次进行替换.本文直接选用合适的图像块 y_k 来替换冗余原子, y_k 经过规范化处理后,需满足

$$\max_{y_k} \|y_k - D\alpha_k\|_2 \quad (5)$$

式中, α_k 为 y_k 图像块所对应的分解系数向量.而本文方法选取与原稀疏模型差异最大的图像块来替换冗余原子,最大限度地减小了相似度,从而达到去除冗余的目的;同时,选取图像块本身作原子,能保证字典更好地反映图像特征.

2.2 ℓ_1/ℓ_2 范数正则化约束

对于某一个需要去噪的图像块 y ,其大小为 $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$ (\sqrt{n} 为整数),一般常用式(3)作为其稀疏模型,通常可用 OMP 算法求其近似解.有时,也会对其施加 l_1 范数约束.与 l_0 范数不同, l_1 正则化是一个凸规划问题,可采用坐标下降等方法求解^[23].对某一类图像块进行去噪时,设该类共有 M 个图像块,则该类的稀疏去噪模型可表示为

$$\min_{\mathbf{A}} \sum_{i=1}^M \|A_i\|_2 \quad \text{s. t.} \quad \sum_{j=1}^M \|DA_j - Y_j\|_2^2 \leq \epsilon \quad (6)$$

式中, $Y = [y_1, y_2, \dots, y_M]$ 为该类图像块矩阵, $A = [a_1, a_2, \dots, a_M]$ 为各图像块在字典 D (大小为 $n \times p$) 上的表示系数矩阵. A_i 和 A_j 分别表示 A 的第 i 行和第 j 列, Y_j 表示 Y 的第 j 列.利用罚函数,便可将式(6)的带约束优化问题转化为等价的无约束优化问题,即

$$\min_{\mathbf{A}} \left\{ \sum_{j=1}^M \|DA_j - Y_j\|_2^2 + \lambda \sum_{i=1}^M \|A_i\|_2 \right\} \quad (7)$$

式中, $\lambda = 0.1 \sqrt{M}$ 为每一类图像块的正则化参量.通过式(7)便可计算出该类的稀疏分解系数.本文选择式(7)作为每一类图像块的稀疏分解模型,其实质是求解带有 ℓ_1/ℓ_2 范数正则化约束的多任务学习问题,保证了分解系数与每类图像块密切相关,而且确保分解系数更加稀疏化,从而使算法性能更优.

3 方法步骤与流程图

本文方法的流程图如图 1,具体步骤为:

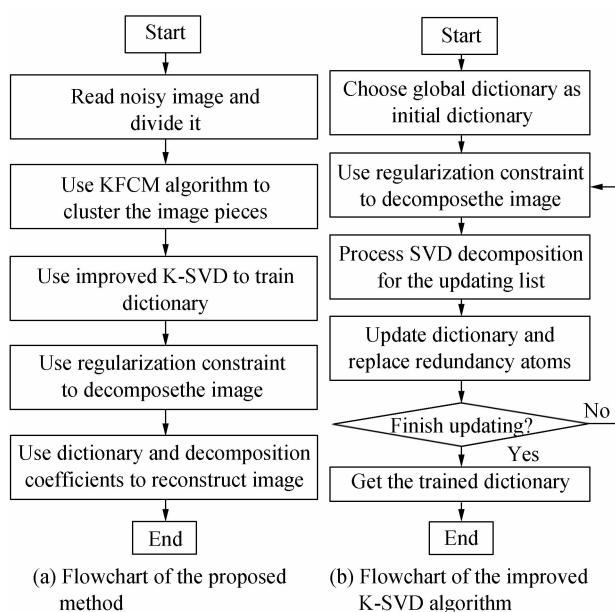


图1 方法流程图

Fig. 1 Flowchart of the method

Step 1 以不重叠像素方式将含噪图像进行分块并采用 KFCM 算法对所有图像块进行划分聚类;

Step 2 对每一类图像块,采用改进的 K-SVD 算法求解训练更新后的字典;

Step 2.1 采用全局字典作为算法的初始字典,开始更新迭代过程;

Step 2.2 用 l_1/l_2 范数正则化约束算法对含噪图像块在当前字典上进行稀疏分解,求得分解系数;

Step 2.3 对字典中需要更新的列进行 SVD 分解,依此更新每一个原子,并选用合适图像块对更新后的冗余原子进行替换,从而得到新的字典;

Step 2.4 若迭代次数达到预先设定值,则停止迭代;否则返回 Step 2.2,继续迭代过程。

Step 3:对每一类图像块,用 l_1/l_2 范数正则化约束算法对其在训练更新后的字典上进行稀疏分解,得到分解系数;

Step 4:利用训练更新后的字典和分解系数重构图像,从而达到去噪目的。

4 实验结果与分析

针对本文提出的利用 KFCM 聚类 and 正则化的图像稀疏去噪方法,采用大量图像进行了去噪实验。含噪图像大小为 256×256 ,将图像分割成 $32 \times 32 = 1024$ 个大小为 8×8 的图像块。对这些图像块中的像素及图像块本身重新排序,得到排序后的图像大小为 64×1024 ,其中,每一列代表一个 8×8 图像块。利用 KFCM 聚类算法进行聚类,其参量的设定为:目标函数准确度 $\epsilon_j = 10^{-5}$,模糊加权指数 $m = 2$,最大迭代次数 $T_{\max} = 100$,最大聚类数 $C_{\max} = 10$,高斯核函数宽度平方

取 $\sigma_c^2 = 0.4$ 。改进的 K-SVD 算法中参量设置为:字典原子个数 $p = 256$,误差控制参量 $C = 1.15$,字典更新迭代次数 $J = 20$ 。算法运行环境为:PC 机的 CPU 为 Intel core i5, 2.50 GHz,内存为 4.00 G,操作系统为 64 位 Win7, Matlab 版本为 Matlab 7.8.0 (R2009a)。灰度图像的初始字典通常选用 DCT 固定字典,本文采用的全局字典是选取经典图像库中的图像进行训练而得,这两本字典如图 2 所示。

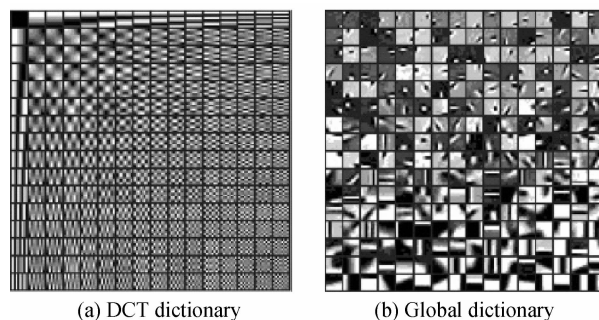


图2 灰度图像字典

Fig. 2 Dictionary of grayscale images

将本文提出的方法与现有的小波扩散去噪法^[15]、固定字典去噪法^[16]、MOD 去噪法^[17]、K-SVD 去噪法^[6]等 4 种相关方法进行了比较。其中小波扩散去噪方法的参量设置为:阈值 $T = \sigma \sqrt{2 \log N_w}$, σ 为噪声标准差, N_w 为图像像素个数,时间、空间步长分别为 $t = 0.2$, $h = 1$,均方误差给定值 $\epsilon_w = 1.0$ 。固定字典去噪法、MOD 去噪法及 K-SVD 去噪法的参量设置为:字典原子个数 $p = 256$,误差控制参量 $C = 1.15$,K-SVD 字典更新迭代次数 $J = 20$ 。

现以 Barbara 和 Peppers 两幅图像为例,对本文提出的利用 KFCM 聚类和正则化的图像稀疏去噪方法的主观视觉效果加以说明。图 3 和图 4 分别给出了 Barbara 和 Peppers 的原始图像(a)、含高斯噪声(均值为 0,标准差为 25)图像(b)以及采用小波扩散去噪法(c)、固定字典去噪法(d)、MOD 去噪法(e)、K-SVD 去噪法(f)、本文方法(g)所得到的去噪图像。从图 3 和图 4 可以看出,小波扩散去噪法的去噪效果相对较差,噪声抑制不彻底;固定字典去噪法比小波扩散去噪法的去噪效果好,能有效滤除噪声,但易模糊图像纹理,图像整体质量不佳。例如,图 3(d)中的桌布和衣服的纹理以及图 4(d)中 Peppers 的轮廓线均较为模糊;字典更新稀疏去噪方法(MOD 去噪法和 K-SVD 去噪法)要优于固定字典去噪法,不仅能有效地去噪,而且很好地保留了图像的纹理和细节,去噪后的图像比固定字典去噪法清晰;而本文提出的去噪方法效果更优,不仅能有效地去除噪声,而且能更好地保留 Barbara 图像中较为丰富的纹理信息和 Peppers 图像的边缘轮廓特性。

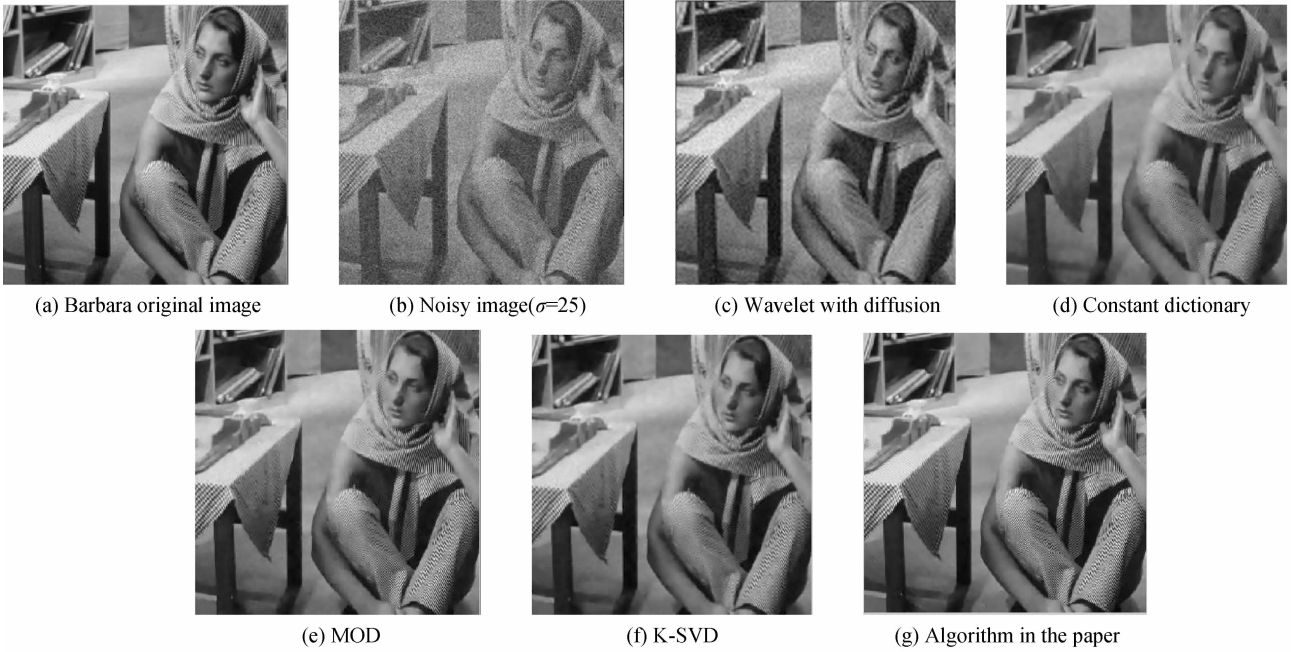


图 3 Barbara 图像及 5 种方法的去噪结果

Fig. 3 Barbara image with the denoised results of five methods

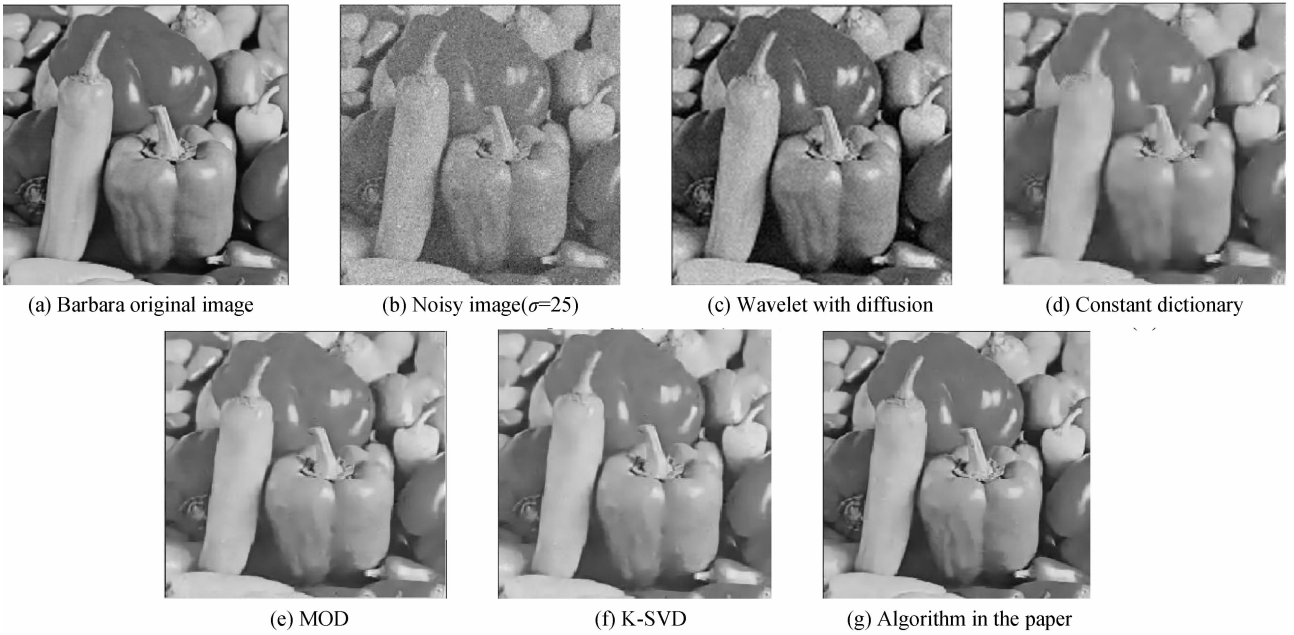


图 4 Peppers 图像及 5 种方法的去噪结果

Fig. 4 Peppers image with the denoised results of five methods

除了从主观视觉效果上对 5 种不同的去噪方法进行对比外,本文还对这些方法的去噪情况作进一步的定量分析.采用 PSNR 作为客观评价指标来衡量算法的具体去噪效果,PSNR 的值越大,去噪效果越好.PSNR 的计算公式为

$$PSNR = 10 \lg \frac{M_I \times N_I \times I_{\max}^2}{\sum_{i,j} [I_0(i,j) - I_1(i,j)]^2} \quad (8)$$

式中, M_I 和 N_I 分别表示图像 I 的宽度和高度, I_{\max} 为图像所能表示的最大灰度值,在本文中取值为 255, I_0 为原始图像, I_1 为去噪后的图像.

表 1 给出了不同图像在固定噪音水平下(标准差为 25)5 种方法所得去噪图像的信噪比,采用的 5 幅图像分别为: Barbara、Peppers、Boat、House 和 Lena. 其中, Barbara 和 Lena 为人物图像,其余 3 幅为物体图像. Barbara、Lena、Boat 这 3 幅图像纹理丰富,细节较多,而 Peppers 和 House 这两幅图像边缘轮廓特性较鲜明. 表 2 则给出了 Lena 图像在不同噪音水平下 5 种方法所得去噪图像的信噪比. 从表 1 可以看出,小波扩散去噪法所得去噪图像的 PSNR 值相对较低,固定字典去噪法、MOD 去噪法和 K-SVD 去噪法所得去噪图

像的 PSNR 值高于小波扩散去噪法,而本文方法对于不同的图像都具有较优的去噪效果,所得去噪图像的 PSNR 值与 K-SVD 去噪法相比,均有 0.3~0.4 dB 的提升.从表 2 可以看出,随着噪音水平的不断增大,不同方法所得去噪图像的 PSNR 值下降情况并不相同.小波扩散去噪法和固定字典去噪法不适用于高强度噪音情况,PSNR 值下降较快;MOD 去噪法和 K-SVD 去噪法相对于前两种方法,PSNR 值下降较慢;而本文方

法随着噪音的增强,PSNR 值下降最为缓慢.时效性方面,小波扩散去噪法和固定字典去噪法耗时较短,但不能有效地去除噪音;MOD 去噪法和 K-SVD 去噪法耗时长于前两种方法,且在强噪音下去噪效果不佳;本文方法耗时虽略长于 K-SVD 去噪法,但去噪效果更优,且适应性更强,在噪音较强的情况下,仍有很好的去噪效果.

表 1 5 种方法所得去噪图像的峰值信噪比 ($\sigma=25$)
Table 1 PSNR of denoised images with five methods ($\sigma=25$)

Noisy image	PSNR/dB				
	Wavelet with diffusion	Constant dictionary	MOD	K-SVD	Algorithm in the paper
Barbara	24.7568	28.6658	29.3853	29.6081	30.0494
Peppers	25.3432	29.0455	29.7886	29.9047	30.2175
Boat	23.9879	28.7879	29.2444	29.3754	29.7019
House	26.3924	31.0373	32.0874	32.1929	32.5063
Lena	26.6745	30.9203	31.3018	31.4359	31.9062

表 2 不同噪音下 5 种方法所得去噪图像的峰值信噪比
Table 2 PSNR of the denoised image with five methods under different noise levels

Standard deviation (σ)	PSNR/dB				
	Wavelet with diffusion	Constant dictionary	MOD	K-SVD	Algorithm in the paper
10	30.8427	35.3224	35.6725	35.7007	36.0208
20	27.6683	31.9831	32.3443	32.4051	32.7679
25	26.6745	30.9203	31.3018	31.4359	31.9062
40	24.8117	28.5077	29.0173	29.1217	29.6062
50	23.5047	26.8006	27.5499	27.6394	28.1308

5 结论

本文提出了一种利用聚类和正则化的图像稀疏去噪方法.通过核模糊 C 均值算法对图像进行分块聚类,将相似度较高的图像块分为一类并共享相同的稀疏结构,从而有效减小了字典更新和稀疏分解的复杂度;选取全局字典作为初始字典,能很好地反映图像的结构特征;在字典更新阶段,使用图像块本身替换冗余字典原子,不仅能有效地减小冗余度,而且使得字典能更好地适应图像的多种特性;在对图像块进行稀疏分解时,通过施加 ℓ_1/ℓ_2 范数正则化将约束模型转化为等价无约束优化模型来求解系数,确保分解系数更加稀疏化.通过大量实验与小波扩散去噪法、固定字典去噪法、MOD 去噪法和 K-SVD 去噪法进行对比发现:本文提出的方法不仅能有效地去除噪音分量,而且能很好地还原图像细节纹理,去噪效果更为优越.

参考文献

[1] XU Shu-hua, QI Ming-ming. Image denoising based on multi-scales total least squares[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(5): 956-960.
许淑华, 齐鸣鸣. 基于多尺度总体最小二乘的图像去噪[J]. 光子学报, 2010, **39**(5): 856-960.

[2] WU Yi-quan, JI Shou-xin. Image contourlet threshold denoising based on chaotic particle swarm optimization[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, **39**(9): 1645-1651.
吴一全, 纪守新. 基于混沌粒子群优化的图像 Contourlet 阈值去噪[J]. 光子学报, 2010, **39**(9): 1645-1651.

[3] WU Yi-quan, HOU Wen, WU Shi-hua. Image de-noising based on complex contourlet transform and nonlinear diffusion[J]. *Journal of Circuits and Systems*, 2012, **17**(6): 111-116.
吴一全, 侯雯, 吴诗姘. 基于复 Contourlet 域非线性扩散的图像去噪[J]. 电路与系统学报, 2012, **17**(6): 111-116.

[4] XIE Kai, ZHANG Feng. Image denoising method based on dictionary learning with union of two orthonormal bases[J]. *Journal of Computer Applications*, 2012, **32**(4): 1119-1121.
解凯, 张芬. 基于双正交基字典学习的图像去噪方法[J]. 计算机应用, 2012, **32**(4): 1119-1121.

[5] DENG Cheng-zhi. Image denoising algorithm based on multiscale ridgelet dictionary[J]. *Computer Engineering*, 2010, **36**(23): 207-209.
邓承志. 基于多尺度脊波字典的图像去噪算法[J]. 计算机工程, 2010, **36**(23): 207-209.

[6] ZENG Jun-ying, GAN Jun-ying, ZHAI Yi-kui. Face recognition based on fast sparse representation of Gabor dictionary and l_0 norm[J]. *Journal of Signal Processing*, 2013, **29**(2): 256-261.
曾军英, 甘俊英, 翟懿奎. Gabor 字典及 l_0 范数快速稀疏表示的人脸识别算法[J]. 信号处理, 2013, **29**(2): 256-261.

[7] AHARON M, ELAD M, BRUCKSTEIN A. K-SVD: An

- algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, **54**(11): 4311-4322.
- [8] TROPP J A, GIBERT A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, **53**(12): 4655-4666.
- [9] JOST P V, ERGHEYNST P, FROSSARD P. Tree-based pursuit: algorithm and properties[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2006, **54**(12): 4685-4697.
- [10] MANCERA L, PORTILLA J. L0-norm-based sparse representation through alternate projection [C]. *IEEE International Conference on Image Processing*, Atlanta, USA, 2006: 2089-2092.
- [11] CAI T T, WANG L. Orthogonal matching pursuit for sparse signal recovery with noise [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2011, **57**(7): 4680-4688.
- [12] SZLAM A, KAVUKCOGLU K, YANN L C. Convolutional matching pursuit and dictionary training[EB/OL]. [2010-10-3]. <http://arxiv.org/abs/1010.0422>.
- [13] LIAN Qiu-sheng, HAN Dong-mei. Sparse representation by dictionary combined convolutional sparse coding and K-SVD [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2012, **34**(7): 1493-1498.
练秋生, 韩冬梅. 基于卷积稀疏编码和 K-SVD 联合字典的稀疏表示[J]. *系统工程与电子技术*, 2012, **34**(7): 1493-1498.
- [14] DONG W S, LI X, ZHANG L, *et al.* Sparsity-based image denosing via dictionary learning and structural clustering[C]. *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Providence, USA, 2011: 457-464.
- [15] XU Jian, CHANG Zhi-guo. Self-adaptive image sparse representation algorithm based on clustering and its application[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, **40**(2): 316-320.
徐健, 常志国. 基于聚类的自适应图像稀疏表示算法及其应用[J]. *光子学报*, 2011, **40**(2): 316-320.
- [16] SONG Chang-xin, MA Ke, QIN Chuan, *et al.* Infrared image segmentation based on cluterling combined with sparse coding and spatial constraints [J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, **62**(4): 1-10.
宋长新, 马克, 秦川, 等. 结合稀疏编码和空间约束的红外图像聚类分割研究[J]. *物理学报*, 2013, **62**(4): 1-10.
- [17] ZHANG Dan-ying, LI Cui-hua, LI Xiong-zong, *et al.* An image de-noising algorithm based on redundancy removed dictionary [J]. *Journal of Xiamen University (Natural Science)*, 2012, **51**(4): 691-695.
张丹莹, 李翠华, 李雄宗, 等. 一种基于去冗余字典的图像去噪算法[J]. *厦门大学学报(自然科学版)*, 2012, **51**(4): 691-695.
- [18] YE Min-chao, QIAN Yun-tao, SHEN Yan-hao. Clustering based sparse model for image denoising [J]. *Journal of Signal Processing*, 2011, **27**(10): 1593-1598.
叶敏超, 钱运涛, 沈言浩. 基于聚类的图像稀疏去噪方法[J]. *信号处理*, 2011, **27**(10): 1593-1598.
- [19] WU Ya-dong, SUN Shi-xin. A new hybrid image de-noising algorithm based on 2D wavelet shrinkage and nonlinear diffusion[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2006, **34**(1): 163-166.
吴亚东, 孙世新. 基于二维小波收缩与非线性扩散的混合图像去噪算法[J]. *电子学报*, 2006, **34**(1): 163-166.
- [20] ELAD M, AHARON M. Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, **15**(12): 3736-3745.
- [21] ENGAN K, SKRETTING K, HUSOY J H. Denoising of images using designed signal dependent frames and matching pursuit[C]. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, Signal Processing*, Philadelphia, USA, 2005, 653-656.
- [22] PU Yun-wei, JIN Wei-dong, ZHU Ming, *et al.* On cluster validity for kernelized fuzzy C-mean Algorithm[J]. *Computer Science*, 2007, **34**(2): 207-210.
普运伟, 金炜东, 朱明, 等. 核模糊 C 均值算法的聚类有效性研究[J]. *计算机科学*, 2007, **34**(2): 207-210.
- [23] FRIEDMAN J, HASTIE T, FLING H H, *et al.* Pathwise coordinate optimization [J]. *The Annals of Applied Statistics*, 2007, **1**(2): 302-332.