doi:10.3788/gzxb20144312.1212004

# 考虑接触边界条件的经纬仪主镜面形误差分析

谢军1,曹立华1,韩光宇1,乔健1,刘永明1,2,刘震宇1

(1 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所 应用光学国家重点实验室,长春 130033)

(2 中国科学院大学研究生院 北京 100039)

摘 要:为了精确分析经纬仪主镜的面形均方根,对主镜支撑连接球绞的仿真方法进行研究.建立了主镜支撑系统的有限元模型,对比了刚性连接、约束节点自由度和接触边界条件三种球绞的仿真方法.采 用接触边界条件方法仿真得到的主镜面形均方根值为16.37 nm,应用干涉仪检测得到主镜在径向支撑 状态下的面形均方根值为17.53 nm,仿真结果与实验结果的偏差为6.62%.实验结果显示三种方法中, 接触边界条件法能较准确地获得主镜面形均方根值,用此方法对主镜径向支撑结构进行了参数化分析, 获得径向支撑位置、长度和宽度对主镜面形的影响规律,可以为主镜面形的精确分析及主镜支撑结构设 计提供参考.

关键词:工程力学;经纬仪;仿真;主镜;面形误差;接触;参数化 中图分类号:TH74;TH703 文献标识码:A 文章编号:1004-4213(2014)12-1212004-5

# The Surface Error Analysis of Theodolite Primary Mirror Considering Contact Boundary Condition

XIE Jun<sup>1</sup>, CAO Li-hua<sup>1</sup>, HAN Guang-yu<sup>1</sup>, QIAO Jian<sup>1</sup>, LIU Yong-ming<sup>1,2</sup>, LIU Zhen-yu<sup>1</sup> (1 Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China) (2 Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

Abstract: In order to obtain the accurate surface error Root Mean Square (RMS) of the theodolite primary mirror, the research on the simulation method of sphere joints in the primary mirror supports was carried out. The detail finite element model of primary mirror supporting structures was established. A comparison was made among three simulation methods of sphere joints. They are the method of rigid connection, the method of restricting the freedom of nodes and the method of contact boundary condition. The surface error RMS of primary mirror tested by interferometer is 17. 53 nm, while the simulated surface error RMS of the primary mirror is 16. 37 nm. The deviation between simulated results and experimental results is 6. 62%. The experimental results show that the method of contact boundary condition can obtain a more accurate surface error RMS of the primary mirror the structures of the primary supports by the method mentioned above. The influence of lateral supports' location, lateral supports' length and lateral supports' width to the surface error of the primary mirror was obtained. It's a good reference to the accurate analysis of the primary mirror surface error and the design of the primary mirror supports that simulating sphere joints using the method of contact boundary condition.

Key words: Engineering mechanics; Theodolite; Simulation; Primary mirror; Surface-shape error; Contact; parameterize

OCIS Codes: 230. 4040; 120. 4640; 220. 4830; 240. 6700

# 0 引言

随着现代靶场技术的发展,使用者对光电经纬仪

的分辨力、跟踪准确度、指向准确度及机动性的要求越 来越高,为了满足这些要求,发展车载大口径经纬仪成 为必然<sup>[1]</sup>.主镜室系统是光电经纬仪的关键部件之一,

第一作者:谢军(1987-),男,研究实习员,硕士,主要研究方向为光机结构设计及工程力学分析. Email: xiejun. 2010@163. com

基金项目:国家自然科学基金(No. 51275504)资助

收稿日期:2014-04-18;录用日期:2014-07-16

主镜的面形准确度直接影响成像质量[2-3].在波长一定 的情况下,主镜的口径越大,系统的分辨率越高,聚光 能力越强,观测距离越远[4].然而主镜口径的增大会使 重力作用下的面形准确度下降,支撑结构复杂[5].机械 式支撑结构的好坏对主镜的面形准确度有很大影响, 国内外对主镜的支撑进行了较多研究[6-10],主要采用有 限元分析法来确定支撑点的个数、位置及支撑杆系的 结构形式[11-12].现阶段的研究在确定支撑点的位置时, 多采用裸镜为分析对象,直接在镜子背面或侧面相关 节点进行约束,优化支撑点的位置[13].这样优化获得 的支撑点位置与真实支撑结构情况下的最优支撑点位 置会有一定差别<sup>[14]</sup>.在建立主镜室系统的有限元模型 时,现阶段的研究中结构件的连接多采用刚性连接或 约束一定的节点自由度来实现[15].刚性连接与实际连 接的自由度差别较大,约束节点自由度的方法不能准 确描述连接件的支撑刚度.这两种假设存在连接自由 度或连接件刚度与实际不一致的问题,影响主镜面形 分析的精确性.

为了更准确地描述主镜支撑结构的自由度和连接 刚度,本文采用接触边界条件的方法建立了主镜支撑 系统的有限元模型.采用带摩擦的接触边界条件来模 拟径向支撑与主镜的连接关系.应用接触有限元理论 对有限元软件中的接触参数进行合理控制,保证了接 触计算的收敛性.在此有限元模型基础上,分析了主镜 径向支撑状态下的面形误差,考察了径向支撑盘的位 置、长度及宽度对主镜面形 RMS 的影响规律.

#### 1 接触有限元理论

接触问题是一种高度非线性行为,需要很大的计 算资源,为了进行有效的计算,建立合理的有限元接触 模型尤为重要<sup>[16]</sup>.本文采用惩罚法<sup>[17]</sup>(Penalty method)来计算接触问题,接触边界条件主要通过接触 面的间隙和接触正压力两个参数来表达,它们的关系 为

$$g_{\mathrm{N}} \geqslant 0 \quad p_{\mathrm{N}} \leqslant 0 \quad g_{\mathrm{N}} \cdot p_{\mathrm{N}} = 0$$
 (1)

式中, $g_N$ 为接触界面之间的间隙, $p_N$ 为接触正压力. 两个接触面有间隙时,接触面之间的间隙  $g_N$ 不为 0, 接触正压力  $p_N$ 为 0;两接触面接触时,接触界面之间 的间隙  $g_N$ 为 0,接触正压力  $p_N$ 为不为 0.由上述的接 触条件,当已知接触边界时的有限元弱形式为

$$\sum_{\gamma=1}^{2} \left\{ \int_{B'} \tau^{\gamma} \cdot \operatorname{grad} \eta^{\gamma} dV - \int_{B'} \overline{f}^{\gamma} \cdot \eta^{\gamma} dV - \int_{C} \overline{t}^{\gamma} \cdot \eta^{\gamma} dA \right\} + C_{c} = 0$$
(2)

式中,Cc 为和主动约束相关的接触的贡献.对于线弹性材料,求解接触问题就是求解两个接触体总能量的最小值问题,即

$$\sum_{\gamma=1}^{2} \left\{ \int_{B'} \omega^{\gamma} (C) \, \mathrm{d}V - \int_{B'} \overline{f}^{\gamma} \cdot \varphi^{\gamma} \, \mathrm{d}V - \int_{\Gamma} \overline{t}^{\gamma} \cdot \varphi^{\gamma} \, \mathrm{d}A \right\} + \Pi_{C} \Rightarrow \min$$
(3)

式中,w<sup>v</sup>(C)和接触体 B<sup>v</sup>相关的应变能,为有接触约 束贡献的能量.在惩罚法中,接触约束在弱形式中的贡 献为

$$\Pi_{C}^{P} = \frac{1}{2} \int_{\Gamma_{C}} (\epsilon_{N} \cdot (g_{N})^{2} + \epsilon_{T} \cdot g_{T} \cdot g_{T}) dA$$

$$\epsilon_{N}, \epsilon_{T} > 0$$
(4)

式中, ε<sub>N</sub>和 ε<sub>T</sub>分别是法向罚因子和切向罚因子, g<sub>N</sub>为 惩罚函数.接触刚度对接触问题求解的准确度有较大 的影响.惩罚因子较大时,接触刚度大,接触体显得太 刚硬,计算结果不精确;惩罚因子较小时,接触刚度小, 接触区域易发生渗透,计算结果的收敛性难以保证.在 接触分析中,多次调整法向罚因子和切向罚因子使得 接触收敛.惩罚因子通过比对有限元计算的接触应力 和赫兹接触理论解析解的接触应力大小是否相等或接 近来确定.

## 2 主镜径向支撑有限元模型

主镜口径为1030mm,厚度为150mm,中心孔直 径为260mm.径向支撑为3点杠杆平衡重支撑,支撑 盘与杠杆通过球绞连接.主镜、支撑结构及球绞中小球 的材料属性如表1.径向支撑分析时暂不考虑轴向支 撑的影响,主镜竖直放置,只有径向支撑承载.径向支 撑系统主要由径向支撑盘、钢球、平衡杆和配重组成. 考虑模型的对称性,取二分之一模型作为分析对象,应 用 NX-Nastran有限元软件建立如图1所示的详细有 限元模型.采用六面体结合四面体单元对模型进行离 散,共划分451248个实体单元.平衡杆与径向支撑盘 之间的球绞连接采用实体建模,钢球和球窝之间设置 接触边界条件,保证了其自由度和刚度与真实情况的 一致性.为了保证接触收敛,对接触面进行了网格细 化,根据接触有限元理论设置接触边界的源面、目标



#### 图1 主镜径向支撑有限元模型



面、法向惩罚因子及切向惩罚因子.平衡杆上的转轴通 过建立局部柱坐标系,放开柱面的旋转自由度来模拟.

表 Ⅰ	王镜及支撑的材料属性

Table 1	Material	property	of primary	mirror an	a supports

Structure	Material	Density $ ho/(\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3})$	Young's modulus <i>E</i> /Gpa	Poisson's ratio v
Primary mirror	Zerodur	2530	90.6	0.24
Supports	40Cr	7829	211	0.288
Balls	GCr15	7780	212	0.29

# 3 球绞的仿真方法

主镜的径向支撑采用球绞连接,径向支撑上下各 3个球绞.在主镜面形有限元仿真分析中,球绞的模拟 是重点和难点.以往的研究中通常采用直接刚性连接 或约束节点自由度两种方式来模拟.本文采用建立详 细的球绞有限元模型,在球绞表面作用带摩擦的接触 边界条件的方法来处理球绞连接,并且对比了三种球 绞仿真方法获得的主镜面形.三种方法获得的主镜面 形分布如图 2,(a)为刚性连接方法仿真球绞连接获得 的主镜面形图,其 RMS 值为 29.12 nm;(b)为约束节 点自由度法获得的主镜面形图,其 RMS 值为 29.12 nm;(b)为约束节 点自由度法获得的主镜面形图,其 RMS 值为 6.61 nm;(c)为接触边界条件模拟球绞获得的主镜面 形图,其 RMS 值为 16.37 nm.可见,刚性连接的方法 使得结构不能有效释放应力,导致模拟的连接刚度过 大,得到的面形 RMS 值较大,约束节点自由度的方法 假设球绞为理想铰链,得到的面形 RMS 值较小;而应 用详细球绞有限元模型,在球绞表面作用带摩擦的接 触边界条件的方法获得的主镜面形 RMS 值介于二者 之间,面形图更加均匀,没有明显的应力集中,合理地 释放了主镜镜面内应力,与真实的边界条件更加相符.



图 2 三种简化方法下的主镜面形图 Fig. 2 Surface figures of primary mirror in three simplification methods

## 4 主镜径向支撑实验

为了证明有限元简化方法的准确性,采用 PhaseCam6000型动态4D干涉仪检测主镜径向支撑下 (光轴水平状态)的面形.径向支撑状态下由重力产生 的主镜面形 RMS为17.53 nm(λ/36),其面形分布如 图 3.可见,三种方法中带摩擦的接触边界条件模拟球 绞的方法获得的主镜面形 RMS值与实验值吻合较好, 偏差仅为 6.62%.







# 5 主镜径向支撑参数化分析

主要考察径向支撑位置角 α、长度展角 β 和宽度 b 对主镜面形的影响,三个参数的示意见图 4.





选定主镜径向支撑的初始结构参数:支撑位置为 45°展角、长度为20°展角、宽度为100mm.分别考察三 个参数单个改变对主镜面形的影响,结果如图5,(a)、 (b)、(c)分别为径向支撑位置、径向支撑长度和径向支 撑宽度对主镜面形的影响曲线. 随着支撑位置角 α 增大主镜面形 RMS 值减小,支 撑位置角为 40°时有一个突变,支撑位置角小于 40°时 主镜 RMS 值随支撑位置角的增大下降较慢,支撑位置 角大于 40°时主镜 RMS 值的下降速度明显增大,但是 由于支撑位置角超过 45°后配重明显增大,所以径向支 撑选择 α 等于 45°的位置.随着径向支撑长度的增加, 主镜的 RMS 值先减小后增大,径向支撑长度展角β为 25°时,面形结果最好.主镜的面形误差对径向支撑宽 度不敏感,径向支撑宽度 b为 100 mm 时,主镜面形 RMS 值相对较小,因此,选取径向支撑宽度为 100 mm.



图 5 径向支撑对 RMS 的影响 Fig. 5 Effects to RMS of radial supports

计算表明,最终确定的径向支撑结构支撑位置选择 45°位置,长度取 25°转角长度,宽度取 100 mm. 对最终设计的主镜径向支撑结构进行重力作用下的变形分析,获得 主镜 面形 PV 值为 97.89 nm, RMS 值为 16.37 nm,主镜径向支撑的面形如图 2 中(c)所示.主镜的镜面面形误差为均匀的像散,该像散是由主镜的重力变形产生,采用接触边界条件模拟球绞充分释放了镜面内应力,使得主镜的面形图没有明显的应力集中.径向支撑主镜系统变形云图如图 6,主镜在重力作用下顶端向前弯曲变形.



图 6 径向支撑主镜系统变形云图 Fig. 6 Deformation figure of primary mirror system

#### 6 结论

应用接触边界条件模拟球绞的方法获得的主镜面 形图没有局部凸起或凹陷,边界条件假设合理释放了 内应力,保证了其连接自由度和支撑结构的刚度与真 实情况的一致性.在主镜径向支撑状态下,应用接触边 界条件仿真球绞的方法获得主镜面形 RMS 的有限元 仿真结果为 16.37 nm,实验检测值为 17.53 nm,仿真 与实验值偏差为 6.62%,证明了仿真方法的准确性. 该方法为主镜面形 RMS 的精确有限元分析提供了新 思路,在支撑结构关键零件的结构设计及参数选取方 面有一定的应用价值.

#### 参考文献

- [1] LI Ling-yin, WANG Yi-fan. Active compensation technology of photoelectric theodolite primary mirror surface-shape error
  [J]. Acta Photonica Sinica, 2013, 42(1):79-83.
  李零印,王一凡.光电经纬仪主镜面形误差主动补偿技术研究
  [J].光子学报, 2013, 42(1):79-83.
- [2] HAN Guang-yu, CAO Li-hua, GAO Yun-guo, et al. Supporting and assembling for primary mirrors of 1 m aperture telescopes[J]. Optics and Precision Engineering, 2012, 20(9): 1922-1928.
  韩光宇,曹立华,高云国,等. 1m 望远镜主反射镜的支撑和装配

[J]. 光学精密工程,2012,20(9):1922-1928. [3] ZHOU Chao. Thermal analysis of large telescope structure[J].

Acta Photonica Sinica,2014,4(4):0422006. 周超.大口径望远镜结构热分析[J]. 光子学报,2014,4(4): 0422006.

 [4] FAN Li-li, ZHANG Jing-xu, YANG Fei, et al. Impact of the supports of primary mirror in equatorial telescope on its surface deformation [J]. Infrared and Laser Engineering, 2012, 41 (1):173-177.

范李立,张景旭,杨飞,等.极轴式望远镜主镜支撑结构对镜面 变形的影响[J].红外与激光工程,2012,41(1):173-177.

- [5] MING Ming, WANG Jiang-li, ZHANG Jing-xu, et al. Error budget and analysis for optical system in large telescope[J]. Optics and Precision Engineering, 2009, 17(1):104-108.
  明名,王建立,张景旭,等.大口径望远镜光学系统的误差分配 与分析[J].光学精密工程,2009, 17(1):104-108.
- [6] TAN Fan-jiao, QIAO Yan-feng, LI Yao-bin, et al. Finite element analysis for surface shape deformation of photoelectronic theodolite primary mirror [J]. Acta Optic Sinica. 2008,28(4):757-763.

谭凡教, 乔彦峰, 李耀彬, 等. 光电经纬仪主镜面形变化的有限 元分析[J]. 光学学报, 2008, **28**(4):757-763.

[7] WU Xiao-xia, YANG Hong-bo, ZHANG Jing-xu, et al.

Optimal design of support system for the large-aperture sphere mirror[J]. Acta Photonica Sinica. 2009,**38**(1):129-132. 吴小霞,杨洪波,张景旭,等.大口径球面镜支撑系统的优化设计[J].光子学报,2009,**38**(1):129-132.

- [8] DONG Ji-hong, LI Hong-wei. Supporting structure design of large-aperture primary mirror for space camera [J]. OME Information. 2011, 28(10):28-34.
  董吉洪,刘宏伟. 空间相机大口径主镜支撑结构设计[J]. 光机 电信息. 2011, 28(10):28-34.
- [9] SCHIPANI P, DORIS S, FERRAGINA L, et al. Active optics primary mirror support system for the 2. 6m VST telescope [J]. Applied Optics, 2010, 49(8):1234-1240.
- [10] CHAN C Y, CHEN Y C, CHANG S T, et al. Design and analysis of isostatic mounts on a spaceborne lightweight primary mirror[C]. SPIE, 2013, 8836 [88360K.
- [11] FU Jia, ZHANG Jing-xu, WANG Fu-guo. Application of whiffletree for primary mirror lateral support[J]. *Infrared Technology*, 2012.34(4):209-216.
  傅家,张景旭,王富国. Whiffletree 结构在主镜侧支撑中的应用研究[J]. 红外技术, 2012.34(4):209-216.
- [12] CHEN Yong-cong, HU Yong-ming, LI Ying-cai, et al. Displacement analyzing and support position optimizing of the main mirror with backside support [J]. Acta Photonica Sinica, 2007, 36(9):1730-1733.

陈永聪,胡永明,李英才,等.背部支撑主反射镜的面形分析与

支撑点优化[J]. 光子学报,2007,36(9):1730-1733.

- [13] WANG Fu-guo, YANG Hong-bo, YANG Fei, et al. Optimization and analysis for the axis support points position of the large aperture mirrors [J]. Infrared and Laser Engineering, 2007, 36(6):877-882.
  王富国,杨洪波,杨飞,等.大口径主镜轴向支撑点位置优化分 析[J]. 红外与激光工程,2007,36(6):877-882.
- [14] ZHOU Chao, YANG Hong-bo, WU Xiao-xia, et al. Structural analysis of ground- based large telescopes [J]. Optics and Precision Engineering, 2011, 19(1):138-145.
  周超,杨洪波,吴小霞,等.地基大口径望远镜结构的性能分析 [J].光学精密工程, 2011, 19(1):138-145.
- [15] GUO Wan-chun, WU Qing-wen, YANG Jin-song, et al. Optimum design of active supporting system for a 2 m primary mirror[J]. Infrared and Laser Engineering, 2013, 42 (6):1480-1484.
  郭万存,吴清文,杨近松,等.2 m 主镜主动支撑优化设计[J]. 红外与激光工程,2013, 42(6):1480-1484.
- [16] LING Yong-ming, XIE Jun, TIAN Wei, et al. Inverse modeling of mirror surface figure based on finite element contact analysis[J]. Acta Photonica Sinica, 2014, 43(8):1-8.
  刘永明,谢军,田伟,等. 基于有限元法的面形反演模型研究 [J]. 光子学报, 2014, 43(8)(1):1-8.
- [17] WINGGERS P. Computational contact mechanics [M]. 2rd ed. America: John Wiley and Sons Ltd, 2002.